



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

SECCIÓN DE POSTGRADO

DINAMICA DE SUELOS

Dr. Ing. Jorge E. Alva Hurtado

Capítulo I

PROBLEMAS DE INGENIERÍA QUE INVOLUCRAN A LA DINÁMICA DE SUELOS

CONTENIDO

CIMENTACIÓN DE MAQUINAS

Maquinaria Reciprocante y Rotativa
Otras Maquinarias Industriales
Desarrollo de la Era Espacial

EFFECTOS DE EXPLOSIÓN NUCLEAR

Aplicaciones Civiles
Construcción de Protección

INGENIERÍA SISMORRESISTENTE

Cimentaciones de Edificios
Deslizamientos
Presas de Tierra

HINCADO DE PILOTES

COMPACTACIÓN POR VIBRACIÓN

OTROS PROBLEMAS DE INGENIERÍA

DEFINICIÓN DE DINÁMICA DE SUELOS

INTRODUCCIÓN

Suelo como cimentación de estructuras y terraplenes

Suelo como material de construcción

Diseño de estructuras de retención

Suelo en problemas especiales

Dinámica de Suelos parte de la Mecánica de Suelos que trata el comportamiento y respuesta del suelo durante la aplicación rápida de carga, uso de vibraciones para la mejora de propiedades y transmisión de ondas para evaluar las propiedades

CIMENTACIÓN DE MÁQUINAS

Maquinaria que produce vibraciones o fuerzas dinámicas desbalanceadas que se apoyan en un bloque de cimentación sobre el suelo

Si los movimientos son excesivos:

1. Imponen condiciones no soportables para el personal
2. Causan daño a la máquina o tuberías
3. Producen grandes asentamientos que impiden el funcionamiento

Es el problema mas frecuente en dinámica de suelos

Maquinaria Reciprocante y Rotativa

Compresores y motores grandes ocasionan fuerzas dinámicas sinusoidales, que resultan en movimiento de la cimentación

Turbina bien diseñada origina fuerzas pequeñas que con el desgaste conduce a desbalance y fuerzas dinámicas

Otras Maquinarias Industriales

Prensas, vibradores, las cargas pueden no ser sinusoidales o periódicas

Desarrollo de la Era Espacial

Cimentación adecuada para antenas de radar de gran precisión. Las fuerzas dinámicas ocurren conforme la antena se acelera o desacelera, en elevación o en azimut

Plataforma de encendido de las diversas etapas del cohete Saturno V en las Misiones Apolo

Verificar el comportamiento de los componentes precisos de guía, como los giroscopios. Deben conocerse las vibraciones ambientales del tráfico y de los microsismos, para minimizarlos o para aplicar las compensaciones adecuadas

EFFECTOS DE EXPLOSIÓN NUCLEAR

El estudio de los problemas civiles y militares ocasionados por las explosiones atómicas, ha dado un mayor ímpetu a la dinámica de suelos

Aplicaciones Civiles

Las explosiones nucleares tienen potencial en las excavaciones rápidas de grandes masas de tierra: canales, puertos y cortes profundos y largos de carreteras y ferrocarriles

Se ha estudiado un nuevo Canal de Panamá

El costo de excavación con explosiones nucleares es mucho menor que el costo de una excavación convencional

Construcción de Protección

Las estructuras subterráneas de protección de bombas nucleares varían de personales hasta misiles balísticos intercontinentales

INGENIERÍA SISMORRESISTENTE

Relación entre las condiciones del suelo y los daños durante terremotos. Especial atención después de los sismos de Chile de 1960, Alaska y Niigata en 1964. La construcción de Centrales Nucleares ha contribuido al conocimiento de la Dinámica de Suelos.

Cimentaciones de Edificios

Cimentación de Centrales Nucleares en suelo, a diferencia de aquellas construidas en roca

Amplificación sísmica de edificaciones sobre suelo en relación a roca, tal como ocurrió en Caracas en 1967 y México en 1985

Pérdida de capacidad portante como resultado de licuación de suelos en Niigata, Japón en 1964

Deslizamientos

Han ocurrido grandes deslizamientos durante terremotos. El de Turnagain en Alaska destruyó 75 casas y muchas vidas. En el lago Riñihue en Chile un deslizamiento involucró 30 millones de metros cúbicos. En Santa Tecla, El Salvador en el 2001 causó 600 muertos.

Presas de Tierra

Análisis de licuación y flujo

Respuesta dinámica de la presa

Análisis de deformaciones sísmicas

Mejoramiento de la cimentación

HINCADO DE PILOTES

Interpretación del hincado de pilotes con martillo

Teoría de la propagación de ondas

Máquinas vibratorias para el hincado de pilotes. Condición de resonancia

Posibles daños a edificaciones vecinas

COMPACTACIÓN POR VIBRACIÓN

Rodillos vibratorios para compactar suelos

Alternativa de mejoramiento de suelo para licuación en comparación a vibroflotación o uso de pilotes

Métodos de laboratorio por vibración para determinar densidades máximas de suelos granulares

OTROS PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Refracción sísmica para determinar la estratigrafía y propiedades del suelo

Efecto del tráfico en pavimentos y subrasantes

Daño a edificaciones por explosiones en canteras o excavaciones

DEFINICIÓN DE DINÁMICA DE SUELOS

Problemas de ingeniería geotécnica que involucran aplicación rápida de carga

Evaluación de las propiedades esfuerzo-deformación del suelo aplicadas a carga dinámica

Técnicas para calcular o estimar el rol de las fuerzas de inercia presentes durante la carga dinámica

Procedimientos y experiencia para aplicar este conocimiento a la solución de problemas prácticos

Capítulo II

SISTEMAS LINEALES DE UN GRADO DE LIBERTAD

Comportamiento de sistemas con parámetros concentrados

La masa está concentrada en uno o más cuerpos rígidos y éstos están conectados por resortes y amortiguadores.

Sistemas de un grado de libertad

Tanque elevado de agua

Viga en cantilever

Un sistema de parámetros concentrados es lineal si la resistencia de los elementos que conectan las masas es proporcional al movimiento o a la velocidad de movimiento.

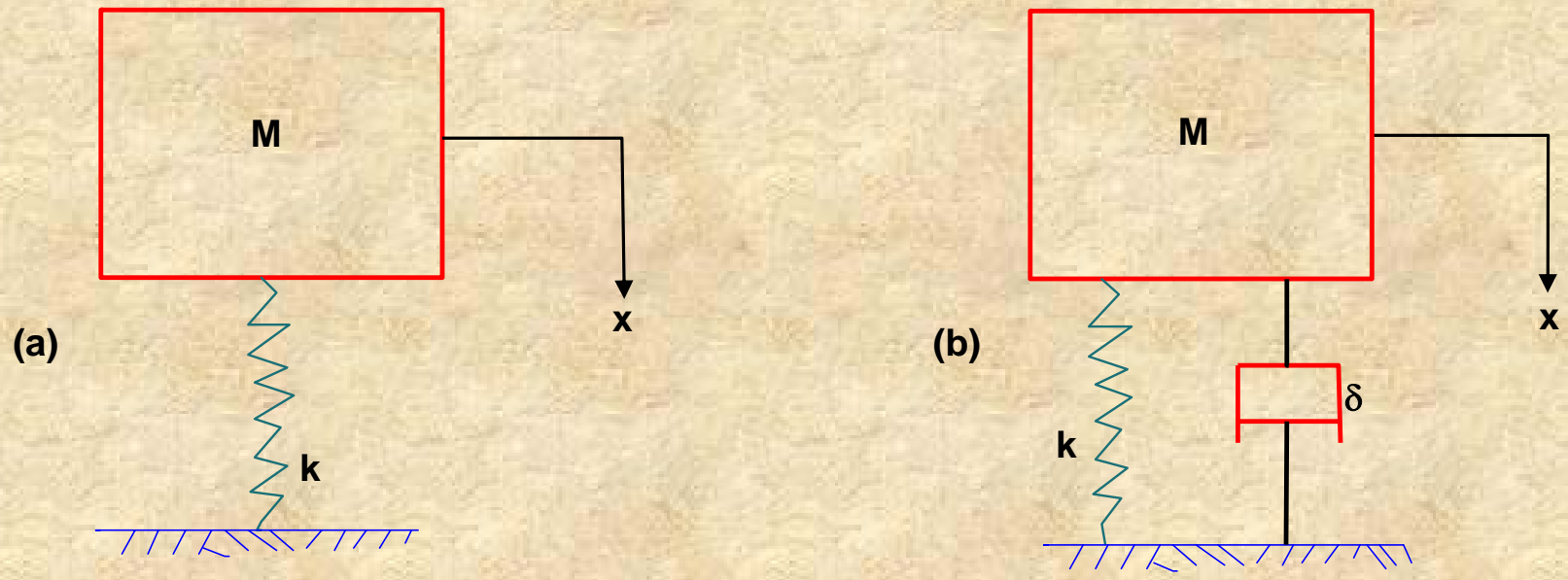
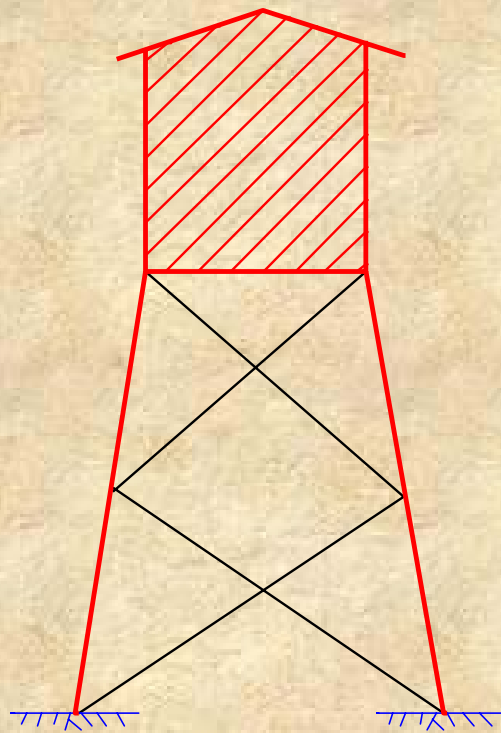
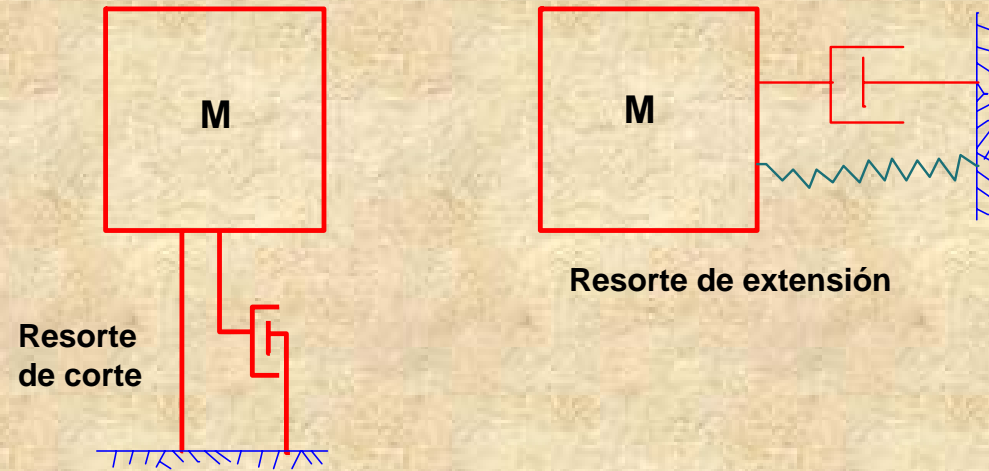


FIGURA 2.1 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD



(a) Tanque real



(b) Modelo idealizado

FIGURA 2.2 TANQUE ELEVADO DE AGUA

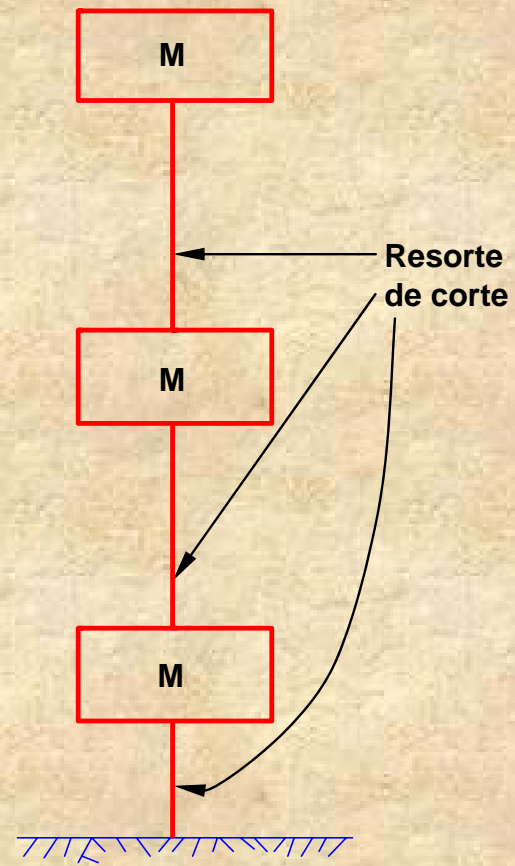
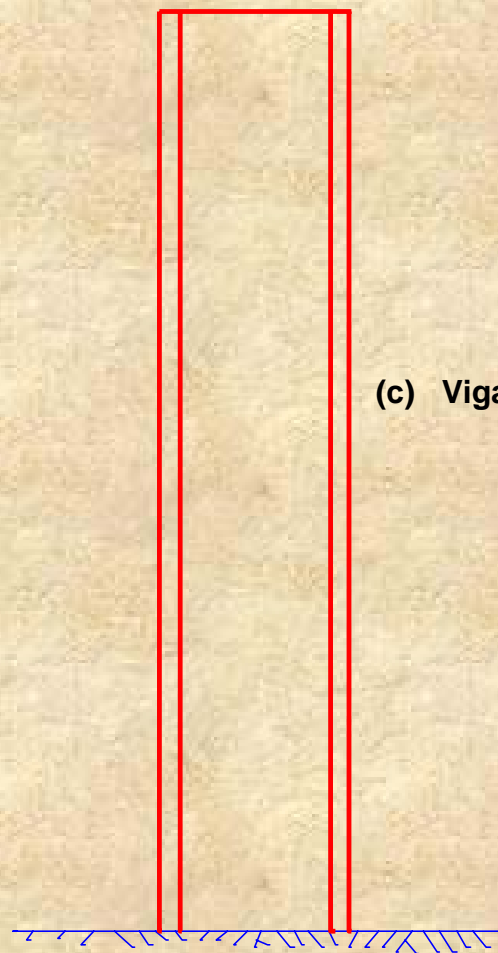


FIGURA 2.3 VIGA EN CANTILIVER

VIBRACIONES LIBRES

Ecuación de movimiento

$$M\ddot{x} + kx = 0$$

Solución

$$x = A \operatorname{sen} \sqrt{\frac{k}{M}} t + B \operatorname{cos} \sqrt{\frac{k}{M}} t \quad A \text{ y } B \text{ son constantes}$$

Para que la masa se mueva x_0 para carga estática $F_0 = k x_0$

$$x = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{M}} t$$

Período $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$

Frecuencia $f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}$

Frecuencia circular $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$

$$x = x_0 \cos \omega t = x_0 \cos 2\pi f_n t = x_0 \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

Energía $E = \frac{1}{2} k_0 x^2 = \frac{1}{2} M \omega^2 x_0^2$

Vibración libre amortiguada

$$M \ddot{x} + \delta \dot{x} + kx = 0$$

$$\delta_{cr} = 2 \sqrt{kM}$$

$$D = \frac{\delta}{\delta_{cr}}$$

$$x = x_0 e^{-\omega D t} \left(\cos \omega_1 t + D \frac{\omega}{\omega_1} \operatorname{sen} \omega_1 t \right)$$

Decremento logarítmico

$$\Delta = 2\pi D$$

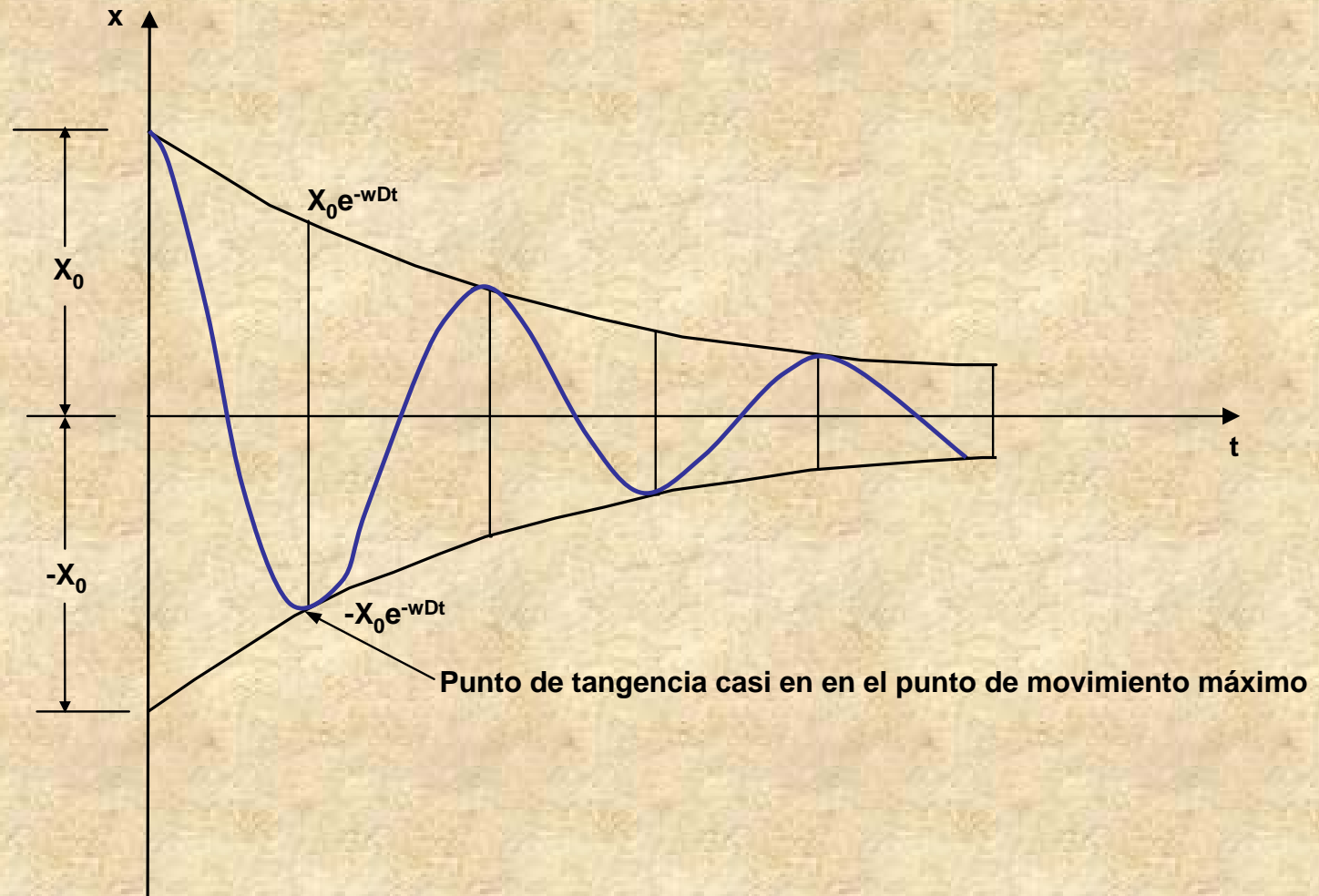


FIGURA 2.4 VIBRACIÓN LIBRE AMORTIGUADA

VIBRACIONES FORZADAS POR LA APLICACIÓN DE CARGAS PERIÓDICAS

$$M\ddot{x} + \delta\dot{x} + kx = P_0 \text{ sen } \Omega t$$

Solución para ($x = \dot{x} = 0$ para $t = 0$)

$$x = \frac{P_0}{k} \frac{\left[\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right) \text{sen } \Omega t - 2D \frac{\Omega}{\omega} \text{cos } \Omega t \right] + e^{-\omega Dt} \left[2D \frac{\Omega}{\omega} \text{cos } \omega_1 t + \frac{\Omega}{\omega_1} \left(2D^2 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1\right) \text{sen } \omega_1 t \right]}{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$

Amortiguamiento pequeño

$$x = \frac{P_0}{k} \frac{\left(\text{sen } \Omega t - e^{-\omega Dt} \frac{\Omega}{\omega} \text{sen } \omega t \right)}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$

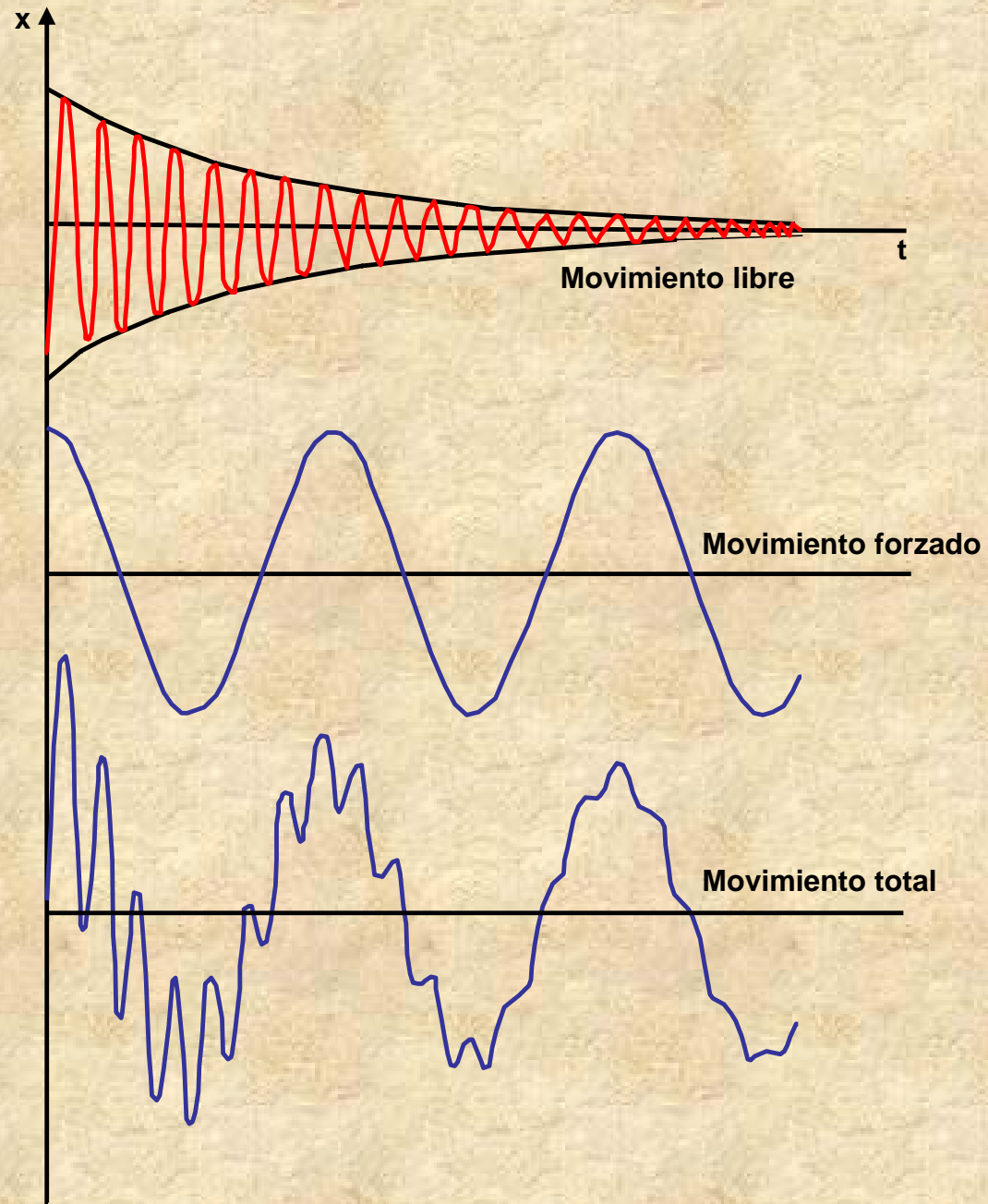


FIGURA 2.5 VIBRACIÓN FORZADA AMORTIGUADA

Vibración Forzada

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right) \text{sen } \Omega t - 2D \frac{\Omega}{\omega} \text{cos } \Omega t}{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}$$

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\text{sen } (\Omega t - \alpha)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}}$$

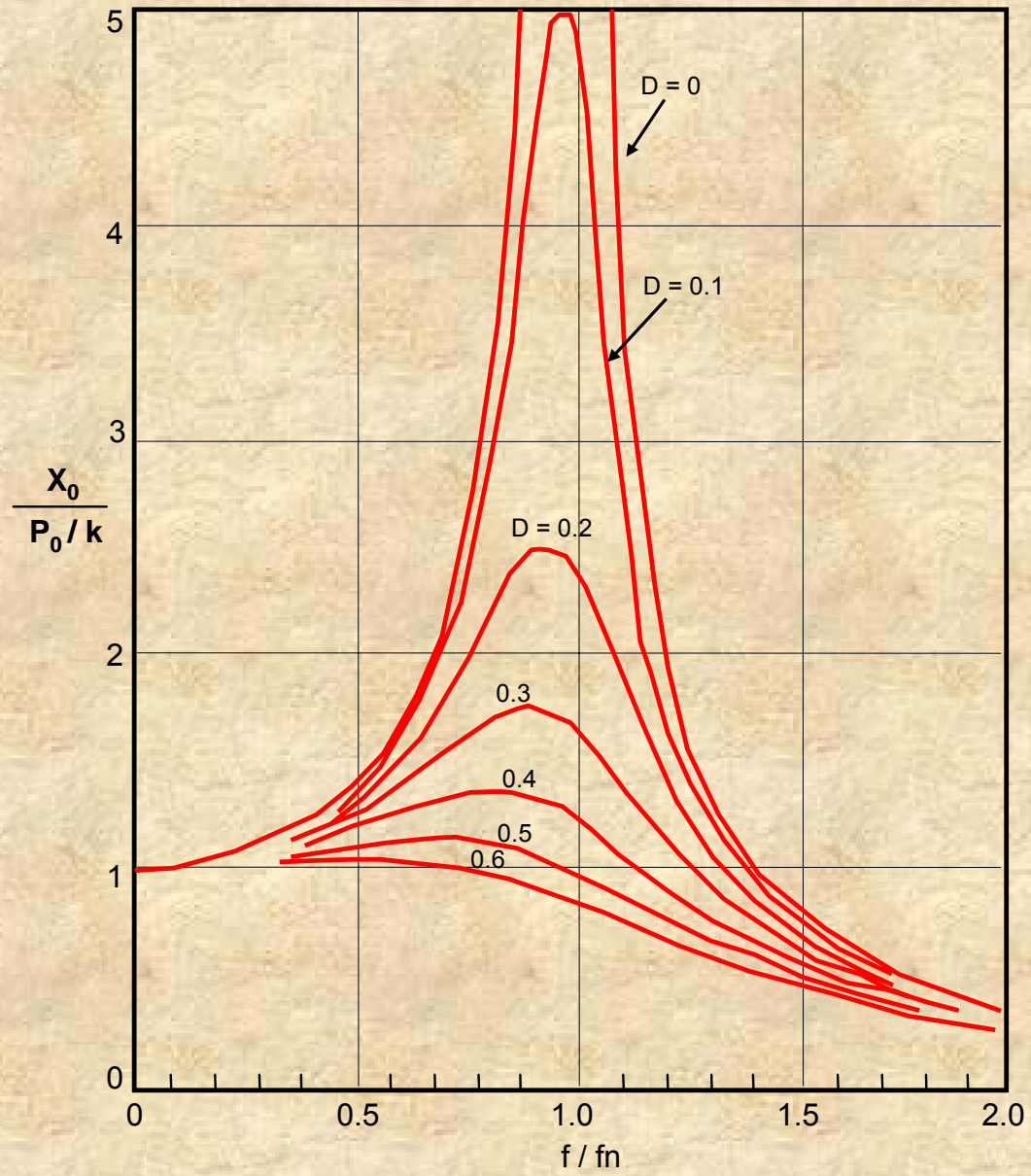
$$\text{tg } \alpha = \frac{2D \omega \Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$$x_o = \frac{P_o}{k} \text{DLF}$$

$$\text{DLF} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}}$$

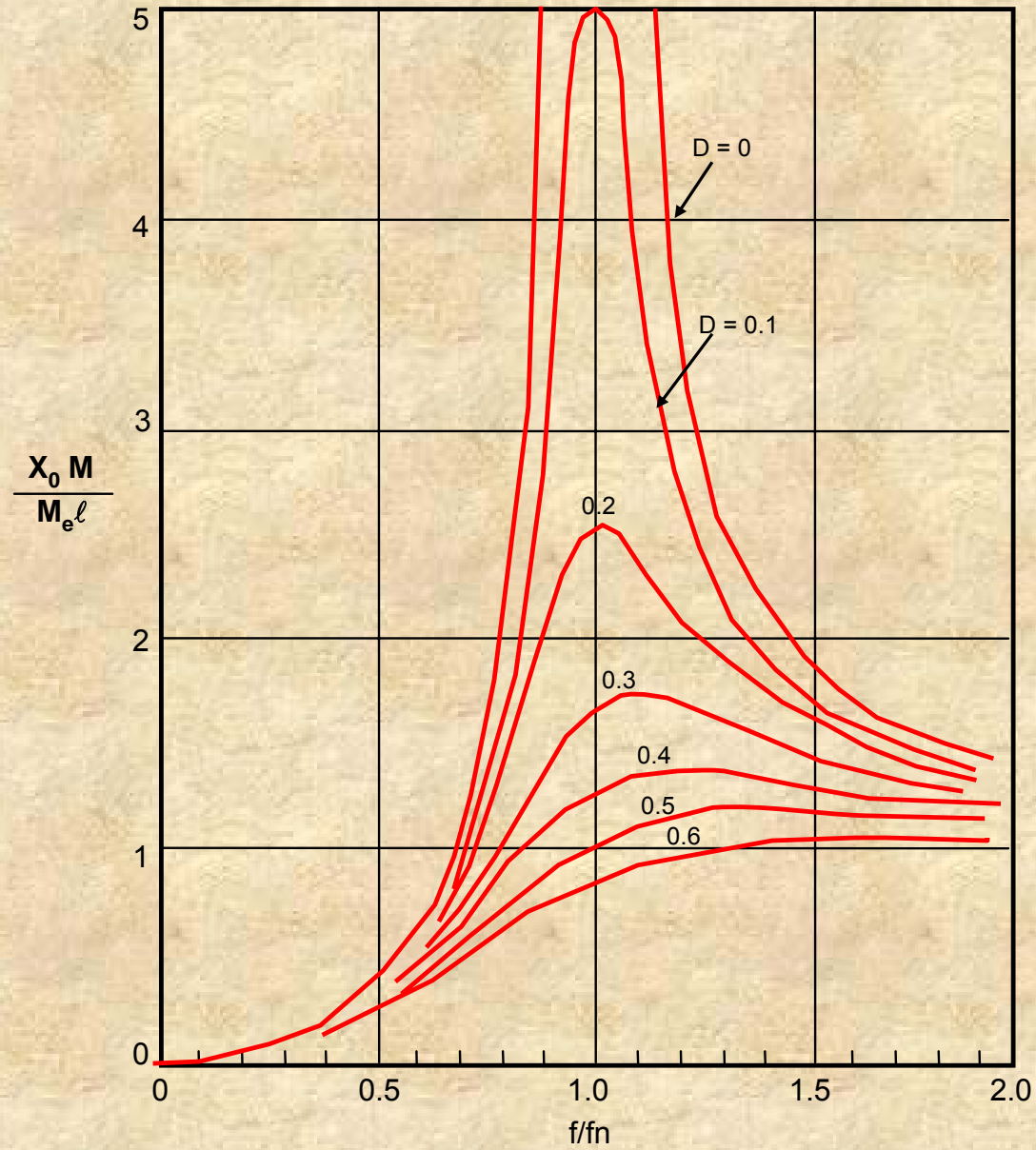
Masa Excéntrica

$$P = M_e L \Omega^2 \text{ sen } \Omega t$$



(a) En Función de la fuerza de excitación

FIGURA 2.6 AMPLITUD ADIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO



(b) Para el caso de masa desbalanceada

FIGURA 2.6 AMPLITUD ADIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO

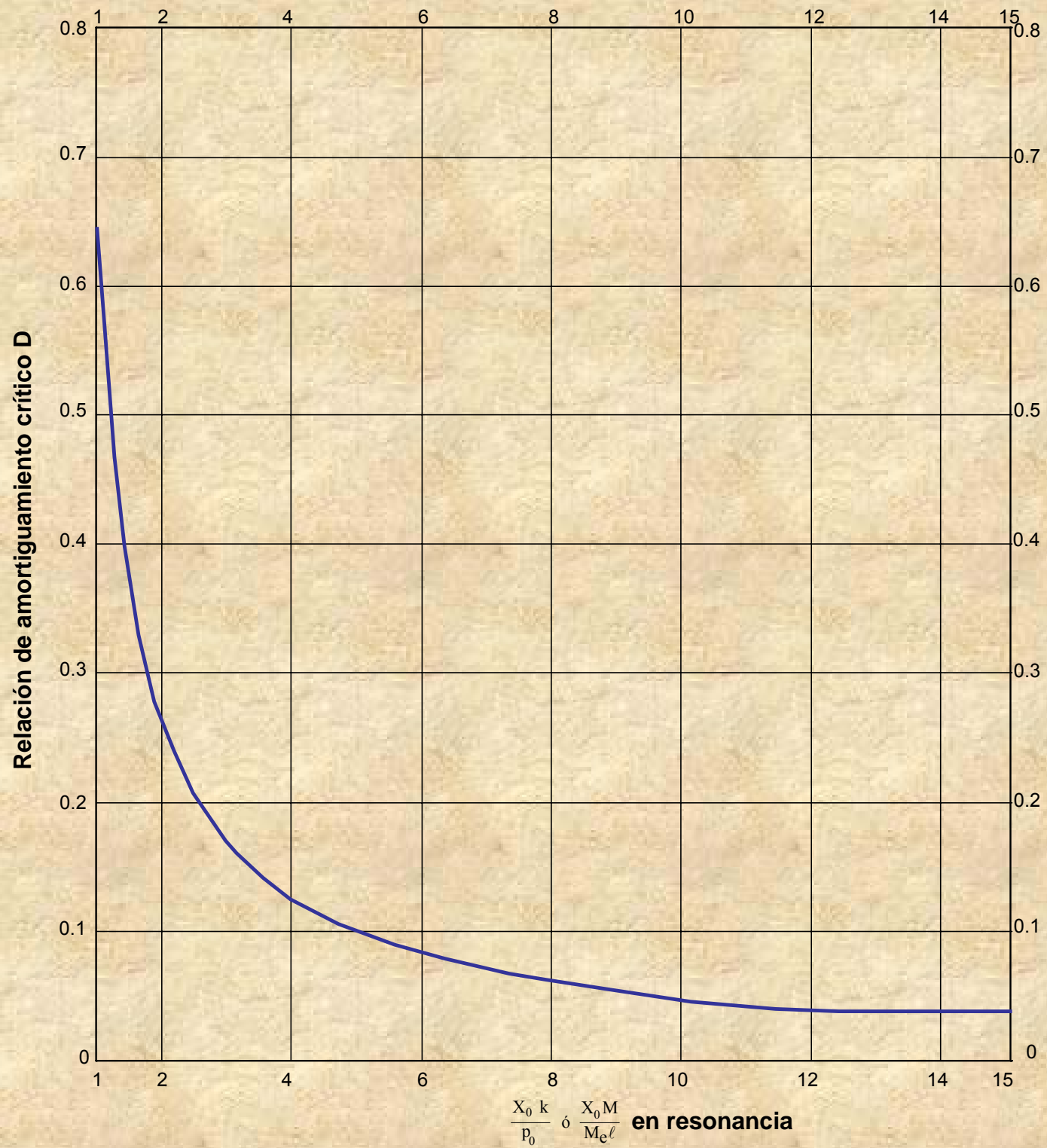


FIGURA 2.7 AMPLITUD ADIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO EN RESONANCIA

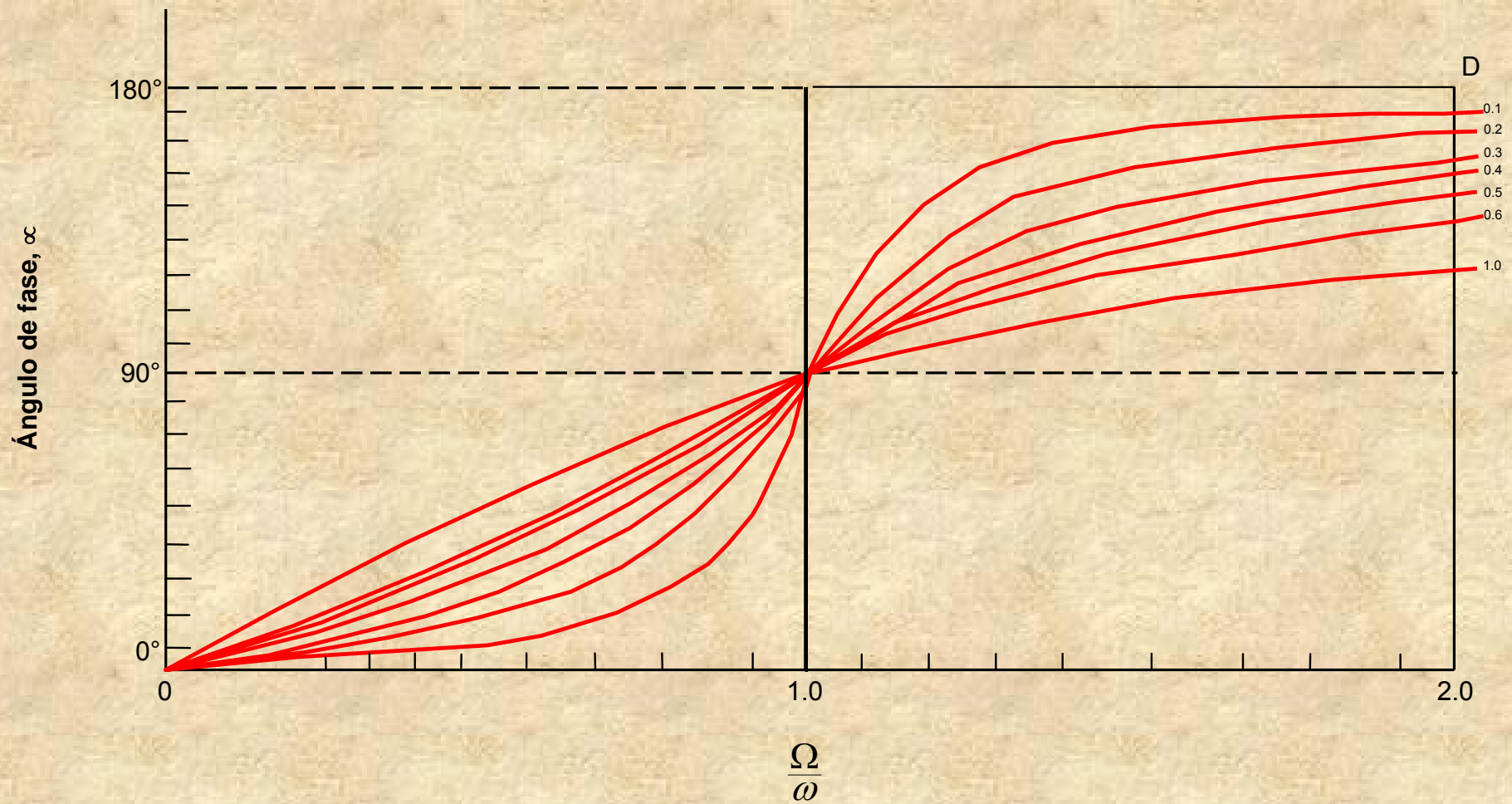


FIGURA 2.8 ÁNGULO DE FASE

Tabla 2.1

Propiedades de la Relación Factor de Carga Dinámica vs. Frecuencia

	Fuerza Actuante	Sistema Masa Excéntrica
Respuesta adimensional cuando $f = 0$	1	0
Respuesta adimensional cuando $f \rightarrow \infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1$
Relación de frecuencia resonante f_r/f_n	$\sqrt{1-2D^2}$	$\frac{1}{\sqrt{1-2D^2}}$
Respuesta adimensional cuando $f = f_r$	$\frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$	$\frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$
Respuesta adimensional para $f \ll f_r$ o $f \gg f_r$	$\frac{1}{\left 1-\left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right }$	$\frac{\left(\frac{f}{f_n}\right)^2}{\left 1-\left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right }$

VIBRACIONES DEBIDAS A CARGAS TRANSITORIAS

Carga escalón

Carga rampa

Pulso cuadrado

Carga sinusoidal de duración limitada

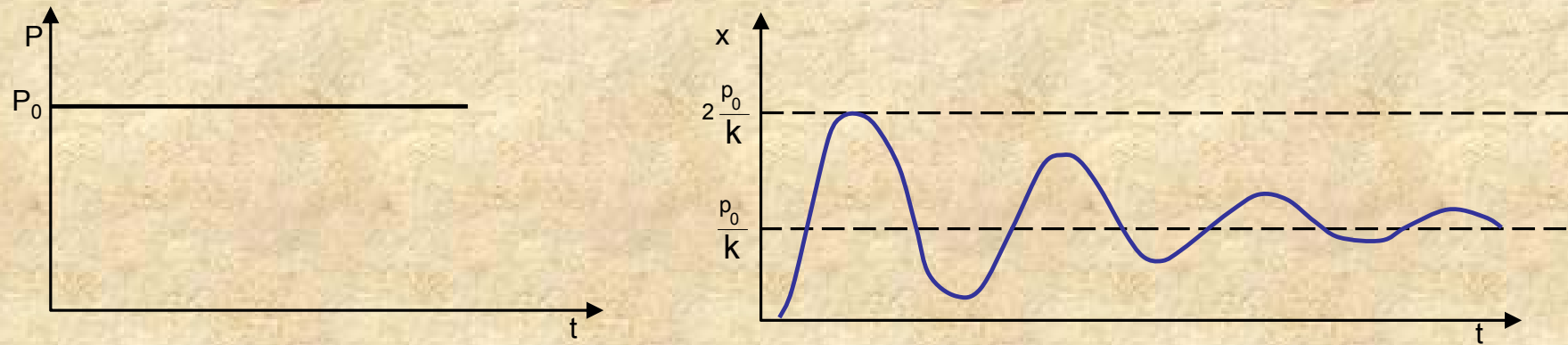


FIGURA 2.9 RESPUESTA A UNA CARGA ESCALÓN

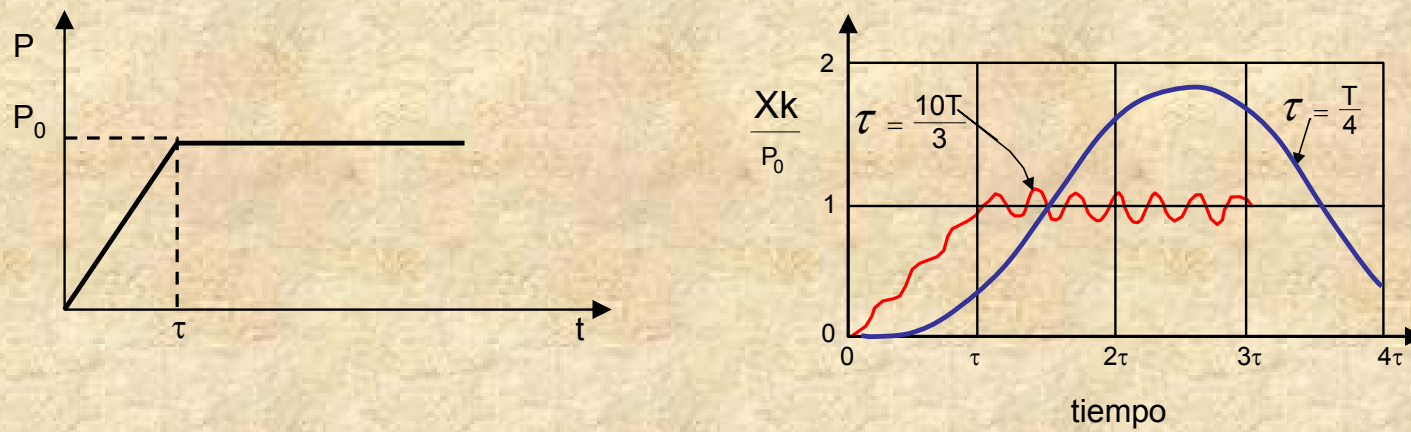


FIGURA 2.10 RESPUESTA A UNA CARGA RAMPA

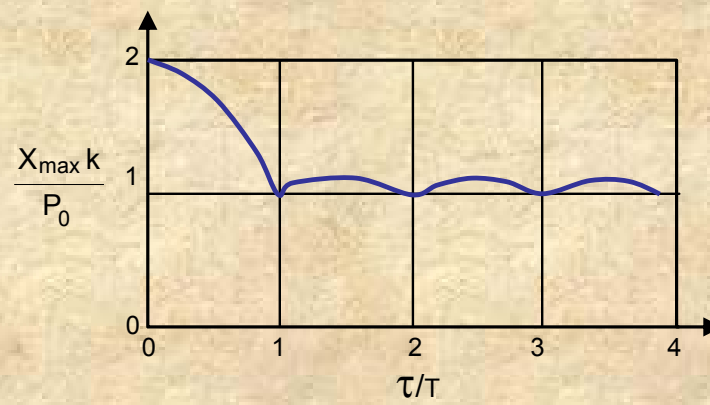


FIGURA 2.11 MÁXIMA RESPUESTA A UNA CARGA RAMPA

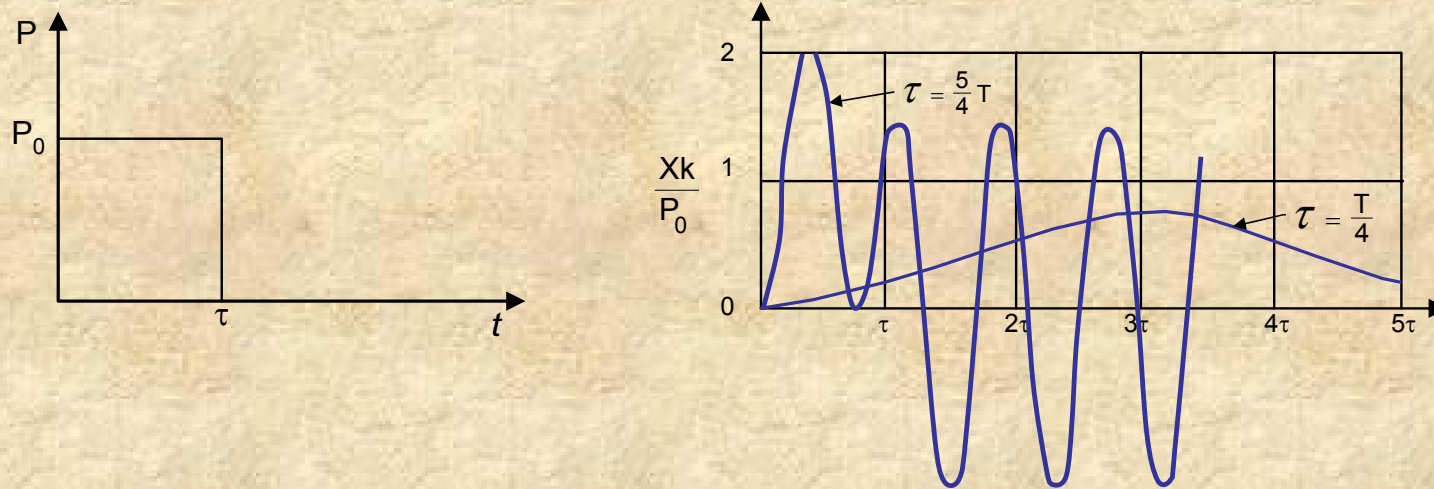


FIGURA 2.12 RESPUESTA A UNA CARGA PULSO

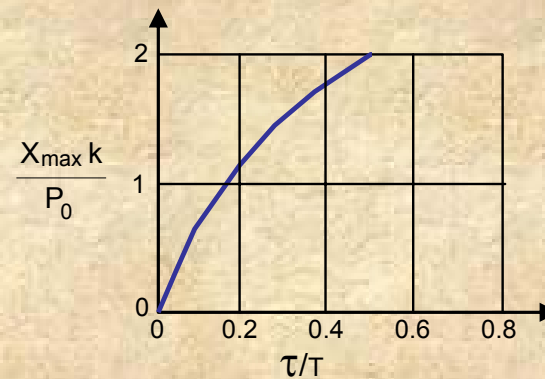


FIGURA 2.13 MÁXIMA RESPUESTA A UNA CARGA PULSO

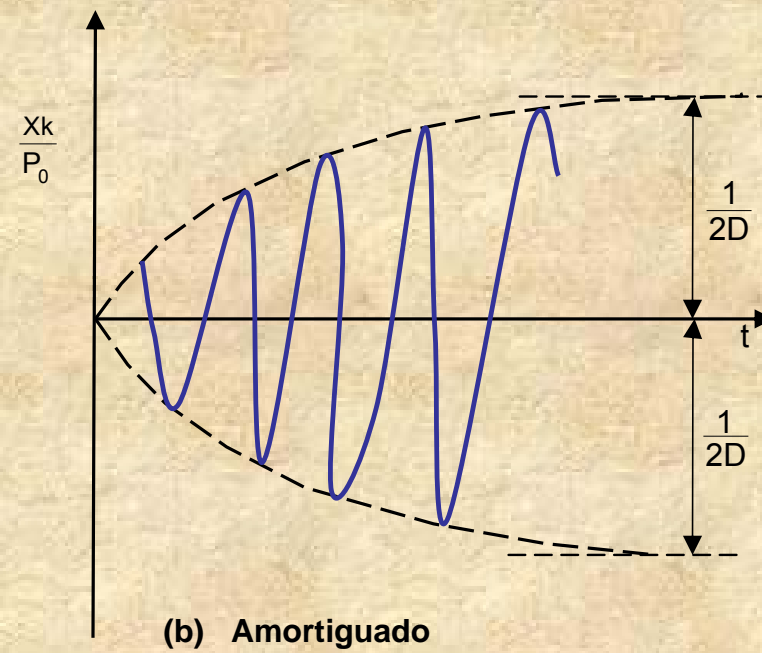
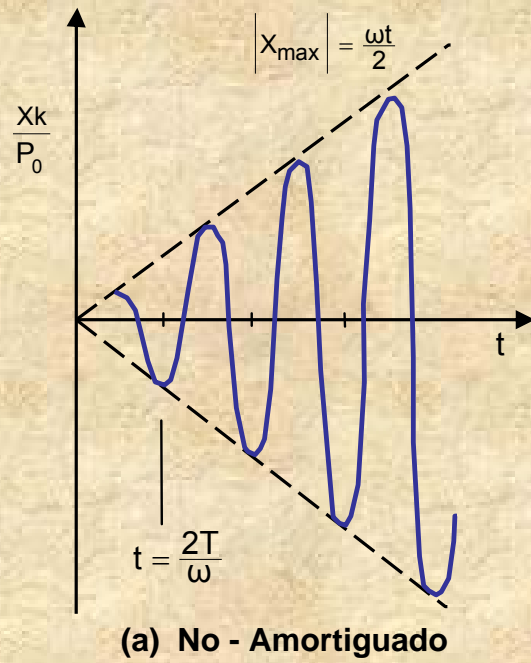


FIGURA 2.14 AUMENTOS DE LA CONDICIÓN INICIAL DE REPOSO PARA FUERZAS SINUSOIDAL CON $\Omega = \omega$

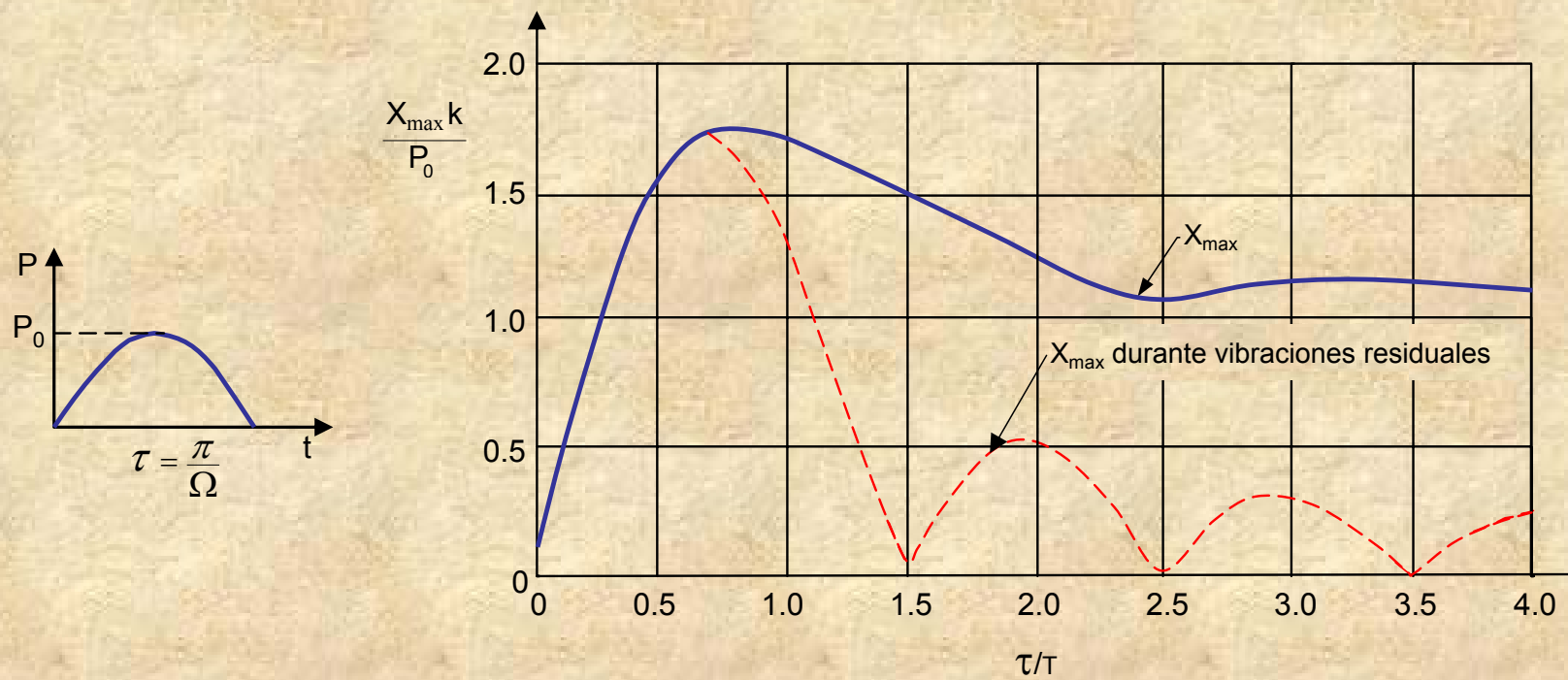


FIGURA 2.15 MÁXIMA RESPUESTA PARA PULSO SENO MEDIO

VIBRACIONES FORZADAS PRODUCIDAS POR MOVIMIENTOS PERIÓDICOS DE CIMENTACIÓN

$$M\ddot{y} + \delta \dot{y} + ky = -M\ddot{s}$$

Movimientos sinusoidales de cimentación

$$S = S_0 \text{ sen } \Omega t \quad P_0 \rightarrow = -M S_0 \Omega^2$$

$$y_0 = S_0 \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \text{ DLF}$$

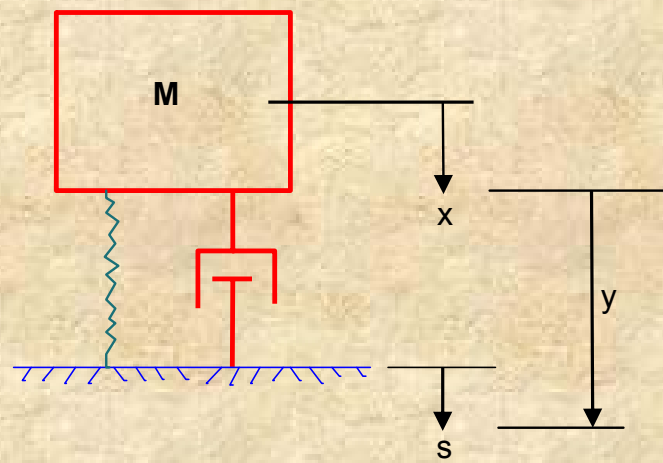


FIGURA 2.16 SISTEMA MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR CON MOVIMIENTO DE APOYO

VIBRACIONES DEBIDAS A MOVIMIENTOS TRANSITORIOS DE CIMENTACIÓN

Movimiento seno-verso

Espectro de respuesta

Varios pulsos de seno-verso

Dos movimientos superpuestos

Efecto del amortiguamiento

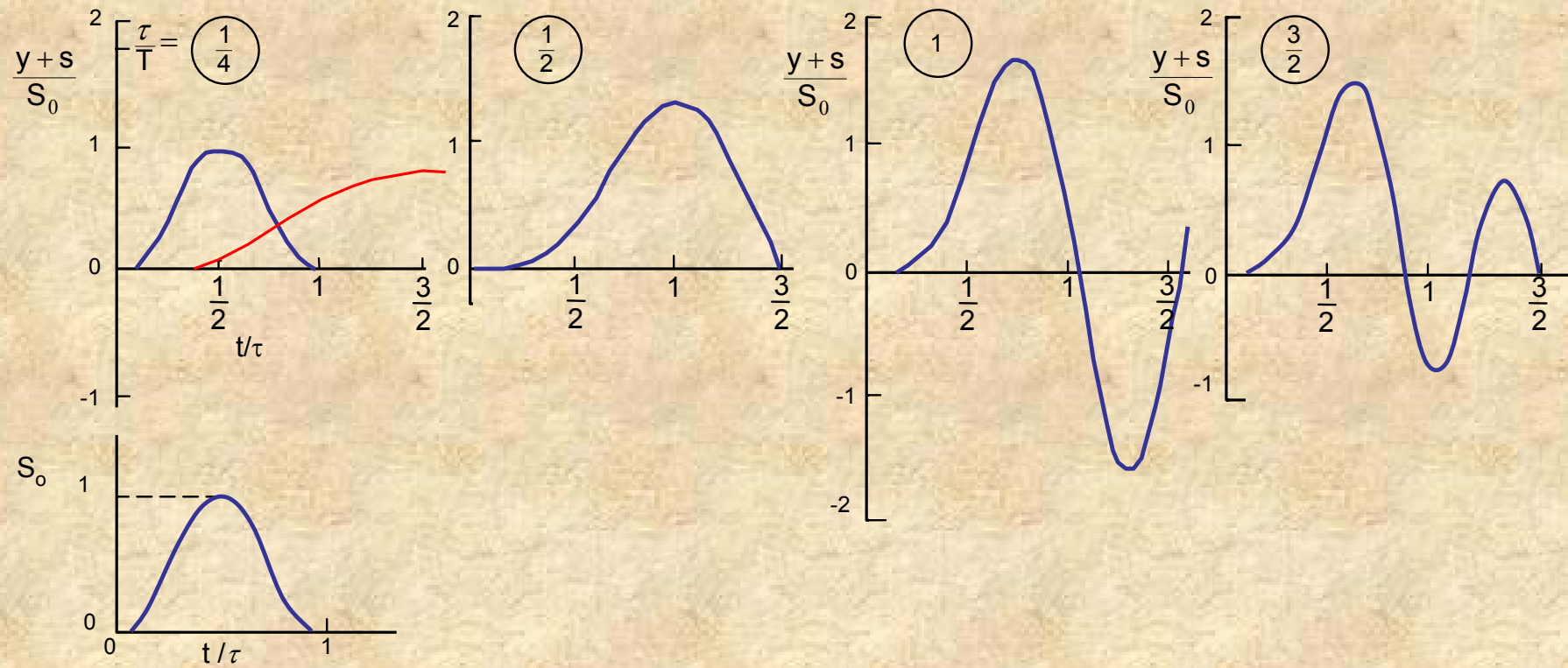


FIGURA 2.17 RESPUESTAS TÍPICAS A UN MOVIMIENTO DE CIMENTACIÓN SENO VERSO (UN CICLO)

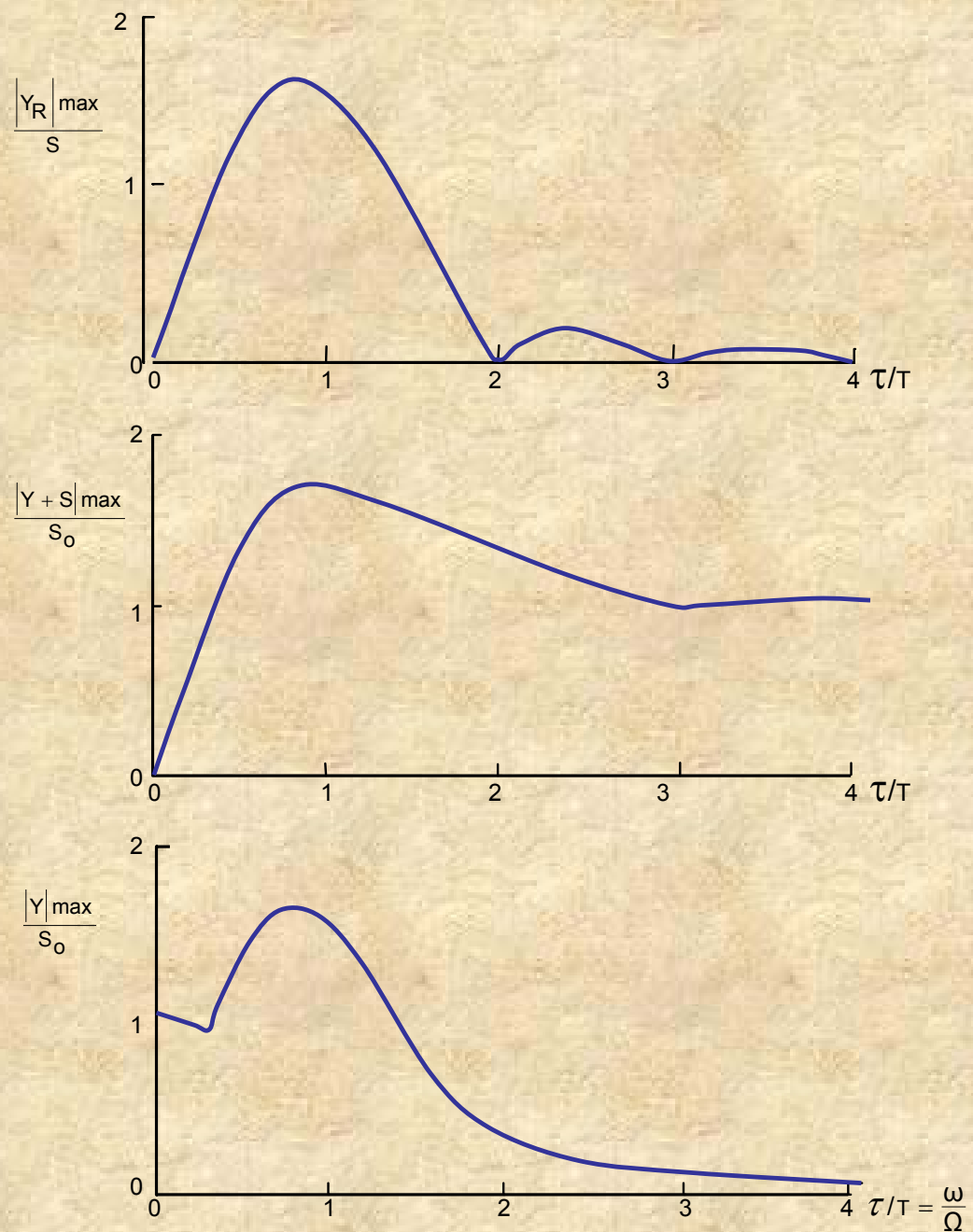


FIGURA 2.18 CURVAS DE RESPUESTA PARA UN MOVIMIENTO DE CIMENTACIÓN SENO VERSO (UN CICLO)

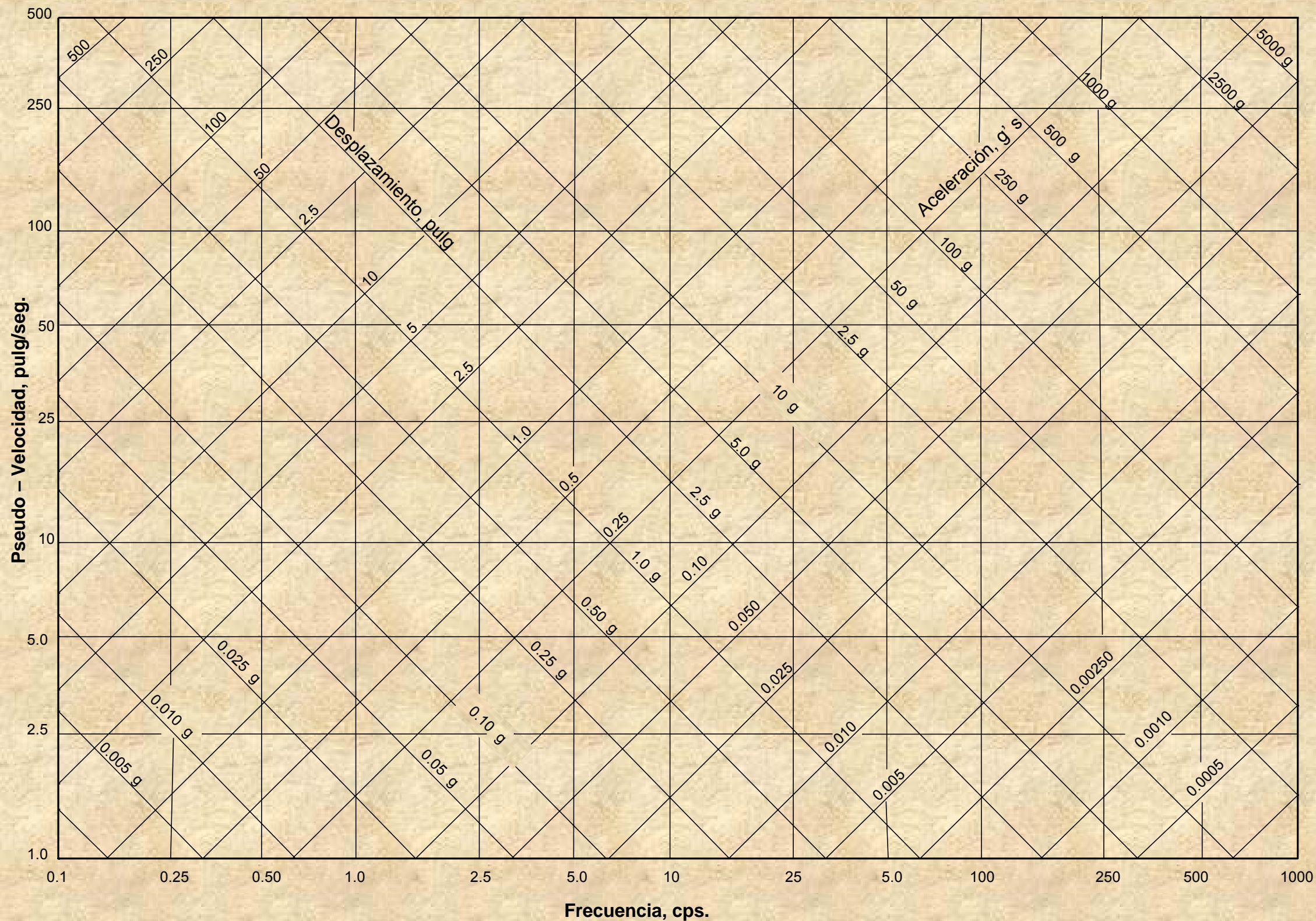


FIGURA 2.19 LAMINA ESPECTRAL PARA GRAFICAR EL ESPECTRO DE RESPUESTA

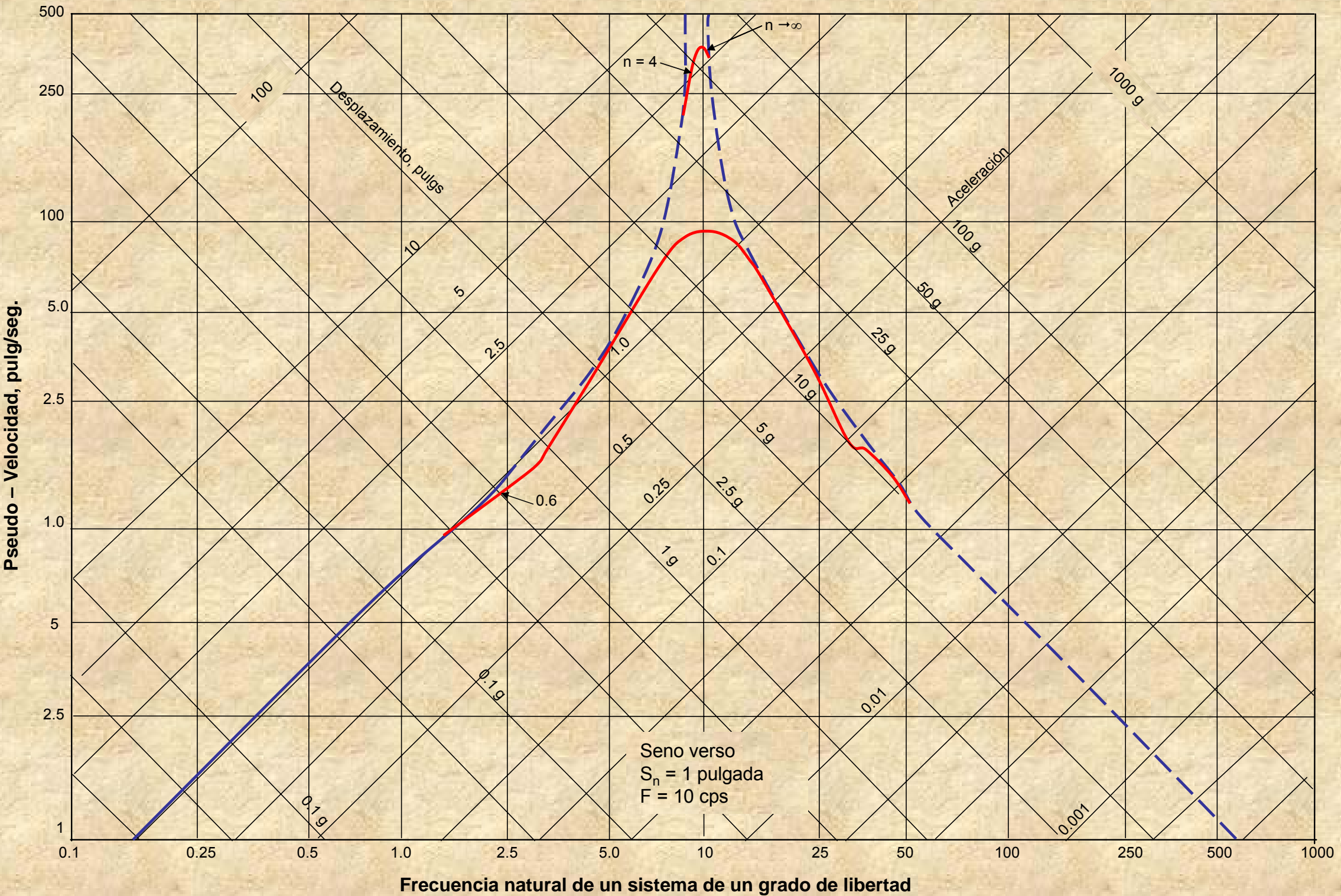


FIGURA 2.20 ESPECTRO DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTO DE CIMENTACIÓN SENSO VERSO

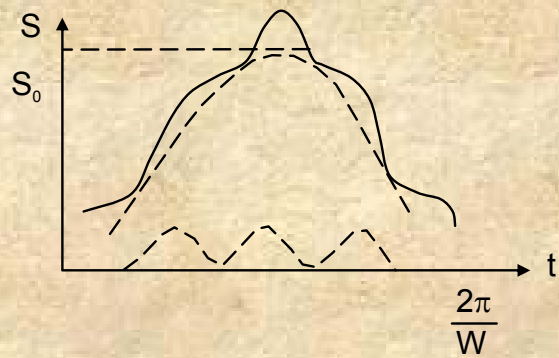


FIGURA 2.21 DOS MOVIMIENTOS SENO VERSO SUPERIMPUESTOS

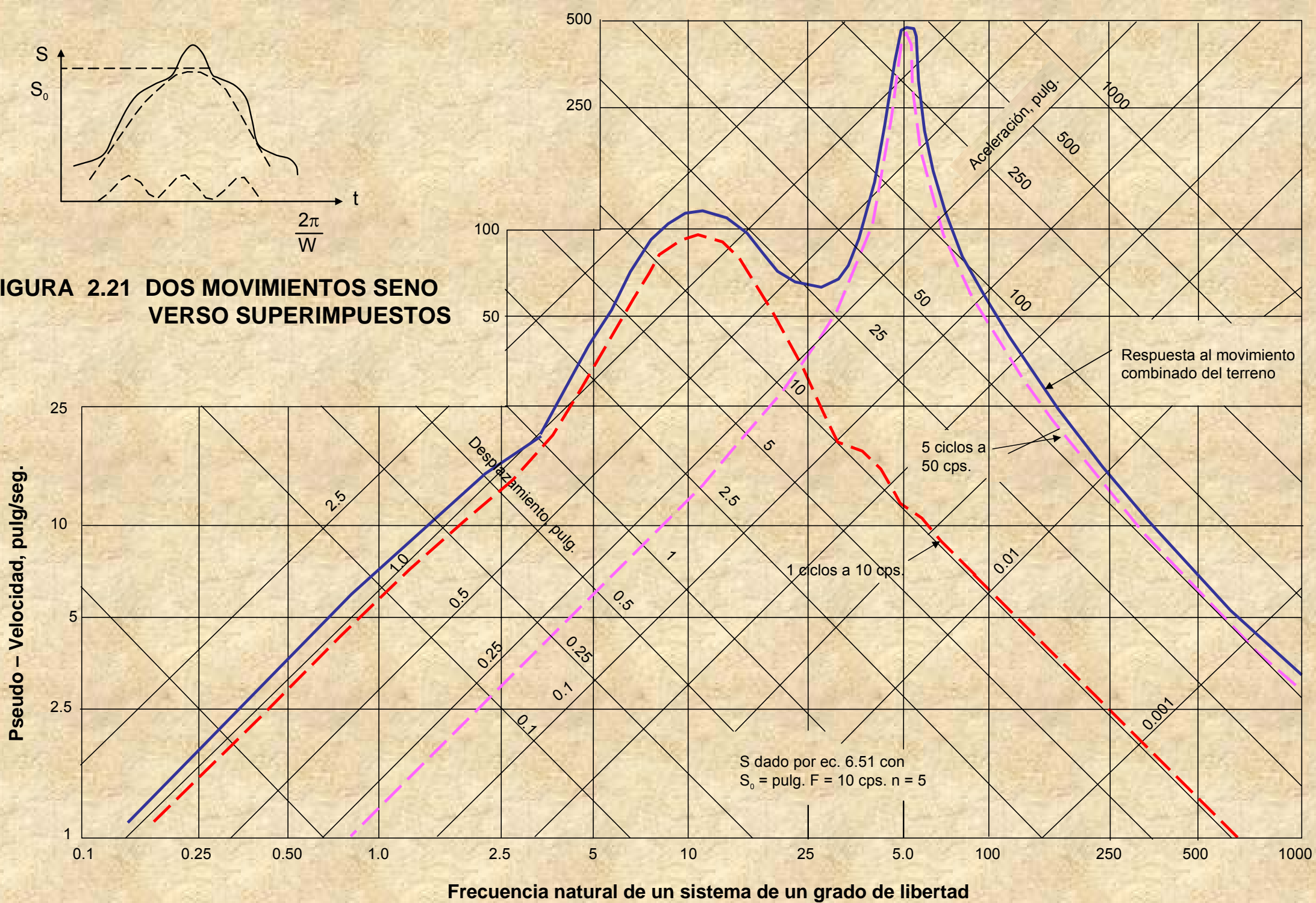


FIGURA 2.22. ESPECTROS DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTOS DEL TERRENO SENO VERSO SUPERIMPUESTOS

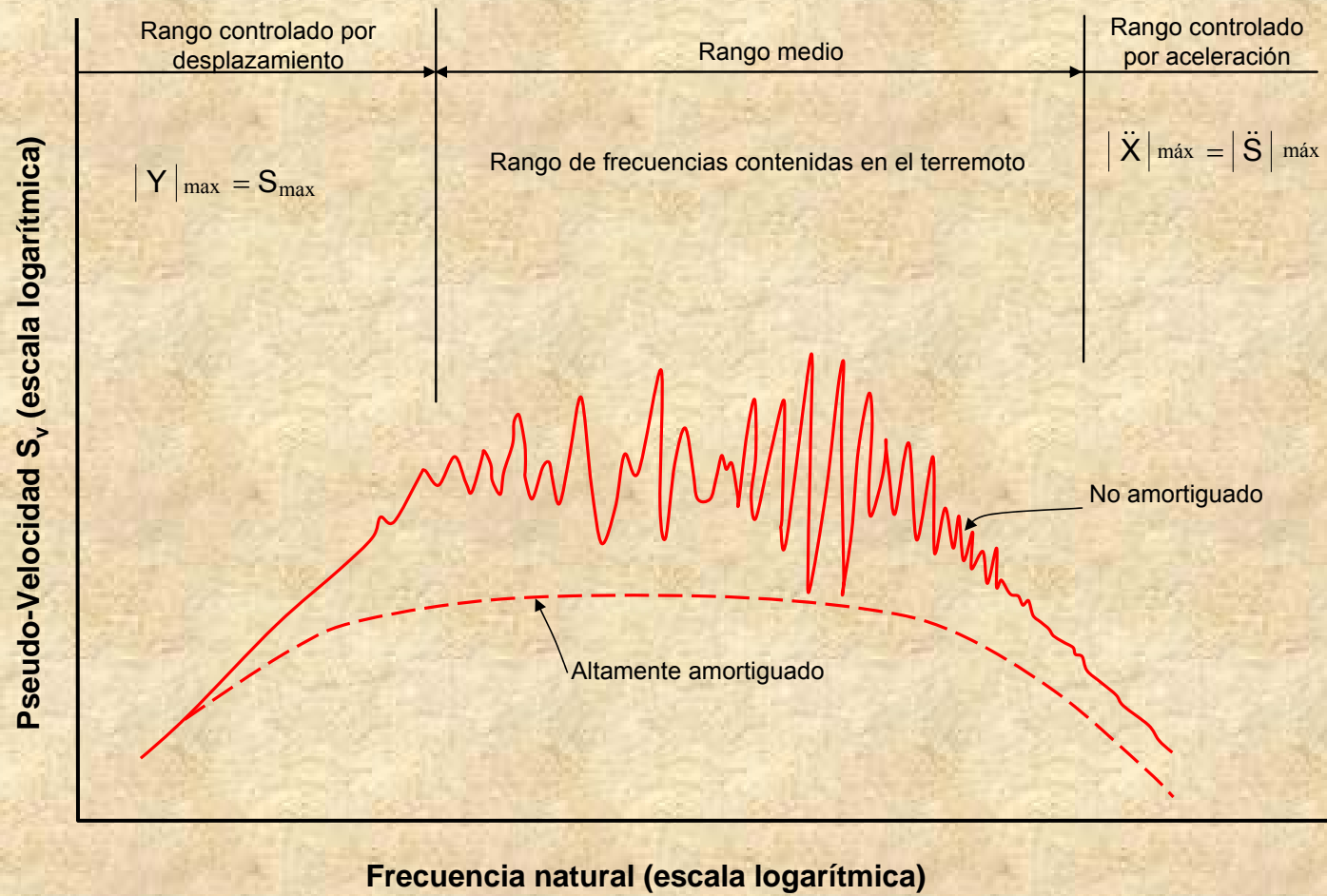
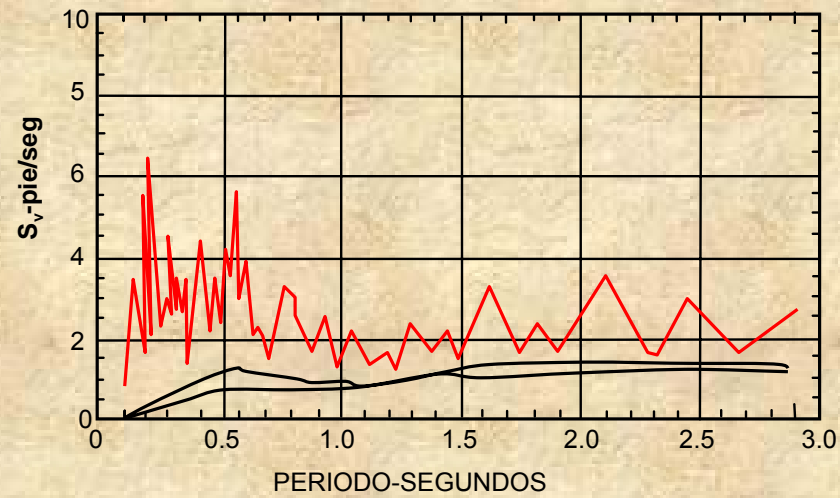
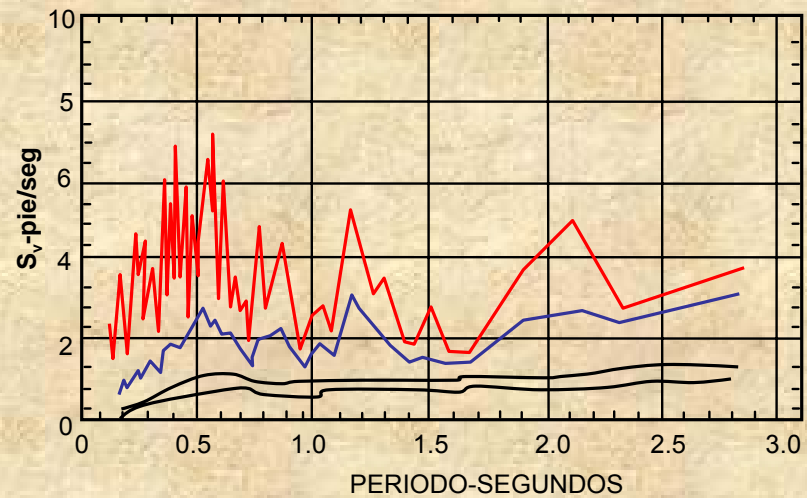


FIGURA 2.23 CARACTERÍSTICAS DEL ESPECTRO DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTOS TRANSITORIOS DEL TERRENO CONTENIENDO MUCHAS FRECUENCIAS



**Espectro de Velocidad para el Sismo de Olympia, Washigton, 13 de Abril 1949
Componente S 80° W**



**Espectro de Velocidad para el Sismo de El Centro, 18 de Mayo 1940
Componente E-W**

FIGURA 2.24 ESPECTRO DE RESPUESTA DE SISMOS REALES

Capítulo III

SISTEMAS LINEALES DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

INTRODUCCIÓN

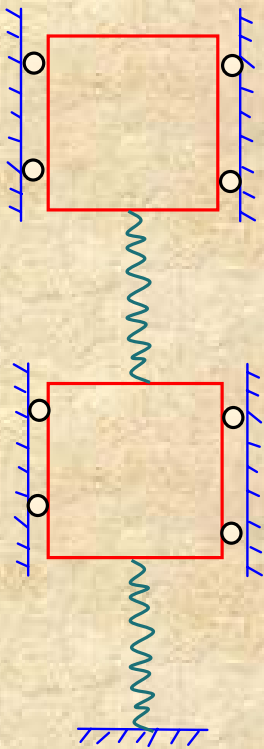
Con un sistema de dos grados de libertad, la respuesta dinámica puede evaluarse por solución directa de las ecuaciones diferenciales. Para más grados de libertad es tedioso obtener soluciones directas, por lo que se utiliza el método de los modos.

VIBRACIÓN LIBRE DE SISTEMAS DE DOS GRADOS DE LIBERTAD

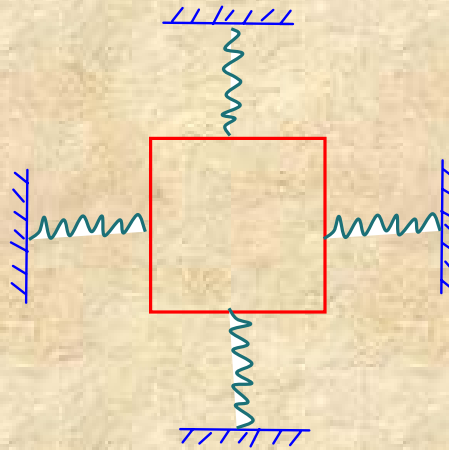
Vibración Libre de Sistema no Amortiguado de 2 Masas

Vibración Libre Acoplada de Sistema no Amortiguado de 1 Masa

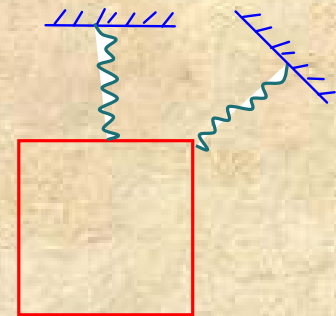
Vibraciones Libres con Amortiguamiento



1 Dos masas, cada una con un grado de libertad



2a Una masa, con dos grados de libertad independientes



2b Una masa, con dos grados de libertad acoplados

FIGURA 3.1. SISTEMAS CON DOS GRADOS DE LIBERTAD

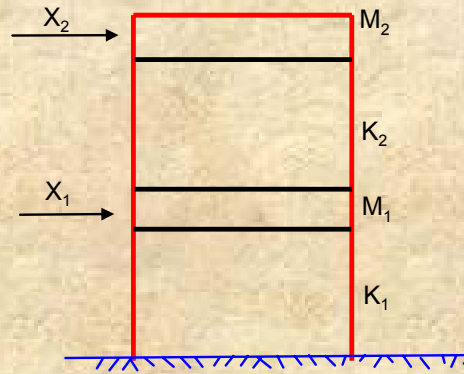


FIGURA 3.2. EDIFICIO DE DOS PISOS CON COLUMNAS QUE RESISTEN MOMENTOS

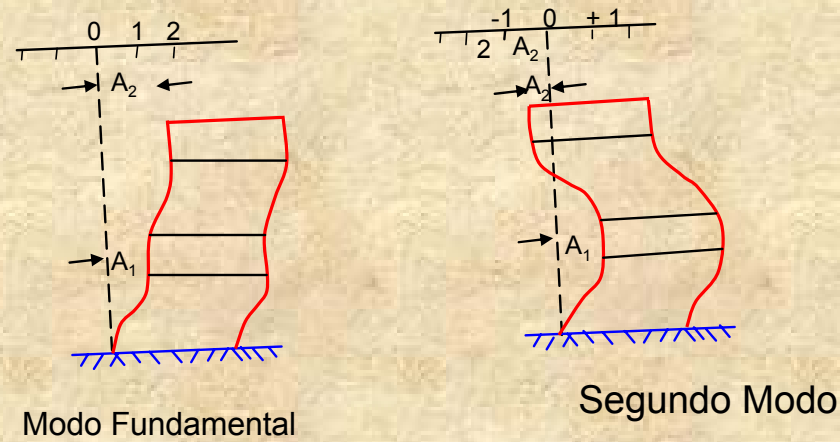


FIGURA 3.3. PATRÓN DE DISTORSIÓN PARA MODOS NORMALES DE VIBRACIÓN (EJEMPLO 3.1)

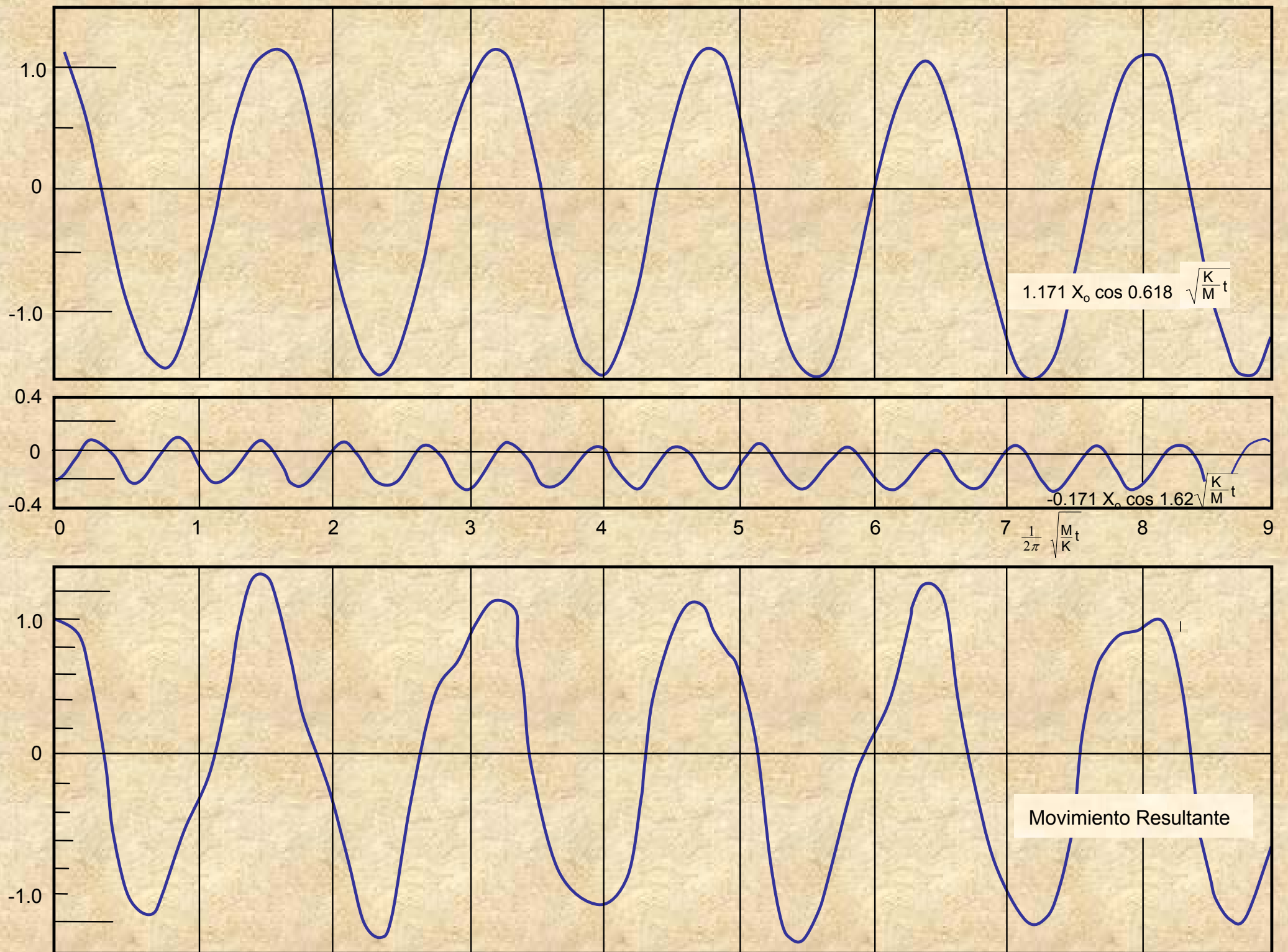


FIGURA 3.4. MOVIMIENTO DE LA MASA SUPERIOR EN EL EJEMPLO 3.1

VIBRACIONES DE SISTEMAS FORZADOS DE 2 GDL POR CARGAS PERIÓDICAS

Vibraciones Forzadas Acopladas de Sistema no Amortiguado
de una Masa

Vibración Forzada Acoplada de Sistema de una Masa
Amortiguada

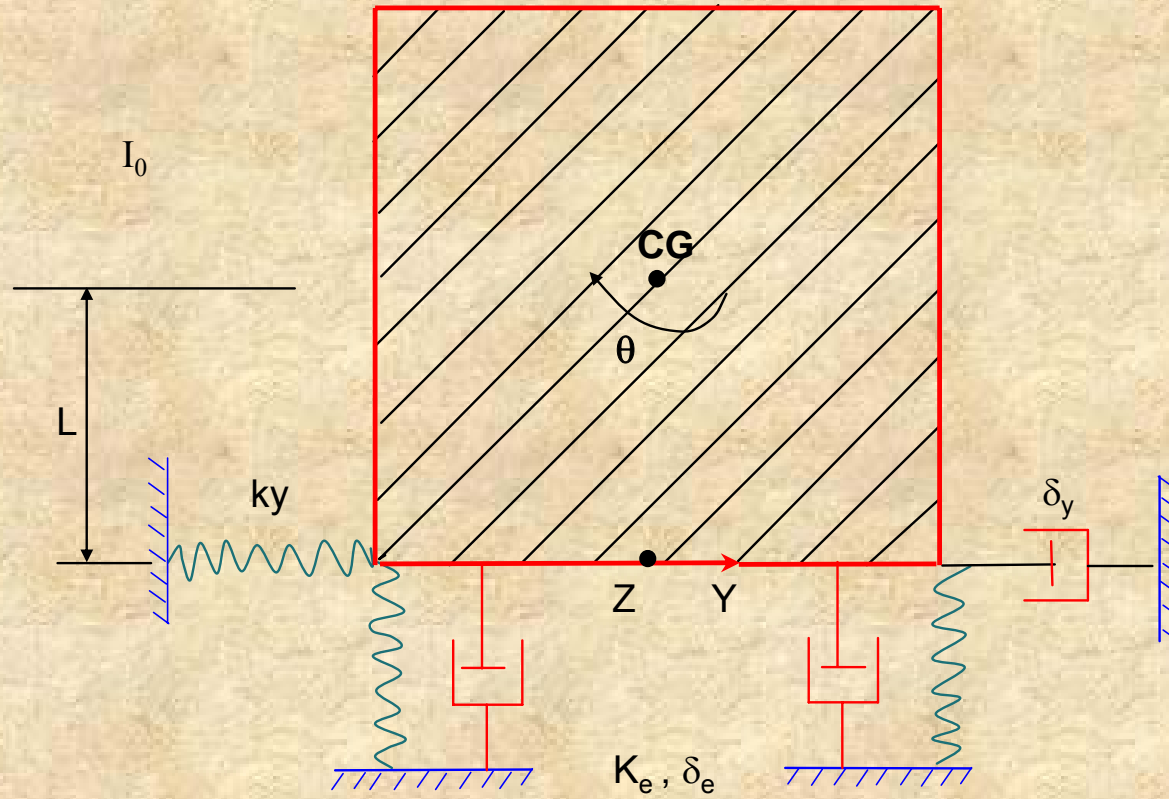


FIGURA 3.5. SISTEMA CON MOVIMIENTOS HORIZONTAL Y CABECEO ACOPLADOS

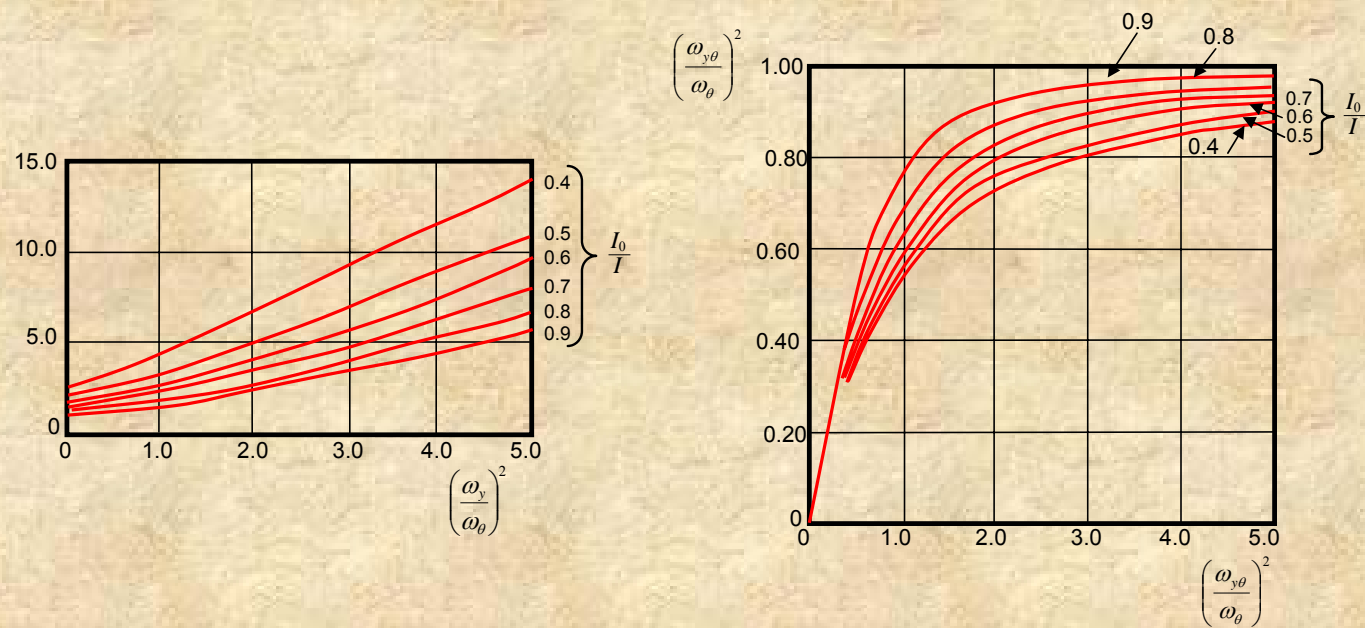


FIGURA 3.6 GRÁFICO PARA DETERMINAR LAS DOS FRECUENCIAS NATURALES ACOPLADAS

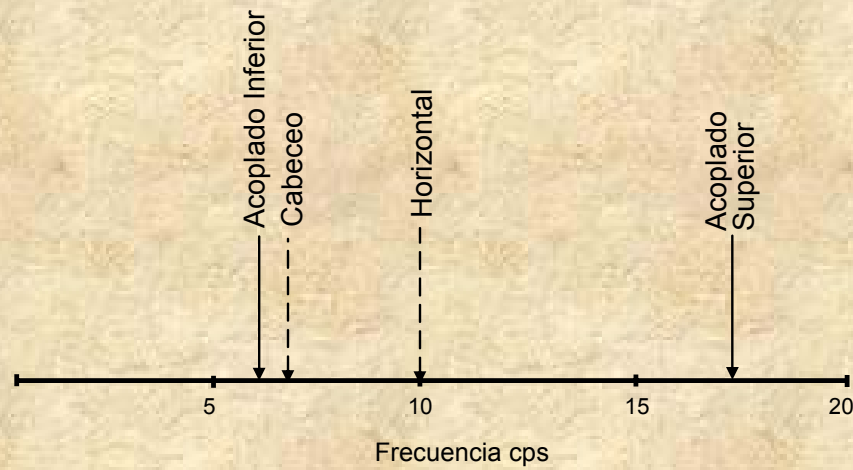
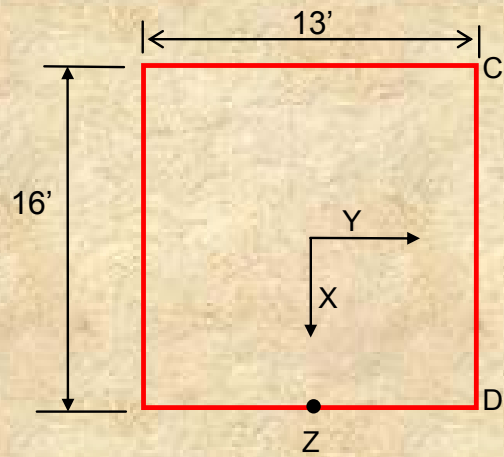


FIGURA 3.7 FRECUENCIAS NATURALES EN EL EJEMPLO 3.2



E_n C

$$X_c = (8.5) \theta = 0.0483 (\cos 37.9t - \cos 1.09 t) \text{ en pies}$$

$$Y_c = Y + 16 (\theta) = 0.1199 \cos 37.9t - 0.0199 \cos 1.09 t \text{ en pies}$$

E_n D

$$X_D = X_c$$

$$Y_D = Y = 0.0291 \cos 37.9 t + 0.0709 \cos 1.09 t \text{ en pies}$$

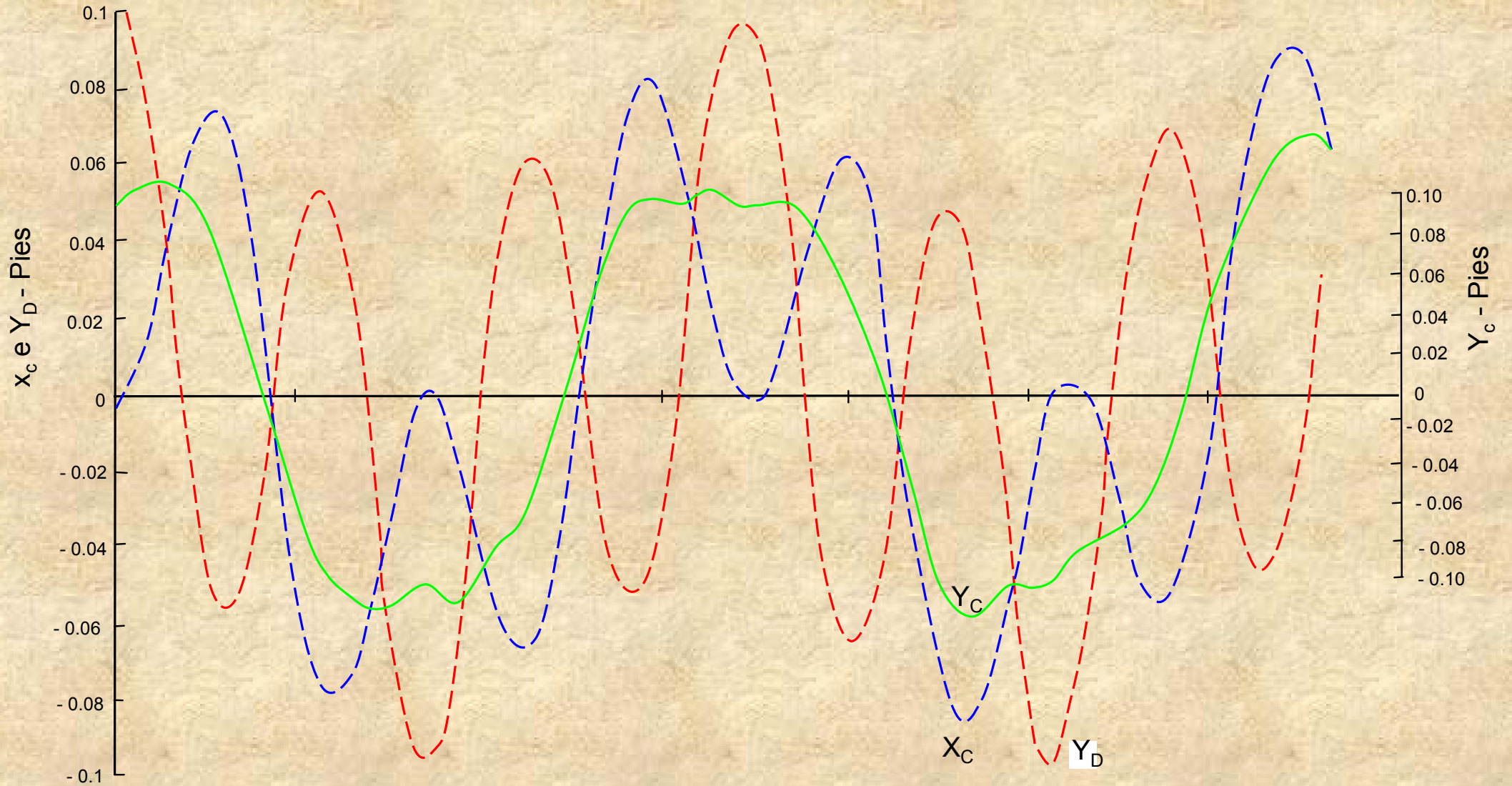


FIGURA 3.8. MOVIMIENTOS EN EL EJEMPLO 3.2

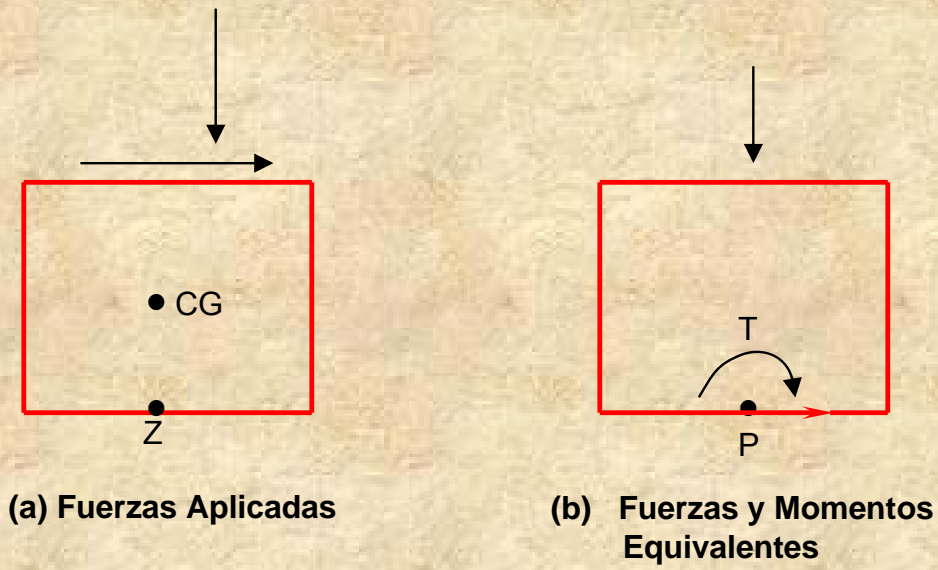


FIGURA 3.9. FUERZAS APLICADAS AL SISTEMA CON MOVIMIENTOS ACOPLADOS

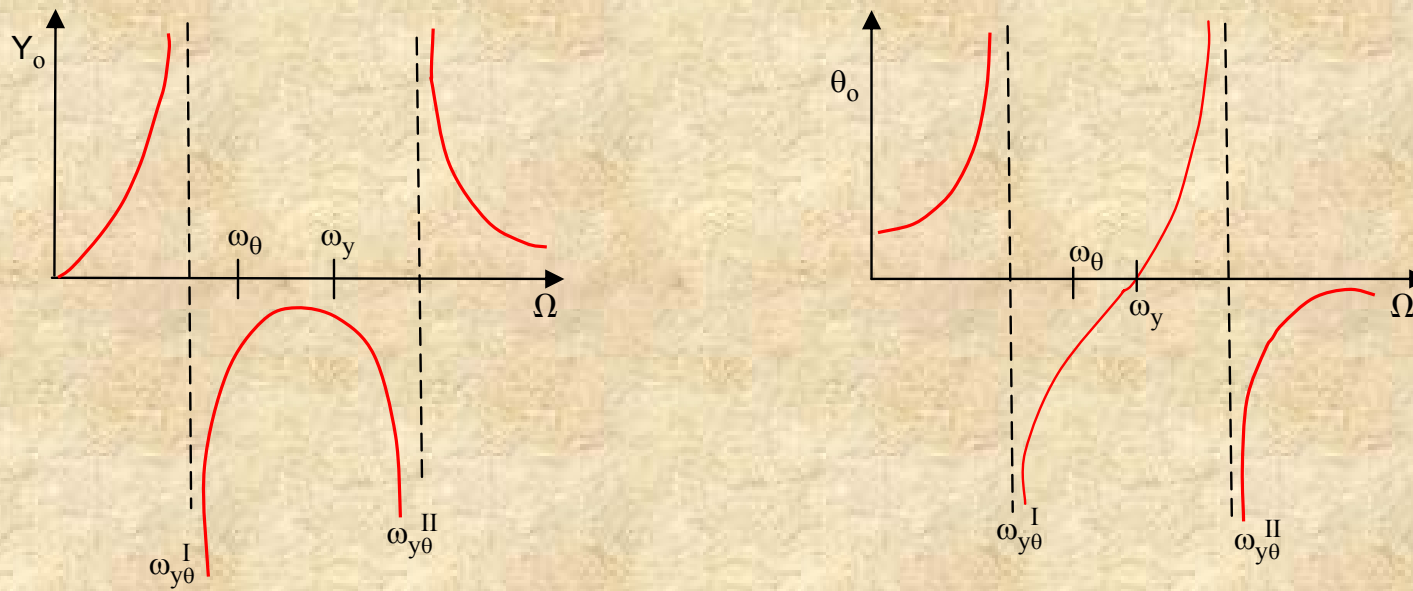
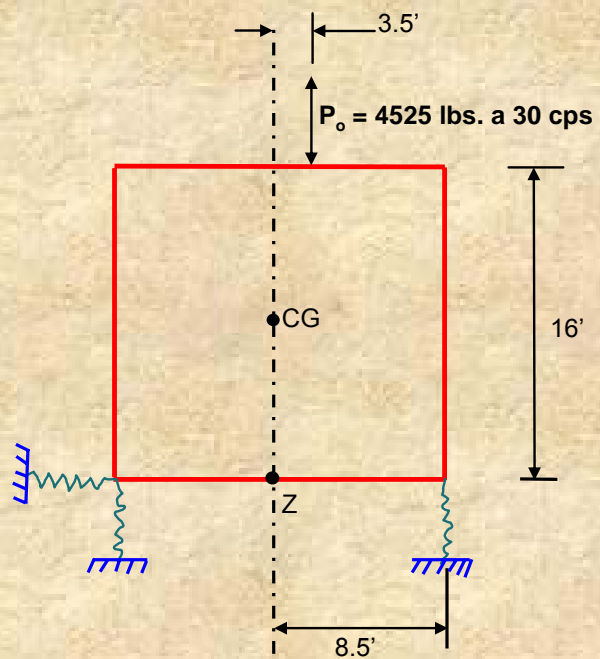


FIGURA 3.10. NATURALEZA GENERAL DE LAS CURVAS DEL FACTOR DE CARGA DINÁMICA DE MOVIMIENTOS ACOPLADOS



Movimiento en C (en 10^{-4} pulg) en el momento que la fuerza es máxima hacia arriba

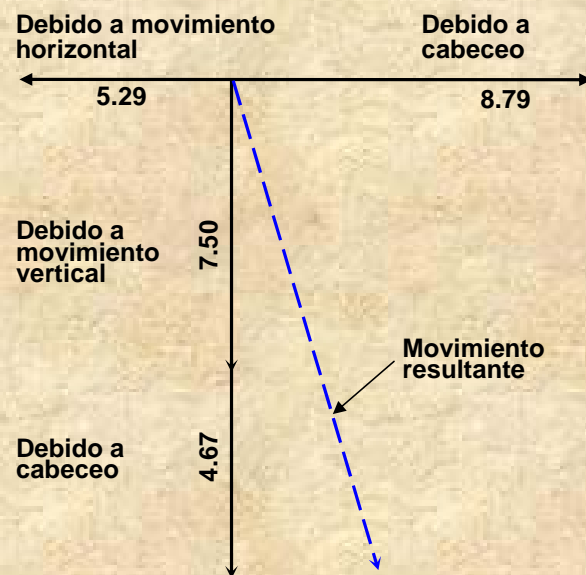


FIGURA 3.11. FUERZA APLICADA Y MOVIMIENTO RESULTANTE EJEMPLO 3.3

ANÁLISIS MODAL DE SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Conceptos Básicos

Aplicación a Problemas Sísmicos

Para Fuerzas Aplicadas a las Masas

Para Movimiento de la Cimentación

Respuesta de Sistema 2 GDL por Superposición Modal

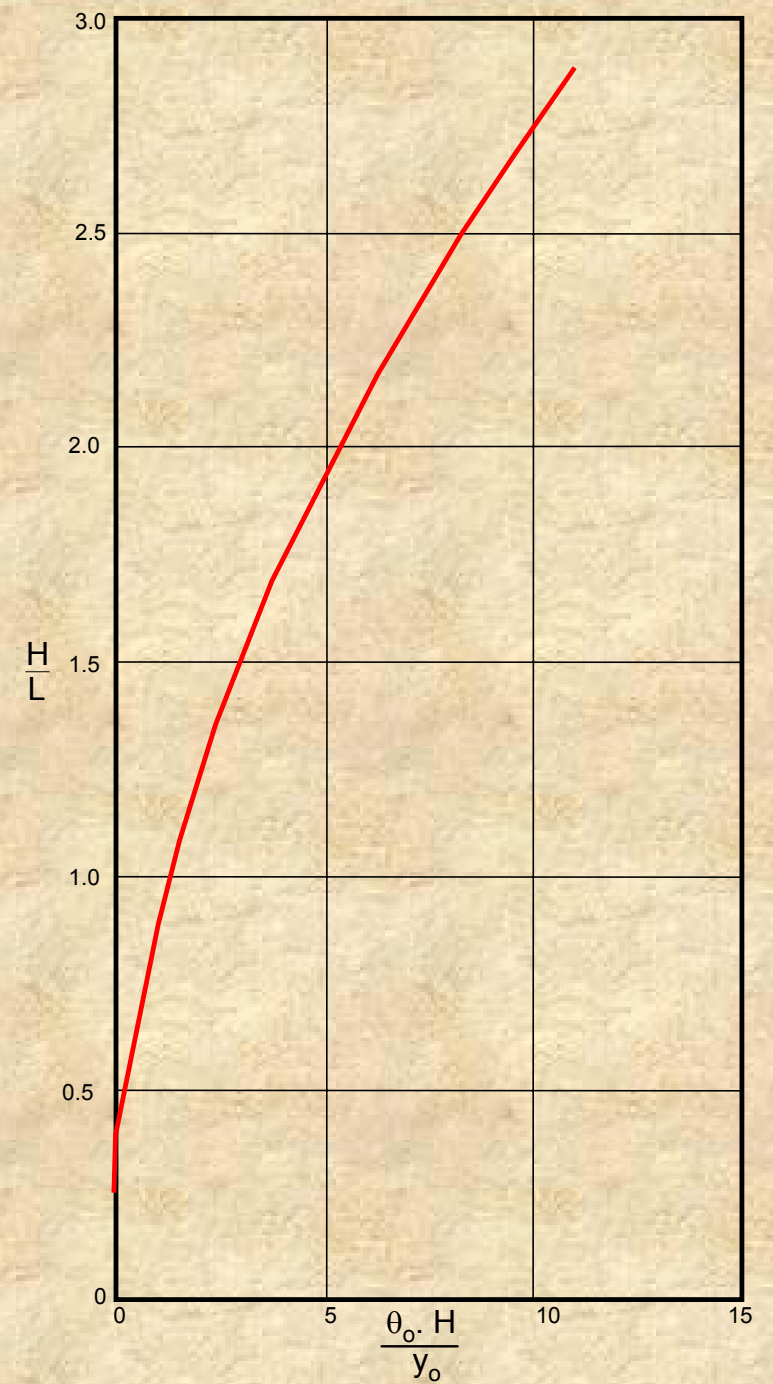
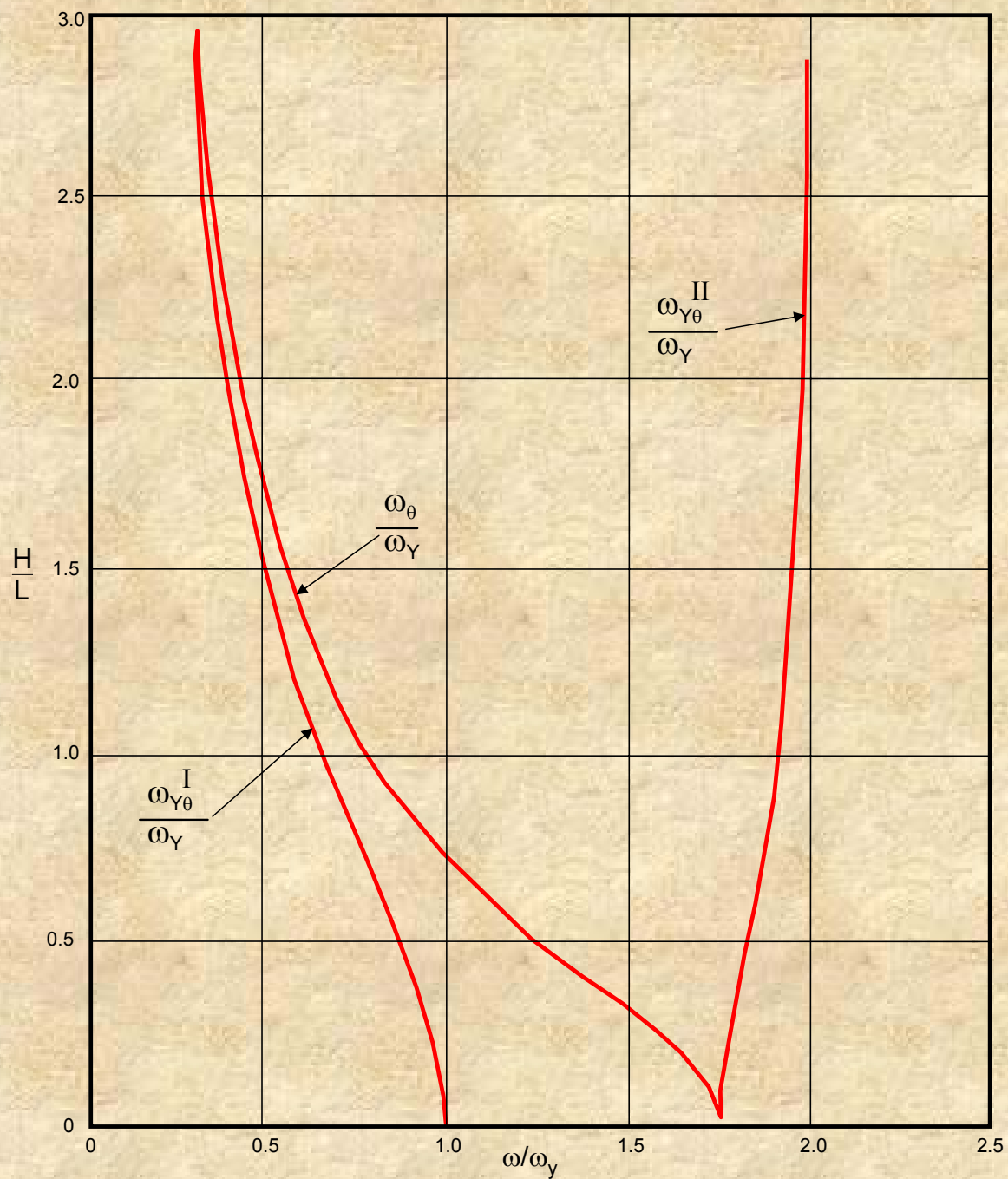


FIGURA 1: IMPORTANCIA RELATIVA DE TRASLACIÓN Y CABECEO DE BLOQUE DE CIMENTACIÓN RECTANGULAR ($L/B=2$) EN LA SUPERFICIE DE CUERPO ELÁSTICO ($\nu = 0.35$)

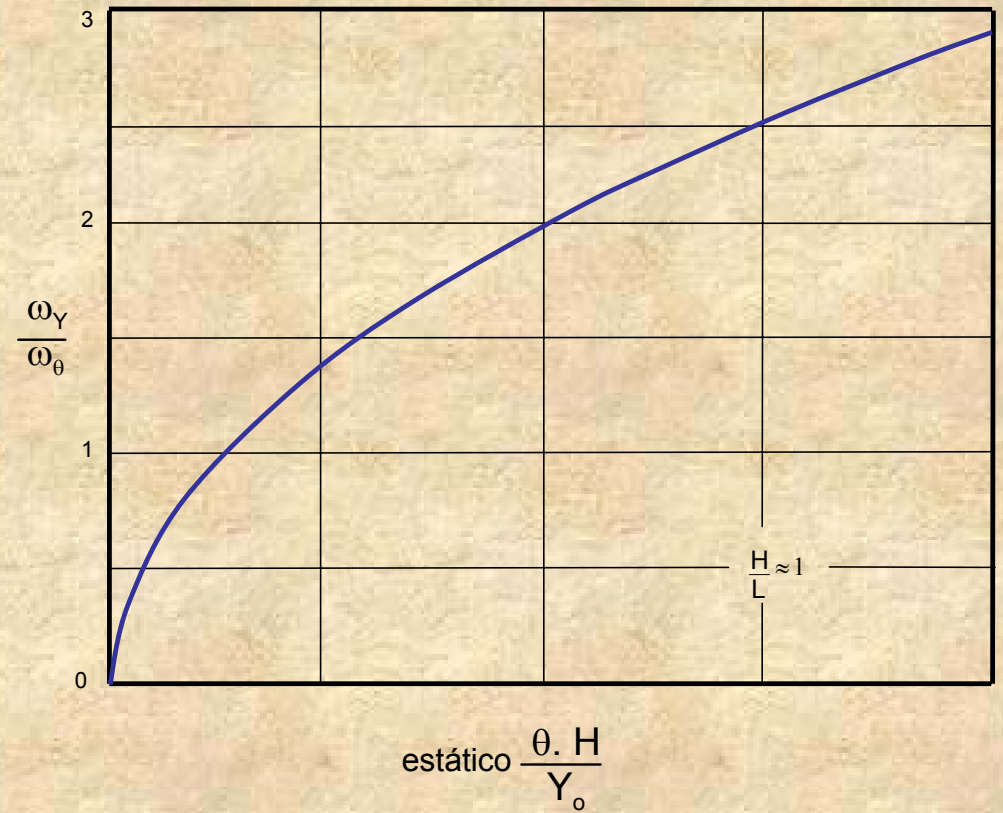
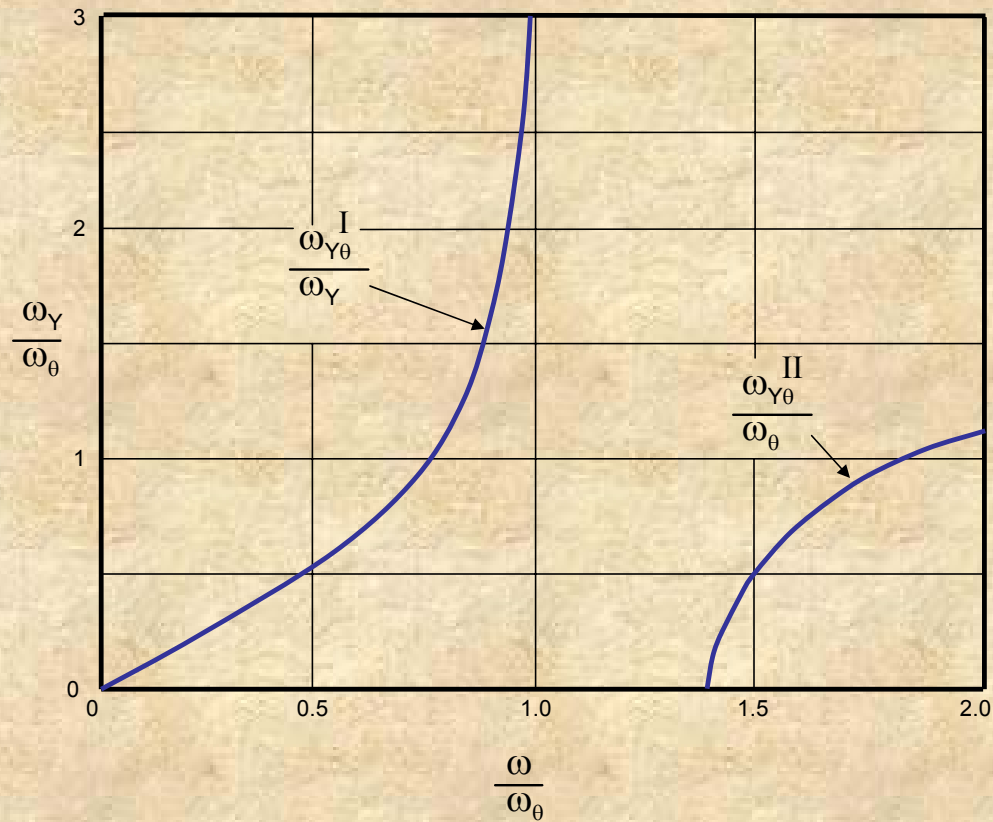


FIGURA 2. EFECTO DE LA FRECUENCIA HORIZONTAL RESONANTE EN LA RESPUESTA DE UN BLOQUE DE CIMENTACIÓN RECTANGULAR ($I/I_0 = 2$) SUJETO A CABECEO

Capítulo IV

PROPAGACIÓN DE ONDAS

INTRODUCCIÓN

Estudio de la propagación de ondas en semiespacios infinitos homogéneos o estratificados, así como en barras de longitud finita.

Se presentan los fundamentos de propagación de ondas que se requieren para el manejo de los conceptos que se tratan en la dinámica de suelos.

PROPAGACIÓN DE ONDAS EN UN MEDIO INFINITO

Ondas de compresión o primarias

Ondas cortantes o secundarias

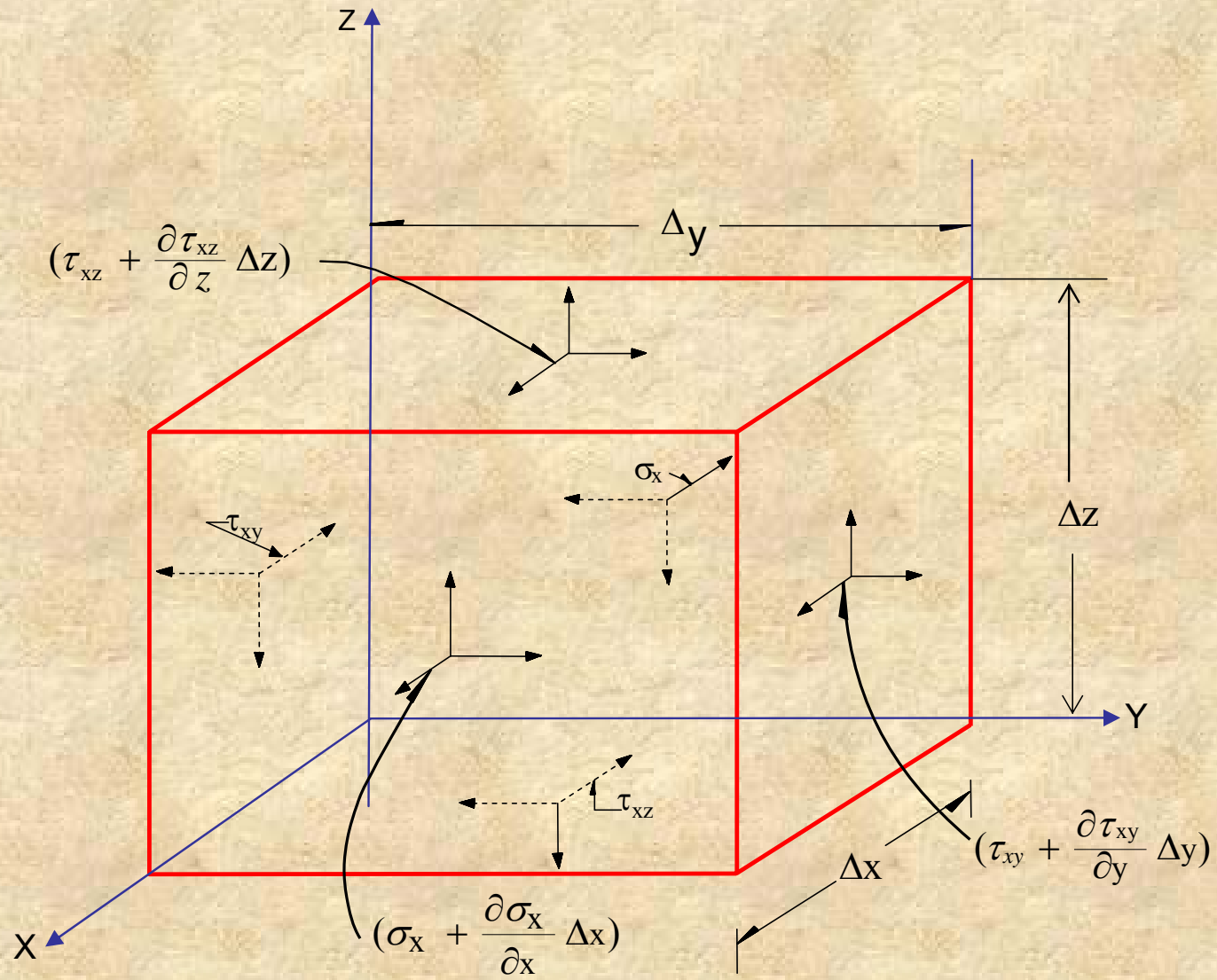


FIGURA 4.1. ESFUERZOS ACTUANDO SOBRE UN ELEMENTO PEQUEÑO

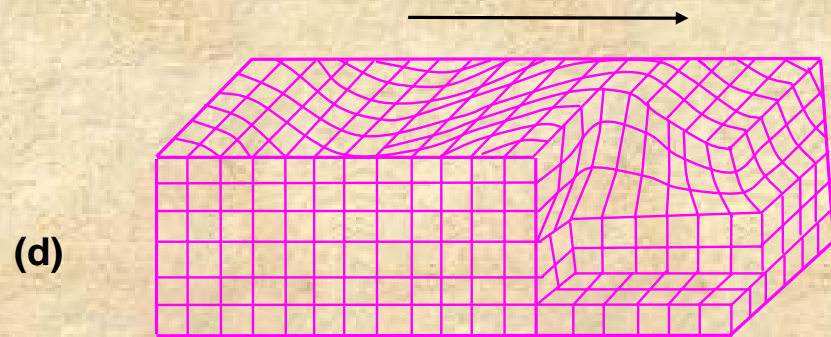
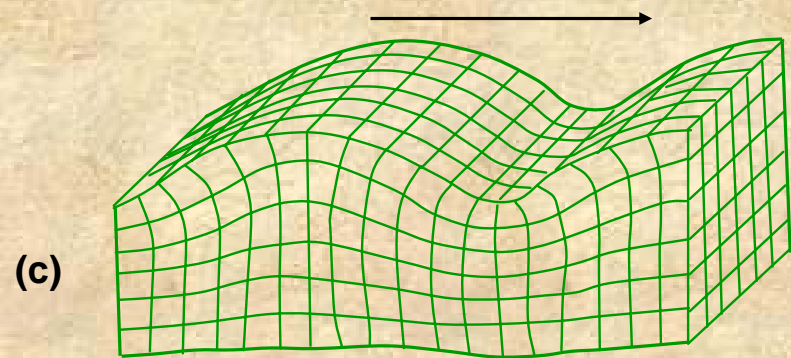
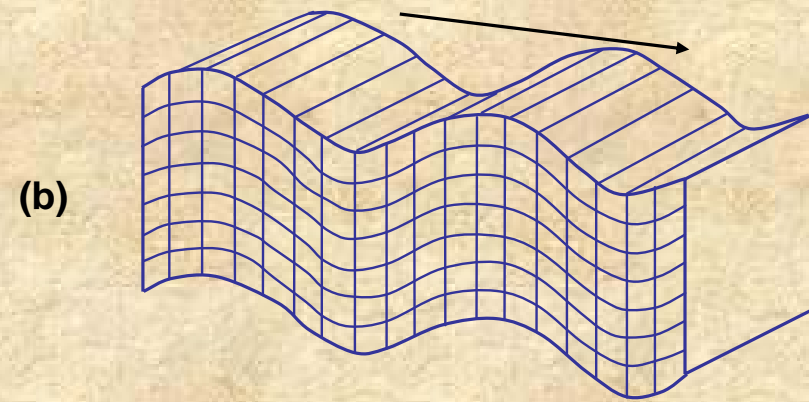
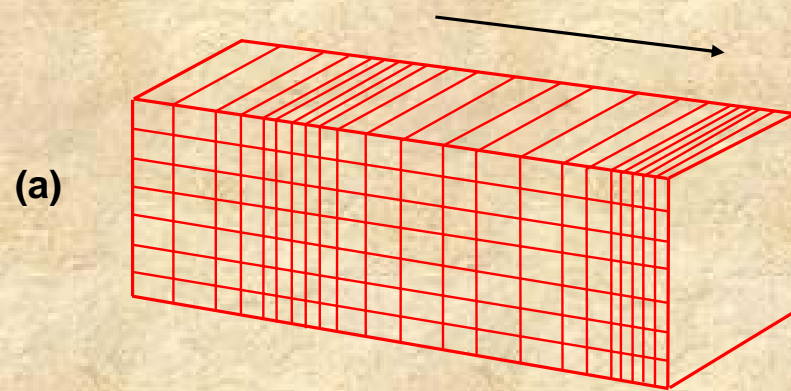


FIGURA 4.2. NATURALEZA DE LOS DESPLAZAMIENTOS DE LAS PARTÍCULAS DE UN SUELO DURANTE EL PASO DE a) ONDAS DE COMPRESIÓN P, b) ONDAS CORTANTES S, c) ONDAS RAYLEIGH R Y d) ONDAS LOVE L

PROPAGACIÓN DE ONDAS EN UN MEDIO SEMI-INFINTO

Ondas Rayleigh

Ondas Love

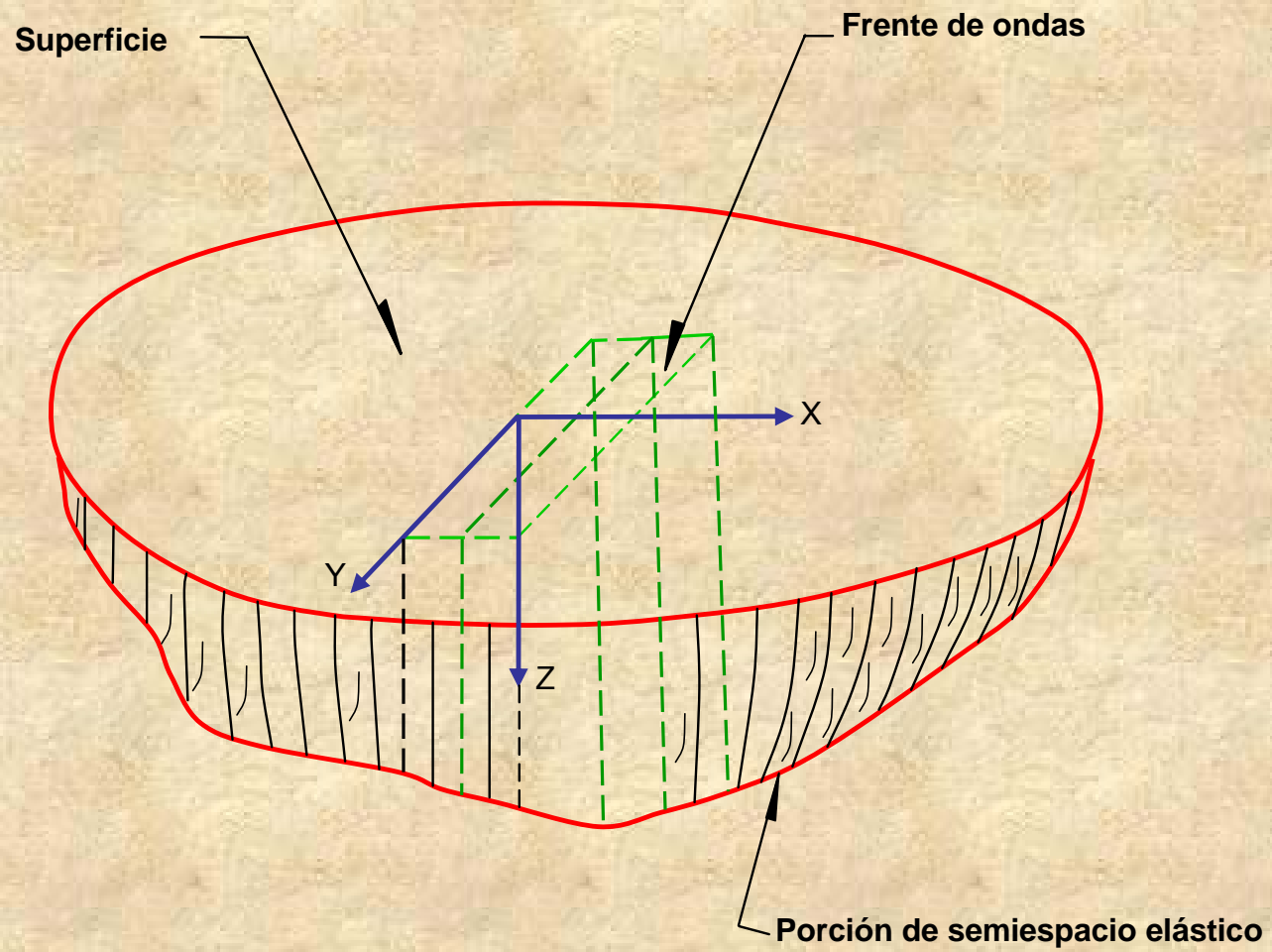


FIGURA 4.3. SISTEMA DE COORDENADAS EN UN SEMIESPACIO ELÁSTICO

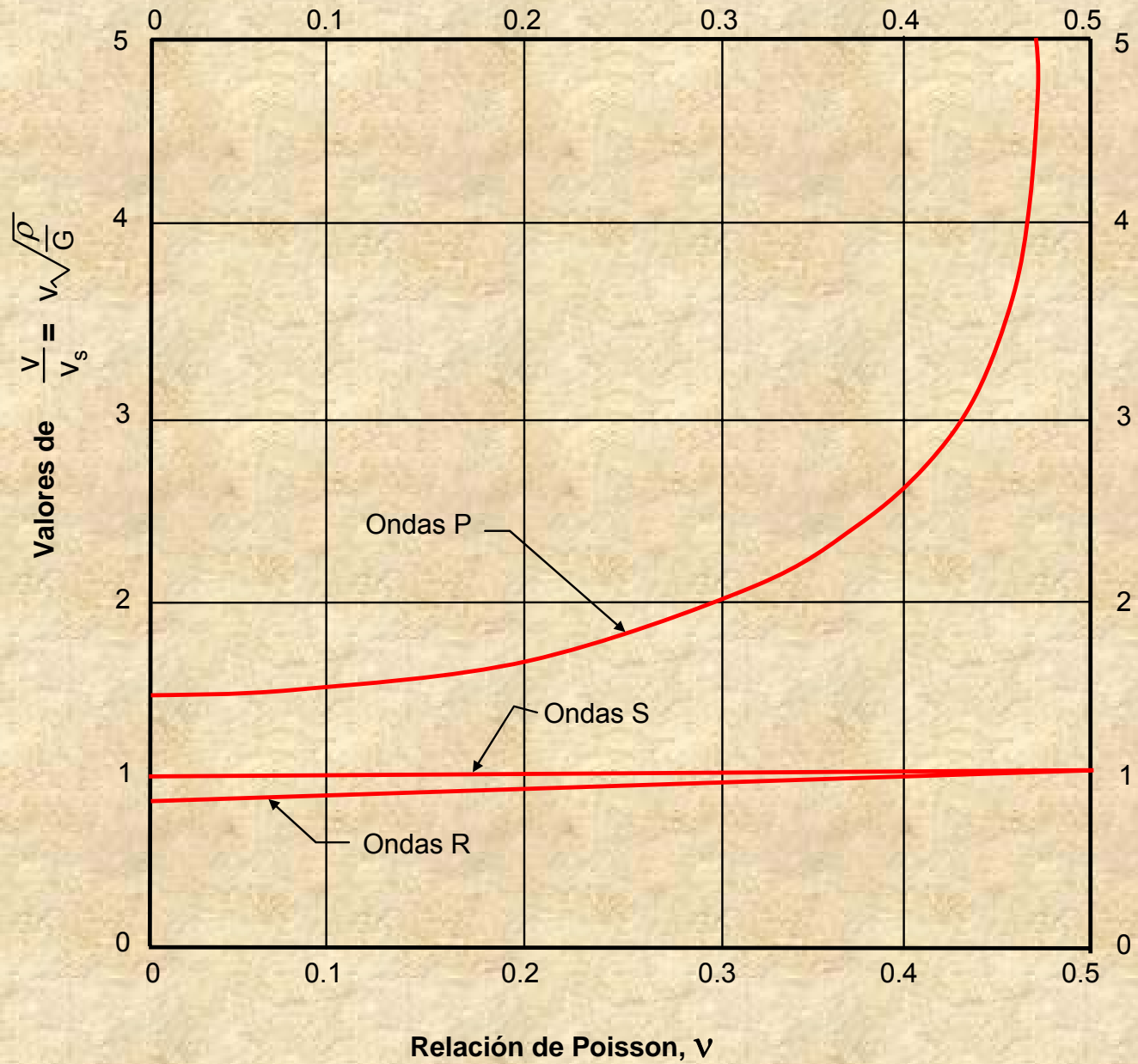


FIGURA 4.4. RELACIÓN ENTRE V_S , V_P , y V_R CON ν

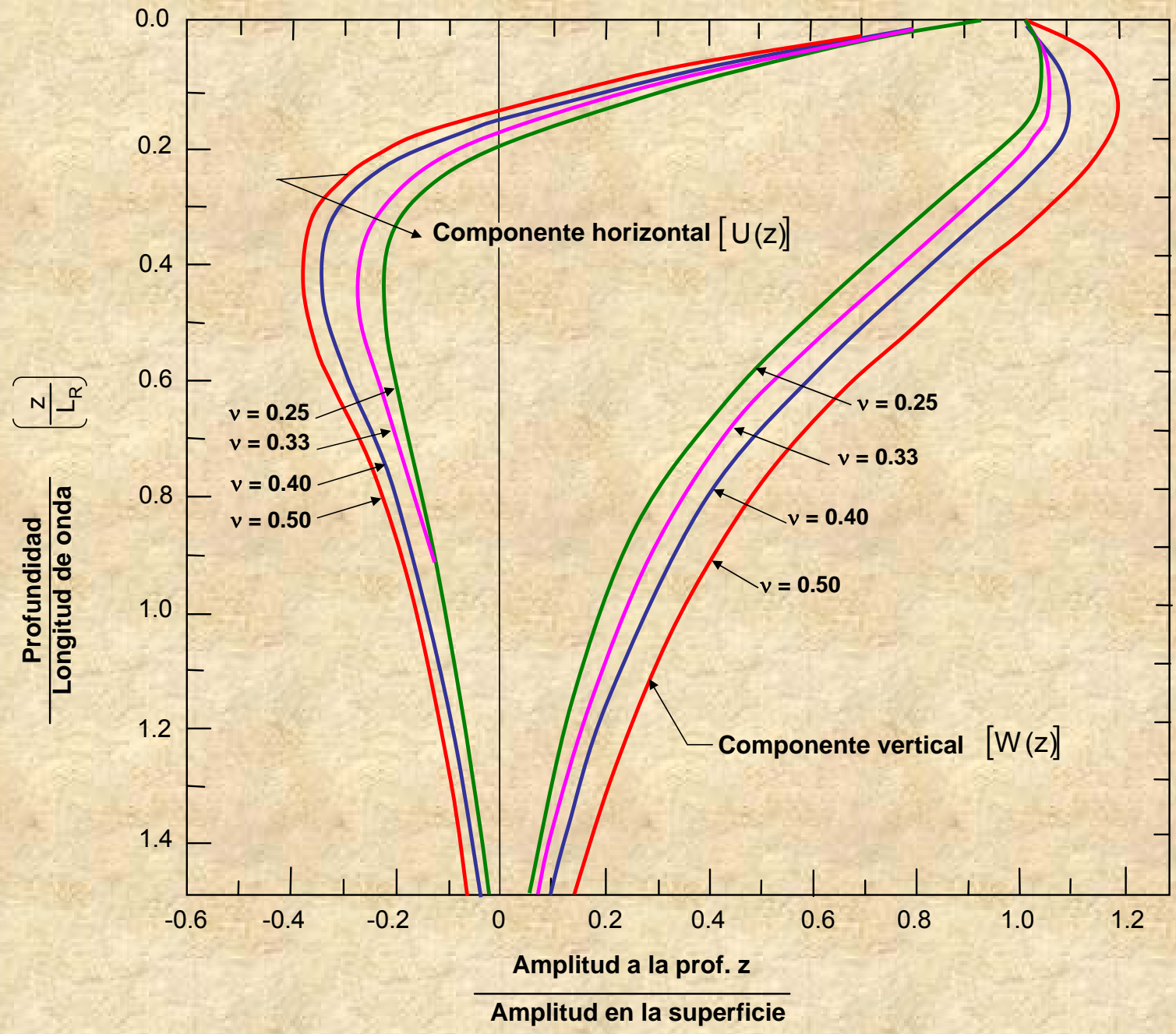


FIGURA 4.5. RELACIÓN DE LA AMPLITUD DE LAS ONDAS RAYLEIGH VS LA PROFUNDIDAD (Ref. 1)

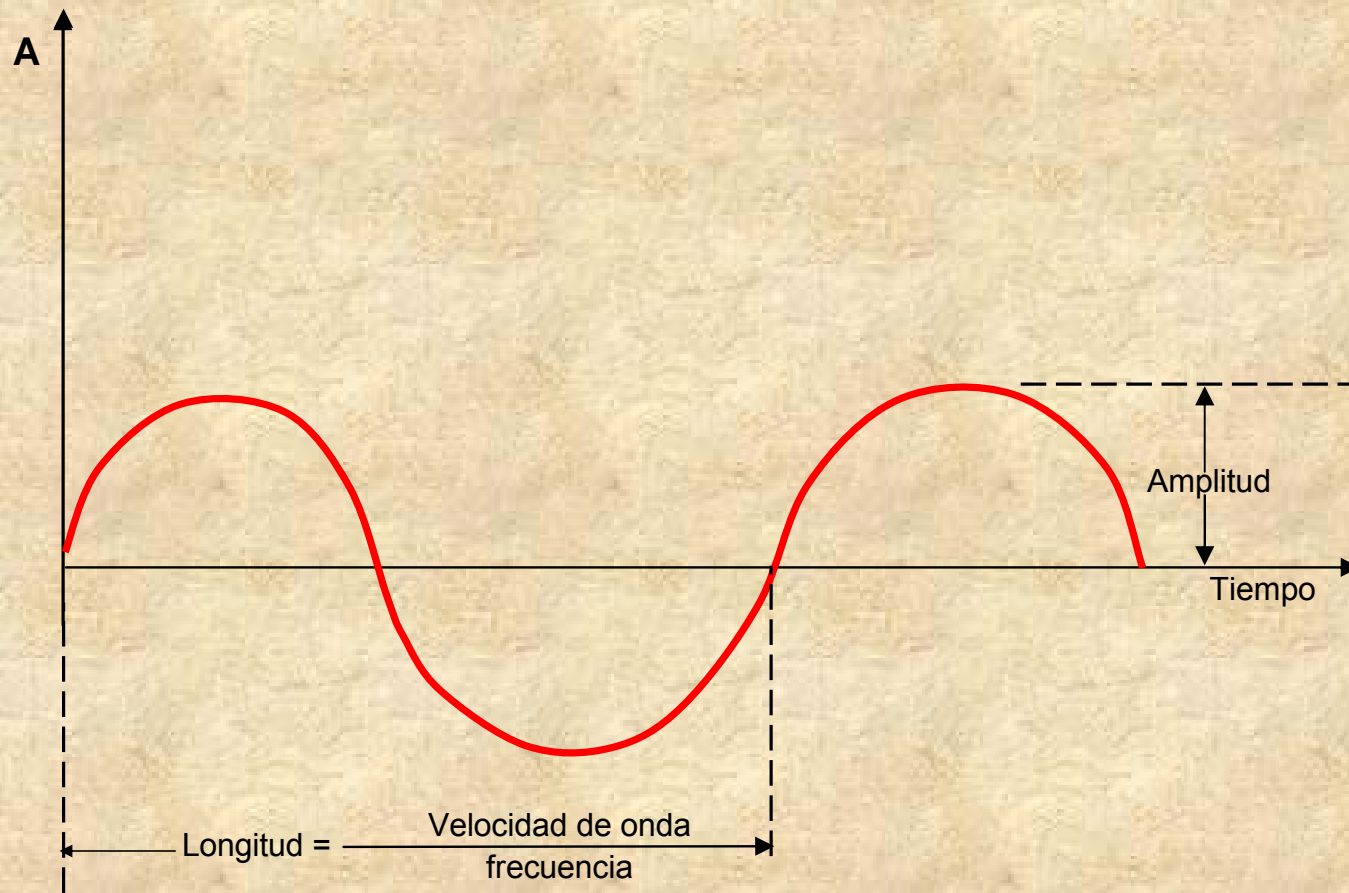


FIGURA 4.6. INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LA LONGITUD DE ONDA

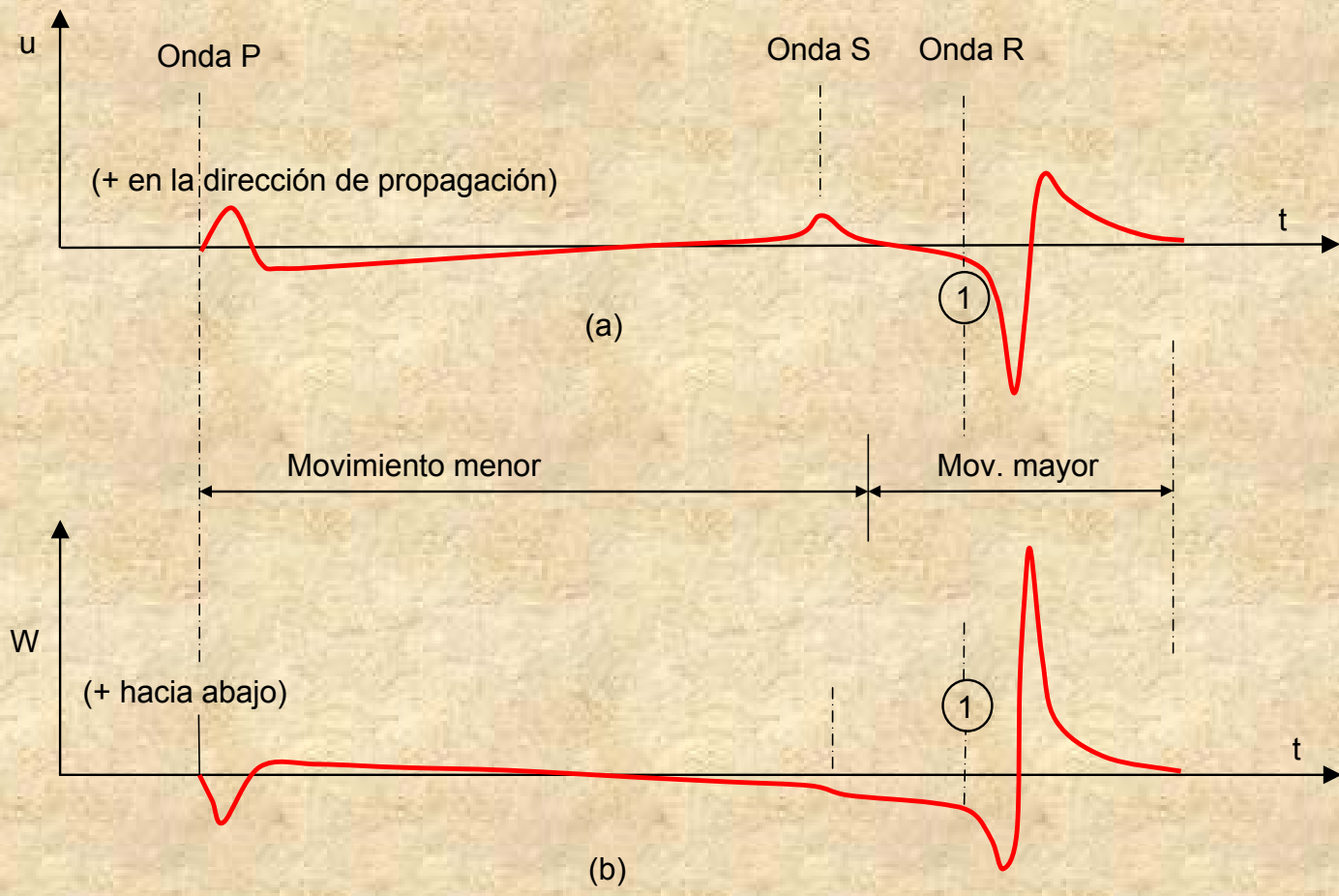


FIGURA 4.7. SISTEMA DE ONDAS ORIGINADAS POR LA EXCITACIÓN EN UN PUNTO DE LA SUPERFICIE DE UN MEDIO IDEALIZADO (Ref. 1)

PROPAGACIÓN DE ONDAS EN UN MEDIO ESTRATIFICADO

Ondas llegan a las superficies de contacto de dos estratos con propiedades diferentes.

Ley de Snell

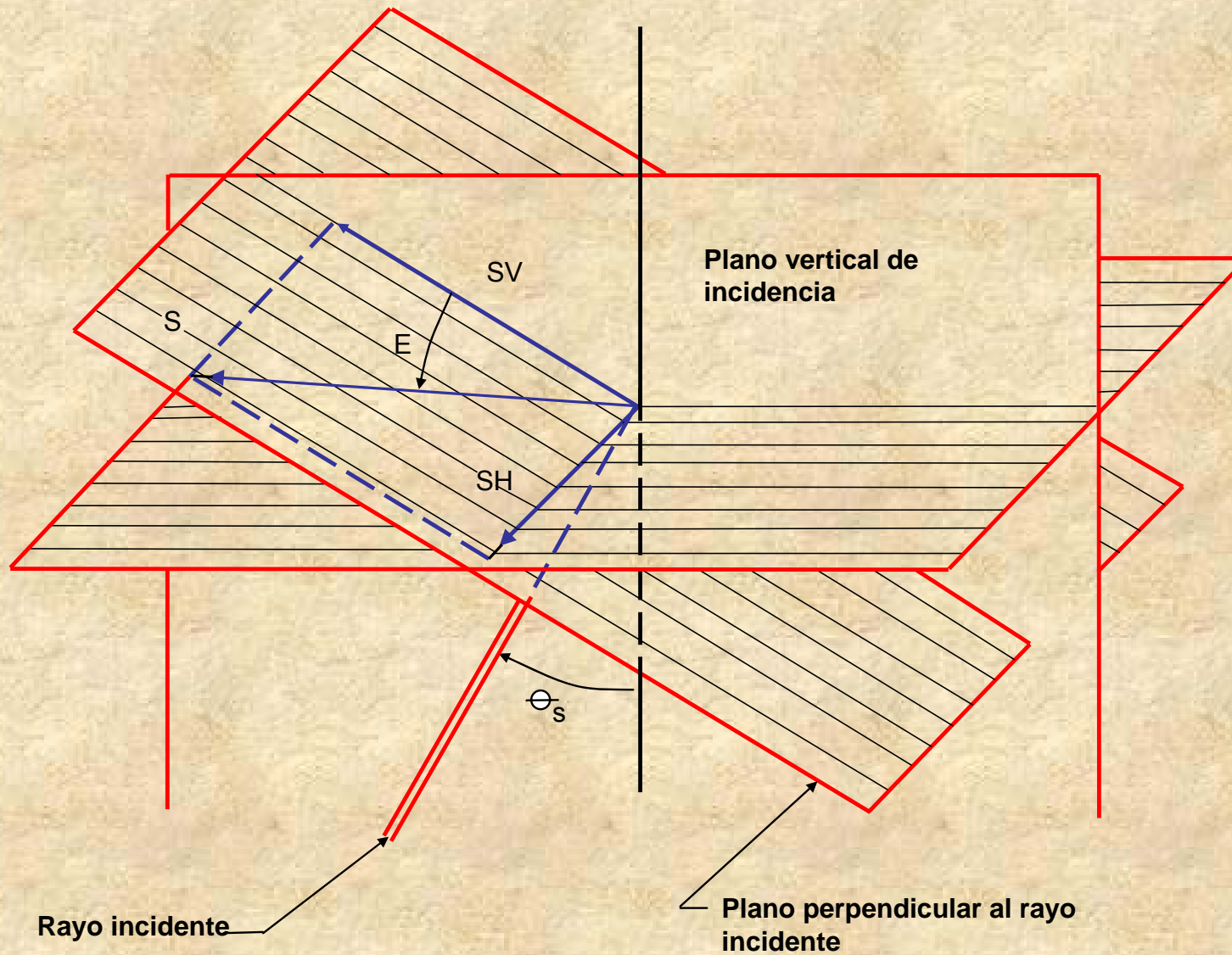


FIGURA 4.8. COMPONENTES SV Y SH DE UNA ONDA CORTANTE S (Ref. 2)

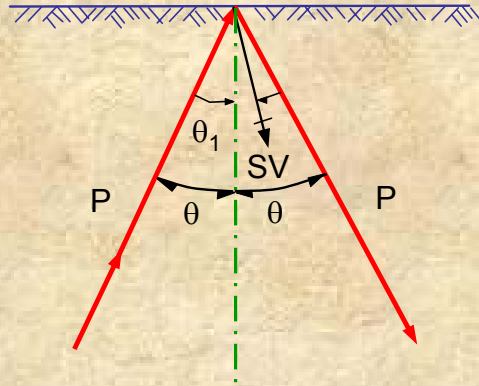


FIGURA 4.9. REFLEXIÓN EN LA SUPERFICIE DE UNA ONDA INCIDENTE P

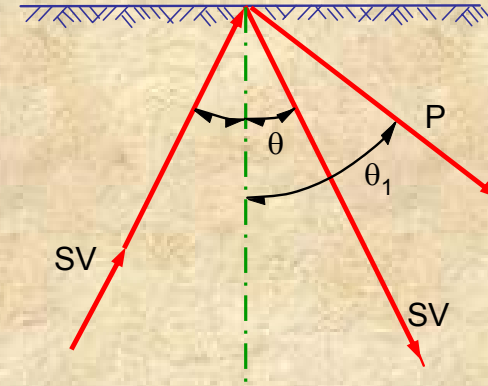


FIGURA 4.10. REFLEXIÓN DE UNA ONDA INCIDENTE SV EN UNA SUPERFICIE LIBRE

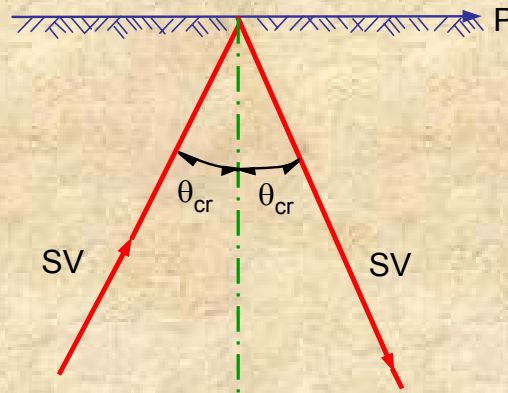


FIGURA 4.11. REFLEXIÓN HORIZONTAL DE UNA ONDA P CUANDO UNA ONDA SV INCIDE CON UN ÁNGULO CRÍTICO

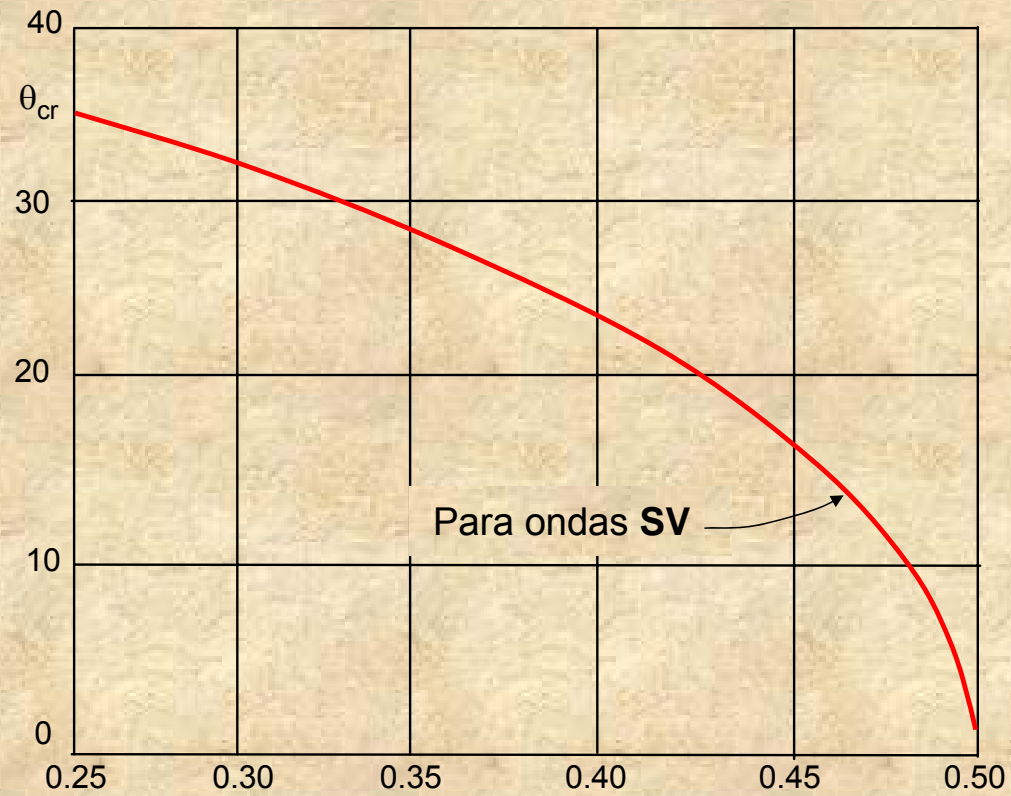


FIGURA 4.12. ÁNGULO DE INCIDENCIA CRÍTICO PARA LAS ONDAS SV, EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN DE POISSON ν

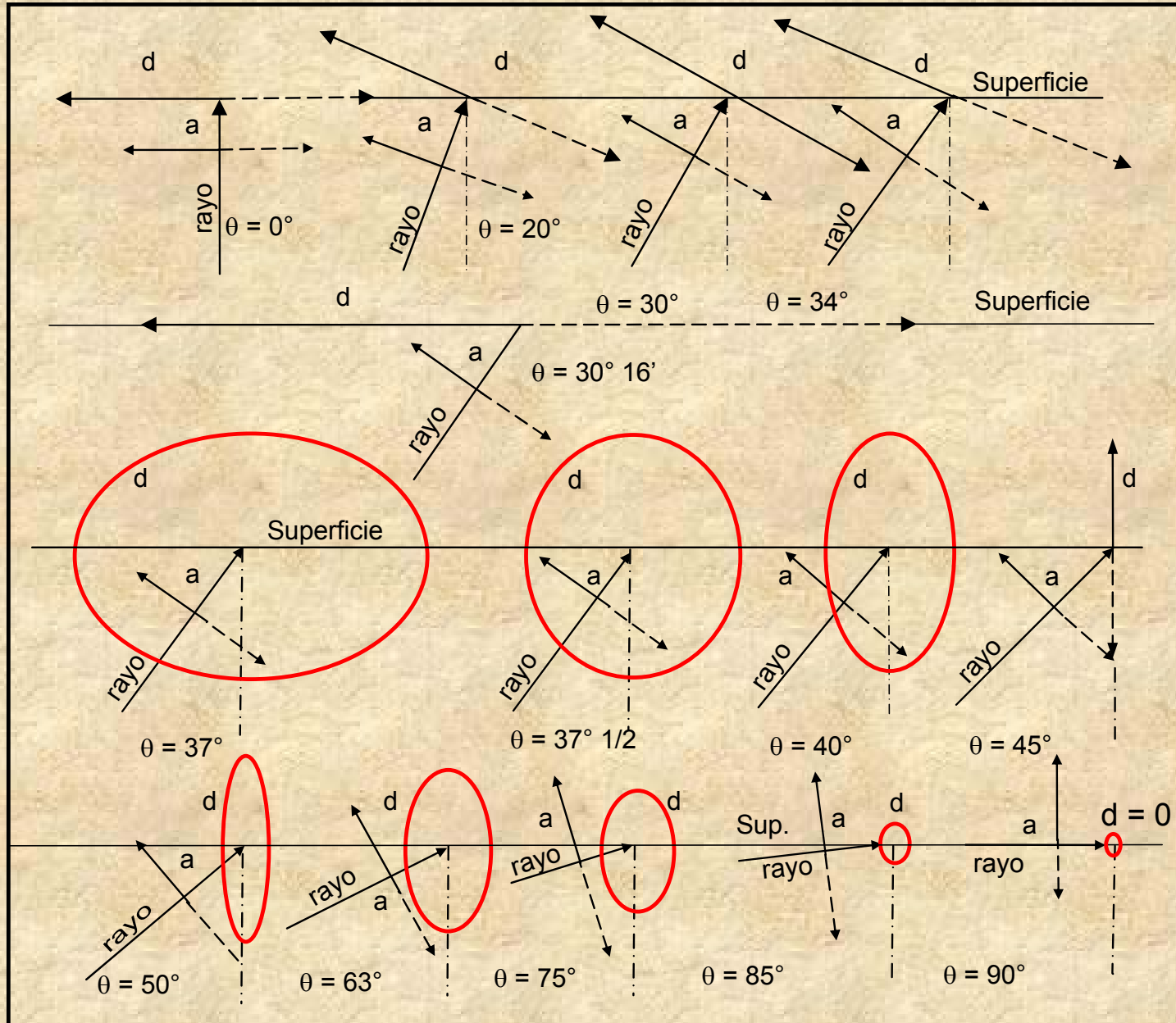


FIGURA 4.13. DESPLAZAMIENTOS (AMPLITUD Y DIRECCIÓN) DE UNA PARTÍCULA SUPERFICIAL PRODUCIDOS POR UNA ONDA SV QUE TIENE UN ÁNGULO DE INCIDENCIA θ (Ref. 2).

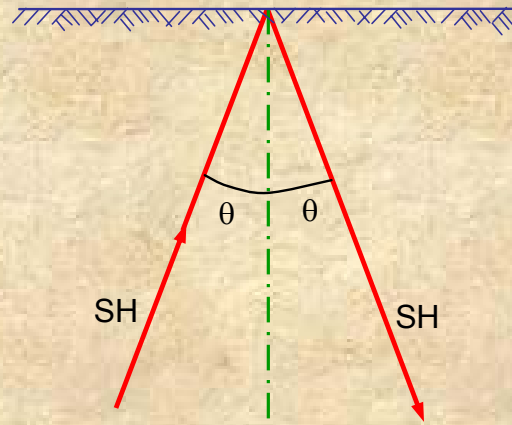
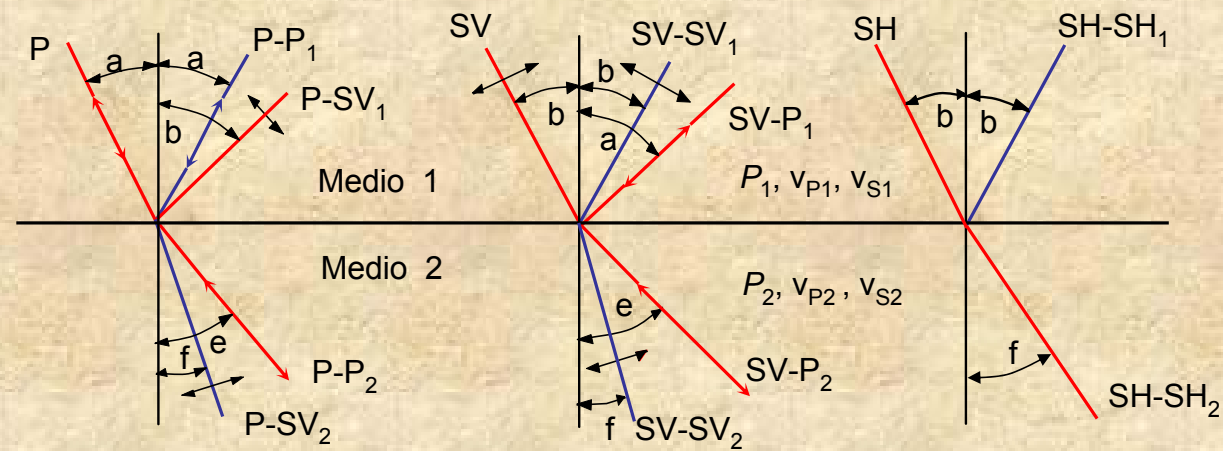


FIGURA 4.14. INCIDENCIA Y REFLEXIÓN DE UNA ONDA SH

(a) Onda incidente P (b) Onda incidente SV (c) Onda incidente SH



$$\frac{\text{sen } a}{v_{P1}} = \frac{\text{sen } b}{v_{S1}} = \frac{\text{sen } e}{v_{P2}} = \frac{\text{sen } f}{v_{S2}}$$

FIGURA 4.15. DISTRIBUCIÓN DE ONDAS ELÁSTICAS EN LA INTERFASE DE DOS MEDIOS ELÁSTICOS

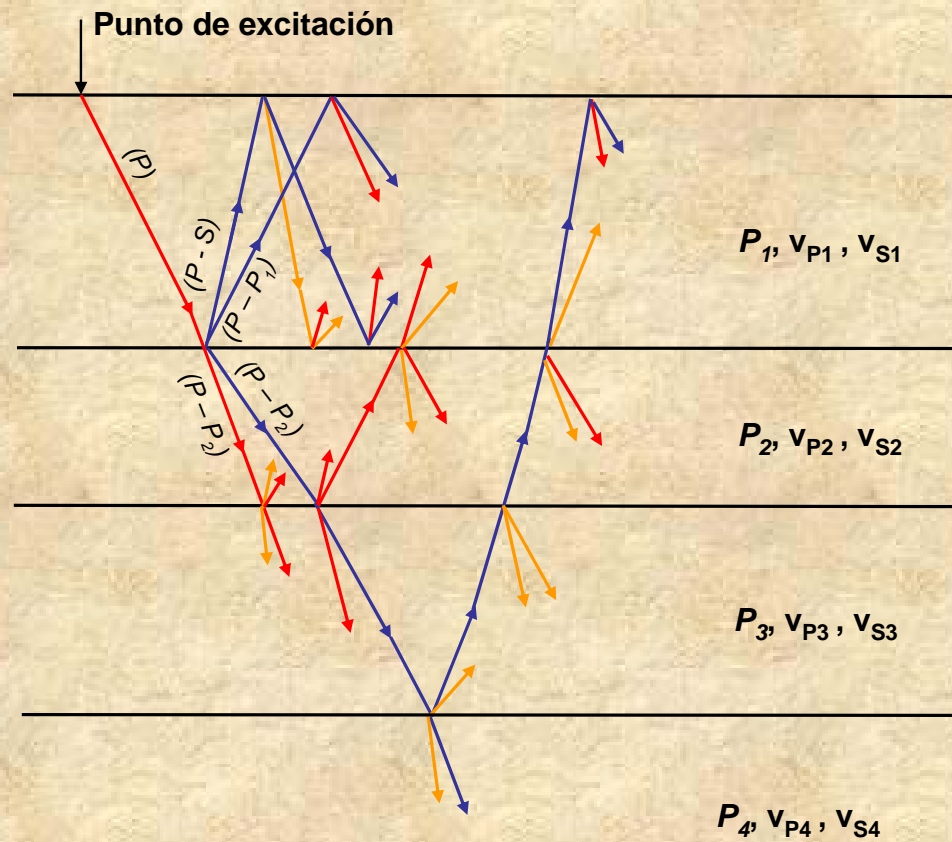


FIGURA 4.16: REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN MÚLTIPLE DE ONDAS EN UN SISTEMA ESTRATIGRÁFICO (Ref. 1)

PROPAGACIÓN DE ONDAS EN BARRAS

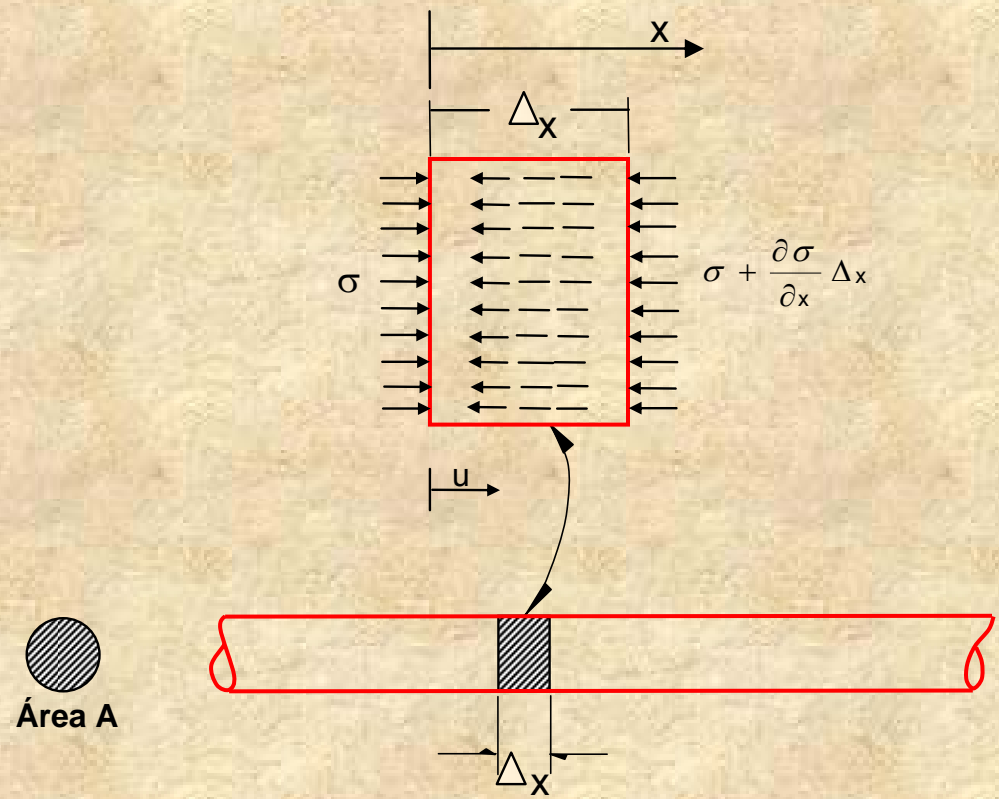


FIGURA 4.17. FUERZAS ACTUADO SOBRE UN ELEMENTO DE UNA BARRA CONTÍNUA

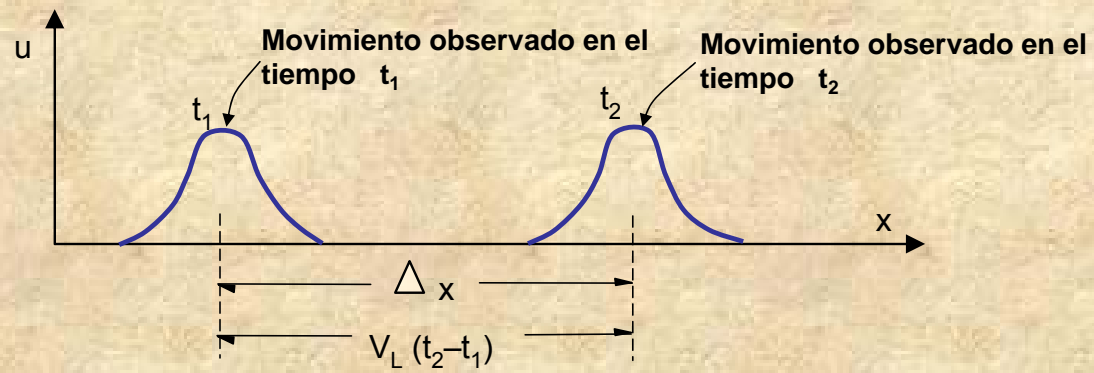


FIGURA 4.18. DESPLAZAMIENTOS OBSERVADOS EN LOS TIEMPOS t_1 y t_2 , PARA UN FUNCIÓN DEL TIPO SEÑALADO POR LA EC. 2-5

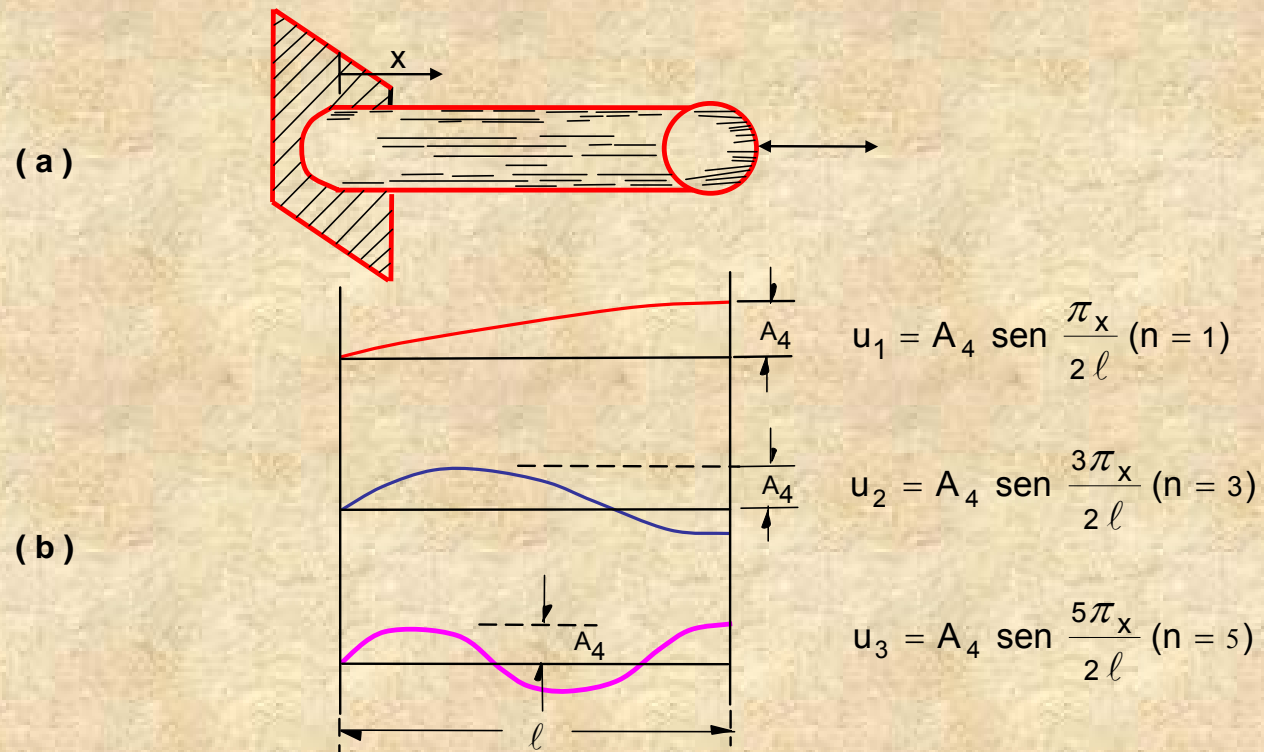


Figura 4.19. PRIMEROS TRES MODOS NATURALES DE VIBRACIÓN DE UNA BARRA CON UN EXTREMO FIJO Y EL OTRO LIBRE