**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**
**SECCION DE POSTGRADO**

# DINAMICA DE SUELOS

*Dr. Ing. Jorge E. Alva Hurtado*

# CAPÍTULO I

# PROBLEMAS DE INGENIERÍA QUE INVOLUCRAN A LA DINÁMICA DE SUELOS

1.1 Cimentación de Máquinas
1.2 Efectos de Explosión Nuclear
1.3 Ingeniería Sismo-Resistente
1.4 Hincado de Pilotes
1.5 Compactación por Vibración
1.6 Otros Problemas de Ingeniería
1.7 Definición de Dinámica de Suelos

# CAPÍTULO I

# PROBLEMAS DE INGENIERÍA QUE INVOLUCRAN A LA DINÁMICA DE SUELOS

En su práctica profesional, el ingeniero civil tiene muchos encuentros diferentes e importantes con el suelo. El ingeniero civil utiliza el suelo como cimentación de estructuras y terraplenes; utiliza el suelo como material de construcción; debe diseñar estructuras de retención para excavaciones y aberturas subterráneas; y encuentra el suelo en un gran número de problemas especiales. En el desarrollo de dichas tareas, el ingeniero se basa en la Mecánica de Suelos, que es una disciplina que organiza de manera sistemática los principios y el conocimiento de las propiedades ingenieriles del suelo. La Dinámica de Suelos es una parte especializada de la Mecánica de Suelos que trata sobre el comportamiento del suelo y la respuesta de masas de suelo durante la aplicación rápida de carga, el uso de vibraciones para mejorar las propiedades ingenieriles del suelo y el uso de transmisión de ondas para evaluar las propiedades del terreno.

En este capítulo se presenta la naturaleza de los problemas que involucra la dinámica de suelos, ilustrando su aplicación mediante casos prácticos.

## 1.1 CIMENTACIÓN DE MÁQUINAS

Una máquina que produce vibraciones o fuerzas dinámicas desbalanceadas está apoyada en un bloque de cimentación estructural, que reposa en el suelo. Las fuerzas dinámicas de las máquinas causan movimientos en el bloque de cimentación, que si son excesivos pueden:

1. Imponer condiciones no confortables o imposibles de soportar en el personal que trabaja cerca de la máquina.

2. Causar daño a la máquina o tuberías de conexión.

3. Producir grandes asentamientos en la cimentación que pueden impedir el funcionamiento apropiado de la máquina.

Los movimientos del bloque de cimentación adicionalmente serán transmitidos a través del terreno a edificaciones o maquinarias adyacentes, pudiendo causar movimientos no confortables o dañinos en dichas edificaciones, o pueden causar asentamientos en la cimentación de dichas edificaciones.

La dinámica de suelos tuvo sus comienzos en Alemania, en 1930, cuando los ingenieros de DEGEBO (Deutsche Forschungsgesellschaft fur Bodenmechanik) empezaron las primeras investigaciones científicas de problemas de cimentación de maquinaria. Aunque se desarrollaron importantes trabajos teóricos fundamentales en dicha época, el enfoque inicial del estudio estaba basado en correlaciones empíricas entre comportamientos y velocidad sísmica a través del suelo.

En los Estados Unidos y Europa Occidental se utilizaron dichas y otras correlaciones hasta los años 50. Se realizó un excelente trabajo de relación de comportamiento observado y teoría fundamental en la Unión Soviética, comenzando en el año 1930, pero no se conoció en el mundo occidental sino hasta el año 1960.

En los Estados Unidos se logró durante los años 1955 a 1965 un conocimiento fundamental de la relación entre comportamiento, teoría y propiedades esfuerzo-deformación del suelo, principalmente debido al apoyo e interés del gobierno federal en cimentaciones de antenas grandes de radar.

La cimentación de maquinaria es el problema más frecuente en dinámica de suelos, los libros iniciales en esta materia tratan dicho tópico (Barkan, 1962; Major, 1962; Richart et al, 1970).

## Maquinaria Reciprocante y Rotativa

Las máquinas, tales como compresores y motores grandes, ocasionan fuerzas dinámicas que varían sinusoidalmente, resultando en movimientos de la cimentación.

Cuando recién se instala una turbina bien diseñada, se originan fuerzas dinámicas pequeñas. Sin embargo, el desgaste conduce a desbalance en las partes rotativas, por lo que se desarrollan fuerzas dinámicas.

Ya que los turbo-compresores pueden ser dañados por movimientos dinámicos pequeños de sus apoyos, o por pequeños asentamientos diferenciales de los mismos, se debe realizar un cuidadoso diseño de los apoyos. Para facilitar las conexiones de tubería, este compresor está apoyado por encima de la superficie del suelo mediante un pórtico de acero o de concreto. El pórtico debe ser diseñado para evitar la resonancia entre la frecuencia natural del pórtico y las frecuencias de operación de la máquina. Como ejemplo se presenta el caso de un pórtico de concreto apoyado en una platea de cimentación. El suelo consiste de 4 metros de relleno hidráulico (arena), sobre un depósito profundo de arena ligeramente cementada. Fue necesario responder a las siguientes interrogantes en el diseño:

1. ¿Podría la interacción entre el suelo y el pórtico estructural causar frecuencias resonantes que coincidirán con una de las frecuencias de operación de la maquinaria?

2. ¿Qué magnitud de la fuerza dinámica debe ser aplicada al suelo durante la vida útil de la maquinaria?

3. ¿Cuán grande será el movimiento dinámico de la platea?

4. ¿Cuánto asentamiento diferencial de la platea ocurrirá como resultado de la compactación de la arena por las fuerzas dinámicas?

5. Si el relleno debe ser densificado antes de la construcción de la cimentación, ¿qué densidad final debe lograrse?

6. ¿Qué magnitud de movimientos dinámicos se transmitirán a través del suelo a edificaciones y maquinarias cercanas? y ¿podría reducirse el peligro de dicha transmisión por alguna forma de tratamiento de la cimentación?

7. ¿Cuál es el espaciamiento requerido entre las cimentaciones de turbo-compresores adyacentes?

En el ejemplo se decidió que para evitar la posibilidad de asentamiento diferencial, el relleno hidráulico debería ser densificado.

A menudo el ingeniero geotécnico es consultado solamente cuando la maquinaria ya ha sido instalada y se han desarrollado los problemas.

Como ejemplo se tiene un compresor de gas de tipo pistón que está apoyado sobre un bloque masivo de concreto de cimentación, que descansa en arena media a densa. Tales máquinas desarrollan fuerzas dinámicas desbalanceadas asociadas con la aceleración de subida y bajada del pistón; las magnitudes de dichas fuerzas pueden ser estimadas con bastante precisión. En este caso, con el compresor en operación, los trabajadores de la fábrica notaron que los movimientos de la cimentación eran excesivos. Se desarrollaron grietas en las paredes del local del generador adyacente. El ingeniero de suelos que fue contratado para recomendar las medidas correctivas debería responder a las siguientes interrogantes:

1. ¿Cómo deberían medirse los movimientos dinámicos para establecer la razón del movimiento excesivo?

2. ¿Cuál es la mejor medida de reducción del movimiento, el incremento de la masa o el incremento de la rigidez de la cimentación?

3. Si se indica el incremento de la rigidez, ¿ es mejor calzadura o grouting?

4. ¿En cuánto pueden reducirse los movimientos con las medidas de corrección recomendadas?

Las mediciones realizadas con un sismográfo portátil de tres componentes, localizado sucesivamente en diferentes puntos del bloque de cimentación, mostraron que los movimientos resultaron principalmente del cabeceo alrededor de un eje horizontal. Cálculos simples demostraron que la frecuencia natural en cabeceo era aproximadamente igual a la frecuencia de operación del compresor.

El incremento de la rigidez de la cimentación se indicó como la mejor solución y los ensayos de laboratorio en la arena mostraron que esto podría ser logrado económicamente al inyectar en el suelo una solución de silicato de sodio, seguida por una solución de cloruro de calcio. Estas dos sustancias químicas reaccionaron para formar una solución gel que unió los granos de arena.

Como resultado del tratamiento, la amplitud de vibración se redujo a un sétimo del movimiento original.

**Otras Maquinarias Industriales**

Existe una gran variedad de otros equipos industriales que causan cargas dinámicas en las cimentaciones, tales como: prensas, vibradores, etc. El problema de diseñar o mejorar la cimentación de dichas maquinarias es similar a aquél para maquinaria reciprocante o rotativa, con la diferencia que las cargas pueden no ser sinusoidales o periódicas.

**Desarrollo de la Era Espacial**

Una clase de problema de cimentación de maquinarias, especializada pero importante, consiste en proporcionar una cimentación adecuada para antenas de radar de gran precisión. Las fuerzas dinámicas ocurren conforme la antena se acelera o desacelera, en elevación o en azimut. Es necesario asegurar que los movimientos de la cimentación, ya sea movimientos dinámicos o asentamientos acumulados, no causen errores agudos, y que las frecuencias resonantes del sistema antena-estructura-cimentación no caen dentro del ancho de banda de operación del servomecanismo de control de la antena.

Se ilustra una antena muy grande, con una antena tipo plato, apoyada sobre cuatro pies de acero. Un par de ruedas en la base de cada pie corren en una pista circular de 113 pies de diámetro, por lo tanto la superestructura rota alrededor de un eje vertical. La pista descansa en un anillo de concreto. El suelo es una arena gravosa media a densa, compuesta por fragmentos de coral. Durante el estudio de factibilidad para el sistema de radar, el cual condujo al establecimiento del criterio final del diseño, se tuvieron que absolver las siguientes preguntas:

1. ¿Qué ensayos de campo y de laboratorio deberían realizarse para establecer el comportamiento esperado del suelo cuando se cargue éste con el movimiento de la antena?

2. ¿Cuál será la magnitud de la deflexión transitoria que ocurrirá en la viga anillo durante el movimiento de la antena?

3. ¿Cuál será el asentamiento permanente durante la vida útil de la antena?

4. ¿Cuál es el efecto de la deflexión de la viga-anillo en la frecuencia de resonancia fundamental de todo el sistema?

La absolución de estas interrogantes permitieron un balance económico entre las rigideces de la cimentación, de la superestructura y otras partes del sistema. Para el diseño final de la viga-anillo, fue necesario seleccionar un valor apropiado del módulo de reacción de la subrasante para las condiciones de carga anticipadas. Una vez que se inició la construcción, fue necesario desarrollar un sistema de medición para verificar el comportamiento de la cimentación.

Una estructura muy especializada se utilizó en la plataforma del encendido de las diversas etapas del cohete Saturno V en las Misiones Apolo. Estas plataformas estaban apoyadas en pilotes de fricción en arenas y arcillas. Una pregunta importante fue: ¿Causarán las vibraciones producidas por el lanzamiento una penetración adicional de los pilotes?. El emplazamiento y diseño de los centros de control y otras estructuras cerca de las plataformas de lanzamiento han requerido el estudio de la transmisión de ondas a través del terreno y los métodos de aislamiento de edificaciones contra la vibración.

También ha existido el requisito de verificar el comportamiento de los componentes precisos de guía, como los giroscopios. Para estas plataformas deben conocerse las vibraciones ambientales del tráfico y de los microsismos, para minimizarlos o para aplicar las compensaciones adecuadas.

## 1.2 EFECTOS DE EXPLOSIÓN NUCLEAR

El estudio de los problemas civiles y militares ocasionados por el desarrollo de las explosiones atómicas, ha dado un mayor ímpetu a la investigación en la dinámica de suelos.

### Aplicaciones Civiles

Las explosiones nucleares tienen un gran potencial para su utilización en la excavación rápida de grandes masas de tierra, tales como: canales, puertos y cortes profundos y largos para carreteras y ferrocarriles. Sin embargo, la realización de este potencial se ha impedido por la política internacional y la preocupación pública sobre el daño posible de la radioactividad.

Se ha dado considerable atención al uso posible de la energía nuclear en la creación de un Canal de Panamá a nivel del mar. Aunque mucho del material excavado sería en roca dura, la mayor parte sería en arcillas lutáceas fuertemente sobreconsolidadas, del tipo estudiado por los ingenieros de suelos. Las preguntas sobre dinámica de suelos en este estudio han sido:

1. ¿Cuál es la relación entre tamaño y profundidad de la carga y las propiedades del suelo en relación al cráter resultante?
2. ¿Cuál es el efecto de los esfuerzos inducidos por una gran explosión en la resistencia del suelo bajo las paredes del cráter?

3. ¿Continuarán estables los taludes de los cráteres cuando se produzcan grandes explosiones para formar la sección siguiente del canal?

Los estudios han indicado que el costo de excavación utilizando explosivos nucleares sería mucho menor que el costo de una excavación convencional.

### Construcción de Protección

Las estructuras subterráneas de protección diseñadas para soportar explosiones indirectas de bombas nucleares varían, desde personales hasta bases para misiles balísticos intercontinentales. Para el diseño de una base ICBM se debieron absolver las preguntas sobre los efectos de una gigantesca explosión cercana:

1. ¿Cuánto movimiento vertical y horizontal ocurrirá en los sitios de las estructuras?

2. ¿Cuán grandes serán los esfuerzos verticales y horizontales sobre la estructura en profundidad?

3. ¿Cuánto aumenta la capacidad de carga de las estructuras por la interacción suelo-estructura?

4. ¿Cómo se deberían diseñar las conexiones entre las estructuras para soportar los desplazamientos relativos transitorios?

## 1.3 INGENIERÍA SISMORESISTENTE

La aplicación principal de la dinámica de suelos en los últimos tiempos ha sido en el establecimiento de la relación entre las condiciones del suelo y los daños durante terremotos. Aunque tal relación ha sido reconocida e investigada en el Japón desde los años 30, en el mundo occidental ha recibido atención seria desde los terremotos de Chile en 1960, de Alaska en 1964 y de Niigata en 1964. Una descripción excelente de este problema aparece en los trabajos de Ohsaki (1969) y Seed (1969). El diseño y construcción de Centrales Nucleares también ha contribuido grandemente al interés en la Dinámica de Suelos.

### Cimentaciones de Edificios

Un abastecimiento grande de agua de enfriamiento es esencial para la operación y la seguridad de estas plantas; muchas plantas nucleares deben localizarse en depósitos recientes de suelo, que están cerca de grandes depósitos de agua. En la primera planta nuclear cimentada en suelo, el perfil estratigráfico mostraba arenas y arcillas blandas cerca de la superficie y una secuencia profunda de arcilla rígida y limolita sobre roca cristalina. El diseño y análisis de seguridad de esta planta incluyó las preguntas en dinámica de suelos siguientes:

1. ¿Se aplican los criterios de diseño desarrollados para plantas nucleares cimentadas en roca, o es necesario modificarlos para tomar en cuenta el efecto de amplificación del suelo?

2. ¿Permanecerán estables las arenas durante un terremoto, o existe el peligro de pérdida de capacidad portante o asentamiento por densificación?

3. ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento relativo transitorio a ser considerado en las conexiones críticas de tuberías entre edificaciones?

4. ¿Cómo se debe incorporar el efecto de la interacción suelo-estructura en el análisis matemático para la respuesta dinámica de la estructura?

5. ¿Permanecerán estables los diques de los canales del agua de enfriamiento durante un terremoto?

La parte más crítica de esta planta, el contenedor del reactor, se cimentó directamente sobre arcillas rígidas. Las otras edificaciones se cimentaron a profundidades menores, y la arena superficial se excavó y reemplazó por material granular selecto y bien compactado.

Estas mismas preguntas se realizan en edificaciones y estructuras convencionales.

El efecto de amplificación del suelo sobre roca fue particularmente importante durante el sismo de Caracas de 1967. La profundidad de la roca base variaba grandemente en el Valle de Caracas y a lo largo de la zona costera cercana; el daño severo y la pérdida de vidas se concentró en áreas pequeñas donde la frecuencia de resonancia de depósitos profundos de suelo coincidió con la frecuencia de resonancia de edificios altos. Actualmente existe un gran interés y esfuerzo para incorporar el efecto de las condiciones locales del suelo en los códigos de construcción.

La pérdida de capacidad portante, como resultado de la licuación de suelos por sismos, fue especialmente notoria en Niigata, Japón, durante el terremoto de 1964. Efectos similares, incluyendo volcanes de arena y subsidencias causadas por densificación repentina de la arena, han sido observados durante muchos terremotos.

**Deslizamientos**

Han ocurrido deslizamientos grandes durante terremotos. El deslizamiento de Turnagain en Alaska involucró 12 millones de yardas cúbicas de tierra, destruyó 75 casas y tomó varias vidas. El deslizamiento cerca del Lago Riñihue en Chile, involucró 30 millones de metros cúbicos y represó la salida del lago. En los dos meses siguientes el lago se elevó 26.5 metros y se represaron 2.5 billones de metros cúbicos. Un bloque similar ocurrió en el lago Riñihue durante un terremoto hace 400 años, y cuando la masa del deslizamiento fue sobrepasada, se erosionó rápidamente, generando una gran inundación que tomó muchas vidas y destruyó el pueblo de Valdivia. En 1960 se realizó un gran esfuerzo para cortar un canal a través de terreno menos erosionable, antes que el nivel del lago se elevara más, para minimizar los efectos de la inundación subsecuente.

Cuando existan comunidades u obras importantes localizadas por debajo de masas de tierra que puedan deslizarse durante un terremoto, se requiere un análisis detallado de la estabilidad dinámica del talud. Más aún, es necesario llevar a cabo estudios regionales sobre la susceptibilidad al deslizamiento. Por ejemplo, cuando se planea un reservorio grande en una región susceptible a terremotos, es necesario

asegurar que no existe un riesgo significativo de desborde de la presa, como resultado de deslizamientos repentinos en el reservorio.

**Presas de Tierra**

Se tiene una presa localizada en una región sísmica inmediatamente aguas arriba de un área muy poblada. El suelo en el lugar era una arcilla muy blanda con inclusiones de arena. El diseño requería respuestas a las siguientes interrogantes en Dinámica de Suelos:

1. ¿Son las arenas susceptibles a la licuación?
2. ¿Cuál es la resistencia cortante de la arcilla durante terremotos?
3. Considerando la respuesta dinámica del suelo y el terraplén, ¿cuál es la magnitud de los esfuerzos cortantes que ocurrirán en la arcilla durante un terremoto?

4. Para un terremoto dado, ¿cuánto será el asentamiento del borde?

5. ¿Cuál es el requisito del borde libre, en relación al grado de consolidación de la arcilla bajo el peso del terraplén?

6. ¿Son los suelos a utilizarse en la construcción del terraplén resistentes a la erosión en caso que ocurra un desborde o agrietamiento durante un terremoto?

7. ¿Cuál será el contenido de humedad utilizado para compactar el núcleo, para minimizar el agrietamiento durante un terremoto?

Debido a malas condiciones de cimentación, la presa se diseñó con bermas anchas, y se puso bastante atención a la selección de los materiales para el núcleo y las zonas de transición.

## 1.4 HINCADO DE PILOTES

El comportamiento dinámico del suelo debe ser tomado en cuenta en la interpretación del hincado de pilotes por medio de martillos de impacto, ya que cada golpe del martillo causa una onda de esfuerzo en el pilote y de allí al suelo circundante. La penetración durante cada golpe es rápida y está relacionada a la resistencia dinámica del suelo. Muchas de las explicaciones recientes sobre el comportamiento del hincado de pilotes toma en consideración estos fenómenos dinámicos.

Existen máquinas vibratorias para el hincado de pilotes. Estas operan estableciendo una condición resonante para las ondas de salen y llegan al pilote, o una condición resonante para el sistema suelo-pilote.

La posibilidad de daño a las edificaciones vecinas como resultado de las ondas de esfuerzo transmitidas a través del terreno es de gran importancia en todas las operaciones de hincado de pilotes.

## 1.5 COMPACTACIÓN POR VIBRACIÓN

Existen rodillos vibratorios que compactan el relleno hidráulico, en este caso por debajo de los turbo-compresores. Fue necesario absolver las siguientes preguntas, con referencia a la recompactación del suelo:

1. ¿Puede lograrse la densidad final por medio de rodillos vibratorios en la superficie del relleno? o ¿es necesario excavar y recompactar el suelo en capas?

2. Si el suelo debe excavarse y recompactarse, ¿qué peso del vibrador debe ser usado?, ¿qué espesor de capa debe usarse? o ¿cuántos pases se necesitan en cada capa?

En este caso se decidió que el suelo debe excavarse y recompactarse en capas de cuatro pies de espesor. Se encontró que esta forma de tratamiento era más económica que la compactación por vibroflotación o el uso de pilotes.

Los rodillos vibratorios se utilizan para compactar todo tipo de suelo. Las vibraciones se utilizan en ensayos de laboratorio para determinar las densidades máximas de suelos granulares.

## 1.6 OTROS PROBLEMAS DE INGENIERÍA

Las ondas sísmicas se utilizan a menudo en investigaciones geotécnicas para determinar la profundidad del basamento rocoso y para dar una idea general de la naturaleza del suelo y las rocas del subsuelo. Se utiliza la medición de la velocidad de propagación de ondas como base para decidir si se utiliza en la excavación de terreno duro equipo mecánico o explosiones. La medida de la velocidad de propagación de las ondas de corte in-situ se requiere en muchos estudios de ingeniería sismo-resistente.

El efecto del tráfico en pavimentos y subrasantes se considera un problema de dinámica de suelos, aunque efectos dinámicos verdaderos se presentan solamente cuando los vehículos se mueven más rápido que las velocidades promedio. La transmisión de vibraciones de trenes subterráneos en edificios cercanos es de gran interés en los sistemas de transporte.

El daño o incomodidad en edificaciones cercanas, como resultado de explosiones en canteras o excavaciones, está influenciado por las características del terreno a través del cual las ondas de esfuerzo se transmiten y por el tipo de terreno por debajo de la edificación. Los ingenieros geotécnicos a menudo se encuentran involucrados en juicios de daños en relación a las explosiones.

Finalmente, existe una variedad de problemas especiales de problemas prácticos en dinámica de suelos, tales como: la penetración de pequeños misiles en el terreno y la dinámica del aterrizaje de vehículos en la luna.

## 1.7 DEFINICIÓN DE DINÁMICA DE SUELOS

Los ejemplos citados anteriormente han indicado la naturaleza y el alcance de la Dinámica de Suelos. En general, los problemas de ingeniería goetécnica que involucran la aplicación rápida de carga se considera que pertenecen a la Dinámica de Suelos.

Con el objeto de ser más específicos acerca de la naturaleza de los problemas dinámicos, es recomendable considerar el comportamiento de un sistema dinámicos muy simple: una masa apoyada por un resorte. Para obtener una descripción matemática total del comportamiento de este sistema, es necesario considerar:

(a) la inercia de la masa

(b) las características esfuerzo-deformación-tiempo del resorte, incluyendo el comportamiento del resorte durante carga repetida.

Por ejemplo, a menudo el sistema real de masa-resorte se idealiza por un sistema de masa puntual, resorte lineal sin masa y amortiguador lineal. La idealización de resorte sin masa y el amortiguador juntos hacen uno de los muchos modelos posibles del comportamiento del resorte real: un modelo simple que afortunadamente es suficiente para muchos problemas.

La consideración de las características esfuerzo-deformación-tiempo es común a todos los problemas en ingeniería geotécnica : problemas estáticos y dinámicos. En todos los problemas el comportamiento real y complicado de esfuerzo-deformación-tiempo debe ser reemplazado por un modelo matemático lo suficientemente simple para cálculos prácticos. Este modelo idealizado enfatiza aquellos aspectos del comportamiento real esfuerzo-deformación-tiempo que son importantes para el problema en particular. Los modelos matemáticos utilizados en problemas dinámicos a menudo difieren de aquellos utilizados en problemas estáticos, especialmente por la

inclusión de elementos que toman en cuenta los efectos de carga repetida. Sin embargo, puede decirse que el comportamiento de los suelos no difiere grandemente en problemas estáticos y dinámicos. Es decir, el comportamiento esfuerzo-deformación-tiempo del suelo es diferente cuantitativamente, pero similar cualitativamente para problemas estáticos y dinámicos.

Por otro lado, la necesidad de considerar la inercia cambia la manera de enfocar los problemas. Esto es, los problemas en dinámicas de suelos son cualitativamente diferentes de aquellos en mecánica de suelos, debido a la necesidad de considerar los efectos de las fuerzas de inercia. Por lo tanto, cualquier curso de Dinámica de Suelos debe enfatizar grandemente el rol de la inercia.

Puede decirse entonces que la dinámica de suelos consiste de:

1. Evaluación de las propiedades esfuerzo-deformación del suelo aplicadas a carga dinámica.

2. Técnicas para calcular o estimar el rol de las fuerzas de inercia presentes durante la carga dinámica.

3. Procedimientos y experiencia para aplicar este conocimiento a la solución de problemas prácticos.

## REFERENCIAS


1) Barkan D.D. (1962), “Dynamics of Bases and Foundations”, Mc Graw-Hill, New York.

2) Major A. (1962), “Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines”, Akademiai Kiado, Budapest.

3) Ohsaki Y. (196), “The Effects of Local Soil Conditions upon Earthquake Damage”, Proc. Specialty Session Soil Dynamics, 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico.

4) Richart F.E., Woods R.D. y Hall J.R. (1970), “Vibrations of Soil and Foundations”, Prentice-Hall, New Jersey.

5) Seed H.B. (1969), “The Influence of Local Soil Conditions on Earthquake Damage”, Proc. Specialty Session Soil Dynamics, 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Mexico.

# CAPÍTULO II

# SISTEMAS LINEALES DE UN GRADO DE LIBERTAD

## 2.1 Introducción

Este capítulo considera el comportamiento de sistemas con parámetros concentrados. En estos sistemas la masa está concentrada en uno o más cuerpos rígidos (Fig. 2.1), y estos cuerpos rígidos están conectados por resortes, que representan la flexibilidad del sistema y posiblemente por otros elementos (tales como amortiguadores), que representan las causas de la disipación de energía.

En algunos casos los sistemas idealizados de parámetros equivalentes son una representación muy cercana de algunos sistemas estructurales y mecánicos reales. Por ejemplo, el tanque de agua elevado de la Fig. 2.2a, que es susceptible a movimientos horizontales causados por terremotos, se comporta similarmente a cualquiera de los sistemas idealizados masa-resorte-amortiguador de la Fig. 2.2b. En otros casos, un sistema de parámetros equivalentes proporciona una aproximación conveniente y útil para un sistema continuo. Por ejemplo, el sistema masa-resorte de la Fig. 2.3b, se utiliza para aproximar la respuesta de una viga (Fig. 2.3a), donde la masa y la flexibilidad están distribuidas continuamente en la realidad.

Un sistema equivalente de parámetros concentrados se dice que tiene uno o más grados de libertad, dependiendo del número de masas concentradas y del tipo de movimiento que cada masa puede experimentar. Por ejemplo, la estructura reticular que soporta el tanque de agua en la Fig. 2.2 es bastante flexible con respecto a movimientos horizontales, pero bastante rígida con respecto a movimientos verticales. Si se desprecian los movimientos rotacionales del tanque, el tanque de agua se comporta esencialmente como un sistema de un grado de libertad. En algunos casos el movimiento rotacional del tanque no se puede despreciar, por lo que se debe considerar al tanque como un sistema de dos grados de libertad. La aproximación de masas concentradas de la viga de la Fig. 2.3 tiene tres grados de libertad.

Un sistema de parámetros concentrados es lineal si la resistencia de los elementos que conectan las masas es proporcional, ya sea al movimiento o a la velocidad de movimiento.

El entendimiento del comportamiento de los sistemas de parámetros concentrados es esencial al entendimiento de la dinámica de suelos. Se aprende a tratar con la inercia y las más importantes consecuencias de la inercia.

## 2.2 Vibraciones Libres

Se considera en primer lugar el sistema de un grado de libertad, no amortiguado, mostrado en la Fig. 2.1a. Bajo condiciones estáticas, el peso de la masa comprime el resorte y ocasiona en él una fuerza. En lo que sigue se trata de cambios en posición y fuerza, conforme la masa experimenta movimiento dinámico.

Dos fuerzas dinámicas actúan en la masa durante el movimiento dinámico:

1) Fuerza del resorte: Si el movimiento x es positivo hacia abajo, la fuerza hacia arriba en la masa es:

$$k\,x$$

2) Fuerza de inercia: La fuerza de inercia se opone a la aceleración de la masa. La magnitud de esta fuerza en la dirección hacia arriba es:

$$M\ddot{x}$$

donde $\ddot{x}$ es la segunda derivada de x con respecto al tiempo t.

El equilibrio de fuerzas en la masa requiere que:

$$M\ddot{x} + kx = 0 \qquad (2.1)$$

Se puede verificar, por sustitución directa, que la siguiente expresión es una solución de la ecuación diferencial 2.1

$$x = A\,\text{sen}\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + B\cos\sqrt{\frac{k}{M}}\,t \qquad (2.2)$$

donde A y B son constantes.

Si la masa se va a mover, debe dársele alguna perturbación inicial. Supongamos que a la masa le ha sido dada un desplazamiento inicial estático $x_o$ por una fuerza estática aplicada $Fo = k\,x_o$, y que al tiempo cero, esta fuerza adicional se suprime repentinamente. Las condiciones iniciales siguientes se utilizan para evaluar las dos constantes en la ecuación 2.2.

$$t = 0 \quad x = x_o, \quad \dot{x} = 0$$

Se encuentra que A debe ser cero y $B=x_o$. Por lo tanto, el movimiento resultante de esta perturbación inicial particular es:

$$x = x_0\,\cos\sqrt{\frac{k}{M}}t \qquad (2.3)$$

De aquí, la masa tendrá un movimiento periódico, entre los límites de $x = -x_o$ y $x = x_o$. El período del movimiento será determinado por las características del sistema masa resorte M y k. El movimiento periódico resultante se conoce como vibración libre.

El período T es el tiempo requerido por la masa para completar un ciclo y retornar a su posición inicial ( $x = x_o$ ):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}} \qquad (2.4)$$

La frecuencia fn (ciclos por unidad de tiempo) es:

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \qquad (2.5)$$

Otra medida conveniente es la frecuencia natural circular $\omega$, que tiene unidades de radianes por unidad de tiempo

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{M}} \qquad (2.6)$$

Por lo tanto, existen varias alternativas para expresar la ecuación de movimiento, indicada en la ecuación 2.3.

$$x = x_0 \cos \omega t = x_0 \cos 2\pi f_n t = x_0 \cos 2\pi \frac{t}{T} \qquad (2.7)$$

La frecuencia de vibración libre $f_n$ se conoce como frecuencia natural. La frecuencia natural depende de las propiedades del sistema, y será la misma independientemente de la perturbación inicial dada al sistema.

Consideraciones de energía: Se evaluará ahora la energía dentro del sistema masa-resorte a varios intervalos de tiempo después de la perturbación inicial. Cuando el movimiento es máximo ($x = \pm x_0$ en t = 0, T/2, T, 3T/2, etc.), la velocidad del movimiento es cero. A estos tiempos, la energía se almacena en el resorte.

$$E = \frac{1}{2} k x_0^{\,2} \qquad (2.8)$$

pero no hay energía cinética. Por otro lado, cuando el movimiento es cero ( x = 0 en t = T/4, 3T/4, 5T/4, etc.), la velocidad es máxima.

$$(\dot{x})\,\max = \omega x_0$$

En estos intervalos de tiempo existe energía cinética

$$E = \frac{1}{2} M \omega^2 x_0^{\,2} \qquad (2.9)$$

pero no se almacena energía en el resorte. Aplicando la ecuación 2.6, se puede demostrar que las ecuaciones 2.8 y 2.9 son iguales. La energía introducida en el sistema por la perturbación inicial permanece constante a través del movimiento subsecuente.

NOTA: Este análisis omite otros dos términos de energía: el cambio en la energía potencial de la masa conforme se mueve y el trabajo realizado por la fuerza estática del resorte actuando a través del movimiento dinámico. Sin embargo, estos dos términos se cancelan mutuamente en todo momento.

Vibraciones libres amortiguadas: La Fig. 2.1b muestra un sistema masa-resorte que además incluye un amortiguador. La fuerza ejercida por el amortiguador es proporcional a la velocidad de movimiento, $\delta \dot{x}$. La ecuación diferencial de movimiento es:

$$M \ddot{x} + \delta \dot{x} + kx = 0 \qquad (2.10)$$

Esta ecuación tiene diferentes formas de solución, dependiendo de la magnitud del coeficiente de amortiguamiento δ. Definamos una expresión denominada amortiguamiento crítico $\delta_{cr}$:

$$\delta_{cr} = 2\sqrt{kM} \qquad (2.11)$$

También se usará la razón de amortiguamiento, D:

$$D = \frac{\delta}{\delta_{cr}} \qquad (2.12)$$

El significado de estas formas de solución será aparente en lo que sigue.

El caso más importante ocurre cuando D<1. En este caso, la solución de la ecuación 2.10 para la misma perturbación inicial del caso sin amortiguamiento es:

$$x = x_0\, e^{-\omega D t} \left(\cos \omega_1 t + D \frac{\omega}{\omega_1} \operatorname{sen} \omega_1 t\right) \qquad (2.13)$$

donde ω es la frecuencia natural circular no amortiguada, y $\omega_1$, es la frecuencia natural circular amortiguada:

$$\omega_1 = \omega \sqrt{1 - D^2} \qquad (2.13a)$$

Utilizando fórmulas trigonométricas, la ecuación 2.13 se transforma en:

$$x = x_0 \sqrt{1 + \left( \frac{D\omega}{\omega_1} \right)^2} e^{-\omega D t} \cos(\omega_1 t + \theta) \qquad (2.14)$$

donde :

$$\theta = \text{arc tg} \left( - \frac{D\omega}{\omega_1} \right)$$

De la ecuación 2.14 se aprecia que el movimiento todavía es periódico, pero la amplitud de movimiento decrece con el tiempo, como se muestra en la Fig. 2.4.

Aunque el amortiguamiento causa un ligero aumento al período de la vibración libre, el aumento es pequeño si D es pequeño (si D = 0.2 el cambio es solamente 2%). El efecto principal del amortiguamiento es ocasionar que las vibraciones libres se atenúen.

Siempre y cuando el amortiguamiento sea relativamente pequeño, la amplitud de picos sucesivos $x_i$ y $x_{i+1}$ en la Fig. 2.4, está dada por:

$$\frac{x_i}{x_{i+1}} = e^{\omega D t} = e^{2\pi D}$$

El <u>decremento logarítmico</u> Δ está definido por:

$$\Delta = \log \frac{x_i}{x_{i+1}} = 2\pi D \qquad (2.15)$$

Si D>1, la solución de la ecuación 2.10 para las condiciones de frontera dadas no contiene ya factor periódico y no representa ya un movimiento vibratorio. La resistencia viscosa es tan grande comparada a la resistencia inercial, que la masa no vibra sino simplemente se reduce de modo gradual a x=0. Es de interés particular el caso donde la fuerza de inercia es completamente despreciable, comparada a las fuerzas de amortiguamiento y de resorte. En este caso la ecuación diferencial básica es simplemente:

$$\delta \dot{x} + kx = 0$$

La solución para las condiciones de frontera utilizadas en esta sección es:

$$x = x_0 \, e^{-\frac{k}{\delta} t} \qquad (2.16)$$

El desplazamiento relativo desaparece de acuerdo a una función exponencial simple de decaimiento. Las soluciones para diferentes condiciones de frontera se estudian en la Reología.

## 2.3 Vibraciones Forzadas por la Aplicación de Cargas Periódicas

Se estudia a continuación el caso donde existe una fuerza periódica aplicada a la masa. Esta carga puede describirse por una de las expresiones siguientes:

$$P = P_o \operatorname{sen} \Omega t$$
$$= P_o \operatorname{sen} 2\pi f t$$

donde $P_o$ = amplitud de la carga
$\Omega$ = frecuencia circular de la carga aplicada
$f$ = frecuencia de la carga aplicada

La ecuación diferencial del movimiento para el caso con amortiguamiento es:

$$M\ddot{x} + \delta\dot{x} + kx = P_o \operatorname{sen} \Omega t \qquad (2.17)$$

La solución de esta ecuación para el caso donde el sistema está inicialmente en reposo ($x = \dot{x} = 0$ para $t = 0$) es:

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\left[\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)\operatorname{sen}\Omega t - 2D\frac{\Omega}{\omega}\cos\Omega t\right] + e^{-\omega D t}\left[2D\frac{\Omega}{\omega}\cos\omega_1 t + \frac{\Omega}{\omega_1}\left(2D^2 + \frac{\Omega^2}{\omega^2} - 1\right)\operatorname{sen}\omega_1 t\right]}{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \qquad (2.18)$$

donde $\omega$, $\omega_1$ y $D$ se han definido previamente en las ecuaciones 2.6, 2.13a y 2.12, respectivamente.

La ecuación 2.18 es bastante complicada, por lo que es de utilidad examinar algunos casos especiales.

Amortiguamiento pequeño: cuando $D<0.1$, es razonable omitir ciertos términos; la ecuación 2.18 se reduce a:

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\left( \text{sen } \Omega t - e^{-\omega D t} \frac{\Omega}{\omega} \text{sen } \omega t \right)}{1 - \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2} \qquad (2.19)$$

El movimiento consiste en un movimiento periódico a la frecuencia de la fuerza aplicada, más un segundo movimiento periódico a la frecuencia natural del sistema. El segundo, vibración libre, es amortiguado y desaparece con el tiempo, como se ilustra en la Fig. 2.5. En sistemas estructurales reales, la parte libre de la respuesta raramente persiste por más de 25 a 50 ciclos, por lo que es suficiente considerar solamente las vibraciones forzadas.

Vibraciones forzadas: usando solamente la parte de la ecuación 2.18 que corresponde a las vibraciones forzadas:

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\left( 1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2} \right) \text{sen } \Omega t - 2D \frac{\Omega}{\omega} \cos \Omega t}{\left[ 1 - \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right]^2 + 4D^2 \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2} \qquad (2.20)$$

Esta ecuación puede ser transformada a: (Den Hartog, p.64)

$$x = \frac{P_o}{k} \frac{\text{sen } (\Omega t - \alpha)}{\sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right]^2 + 4D^2 \left( \frac{\Omega}{\omega} \right)^2}} \qquad (2.21)$$

donde:

$$\text{tg } \alpha = \frac{2D \omega \Omega}{\omega^2 - \Omega^2} \qquad (2.22)$$

La ecuación 2.21 puede ser interpretada como sigue:
(1) El movimiento es periódico con la frecuencia Ω de la función forzada.(2) Sin embargo, el movimiento está por detrás de la fuerza aplicada mediante el ángulo de fase α. Esto es, el movimiento alcanza un máximo después del instante en que la fuerza es máxima. (3) La magnitud pico del movimiento $x_0$, es el producto de la deformación $P_o/k$ que hubiese ocurrido si la fuerza $P_o$ fuera aplicada lentamente, y un factor de carga dinámico DLF:

$$x_o = \frac{P_o}{k} \text{DLF}$$

$$DLF = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + 4D^2\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}} \qquad (2.23)$$

El factor de carga dinámico es función de la relación Ω/ω (ó f/fn) entre la frecuencia de la carga aplicada y la frecuencia natural, y del amortiguamiento D. El factor de carga dinámico ha sido graficado en la parte (a) de la Fig. 2.6. Notar lo siguiente:

a. Conforme f/fn → 0, DLF → 1. Físicamente esto significa que las cargas aplicadas cambian muy lentamente, comparadas con la velocidad (representada por la frecuencia natural) a la cual el sistema puede responder; de aquí que la carga sea esencialmente estática.

b. Conforme f/fn → ∞, DLF → 0. Físicamente esto significa que la carga aplicada cambia muy rápidamente, en comparación a la velocidad a la cual el sistema puede responder. De aquí que la masa permanece inmóvil y resiste la carga aplicada enteramente por inercia.

c. Conforme la relación de frecuencia Ω/ω (ó f/fn) aumenta, el valor del DLF aumenta hasta un pico y de allí disminuye. La relación de frecuencia a la cual DLF es máximo se denomina condición resonante, y la frecuencia correspondiente (fr ó $\Omega_r$) se denomina frecuencia resonante.

d. El valor del DLF a la condición resonante es función del amortiguamiento D.

$$DLF_{max} = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}} \qquad (2.24)$$

Esta relación está graficada en la Fig. 2.7. Si el amortiguamiento es pequeño, $DLF_{max} \approx 1/2D$.

e. La frecuencia resonante es algo menor que la frecuencia natural y está dada por la expresión:

$$\frac{\Omega_r}{\omega} = \frac{f_r}{f_n} = \sqrt{1-2D^2} \qquad (2.25)$$

f. Cuando $D \geq \sqrt{1/2}$, DLF es máximo para la condición estática Ω/ω=f/fn=0. Entonces no existe condición resonante verdadera.

g. Para las frecuencias muy lejos de la frecuencia resonante, y considerando un amortiguamiento relativamente pequeño, el valor del DLF es relativamente insensible al amortiguamiento. Si f/fn < 2/3 ó f/fn > 3/2 y D < 0.2, el uso de la expresión para el caso no amortiguado es:

$$DLF = \frac{1}{\left| 1 - \left( \frac{f}{fn} \right)^2 \right|} \qquad (2.26)$$

proporciona la respuesta dentro de un 10%.

La Tabla 2.1 resume las principales características de la relación DLF (respuesta adimensional) vs. frecuencia.

El ángulo de fase $\alpha$ (Ec.2.22) está graficado versus la relación de frecuencias y el amortiguamiento en la Fig. 2.8. A frecuencias de operación pequeñas, el movimiento se encuentra ligeramente por detrás de la fuerza aplicada. Sin embargo, cuando f/fn es muy grande, la fuerza y el movimiento tienden a estar en fases opuestas, es decir, el movimiento disminuye conforme la fuerza aumenta y viceversa.

Consideraciones de energía: Cuando el coeficiente de amortiguamiento tiene un valor diferente de cero, debe consumirse energía durante cada ciclo de vibración forzada. Esta pérdida de energía puede evaluarse por integración del producto del movimiento y la fuerza en el elemento amortiguador:

$$\Delta E = \int \delta \dot{x}\, dx = \delta \int_o^T \dot{x}^2\, dt = \pi\, x_o^2\, \frac{\Omega^2}{\omega}\, \delta \qquad (2.27)$$

Dividiendo por la energía almacenada dentro del sistema como energía de deformación y cinética, se obtiene la fracción de la energía que se pierde en cada ciclo:

$$\frac{\Delta E}{E} = 2\pi\, \frac{\Omega^2}{\omega}\, \frac{\delta}{k} \qquad (2.28)$$

Cuando el sistema está operando a la frecuencia natural, este valor llega a ser:

$$\frac{\Delta E}{E} = 4\pi D = 2\Delta = \Psi \qquad (2.29)$$

Esto es, la fracción de la energía perdida por ciclo, es igual al doble del decremento logarítmico. La cantidad $\Delta E/E$ a la frecuencia resonante se le conoce como capacidad de amortiguamiento ($\Psi$).

La energía perdida debe ser proporcionada por la fuerza actuante. El retraso de la fase entre la fuerza y el movimiento es tal que la integral $\int$ pdx sobre cada ciclo produce el trabajo neto sobre el sistema.

Masa excéntrica: Los resultados anteriores dan la respuesta dinámica del sistema de un grado de libertad, independientemente si Po varía o nó con la frecuencia, por lo

que representa una solución completa del sistema. Sin embargo, existe un tipo de carga que es muy común, por lo que es útil tener un conjunto de gráficos para dicho caso especial. Si la maquinaria de rotación tiene una masa desbalanceada, la fuerza dinámica será:

$$P = M_e \, \ell \Omega^2 \, \text{sen} \; \Omega \; t \qquad (2.30)$$

donde:

$M_e$ = masa excéntrica
$\ell$ = brazo del momento de la masa excéntrica

La cantidad $M_e \; \ell \Omega^2$ tiene unidades de fuerza y corresponde a Po.

La solución para este caso puede obtenerse al reemplazar Po por $M_e \; \ell \Omega^2$. Es conveniente escribir los resultados en la forma:

$$x_o = \frac{M_e \, \ell \Omega^2}{k} \, DLF = \frac{M_e \, \ell}{M} \left( \frac{f}{fn} \right)^2 DLF$$

La cantidad $(f/fn)^2$ DLF está graficada en la parte (b) de la Fig. 2.6. Algunas de las características principales de estas curvas de respuesta son:

a. Conforme f/fn → 0, la respuesta → 0. Esto es debido a que la fuerza dinámica Po es cero cuando la masa excéntrica está estacionaria.

b. Conforme f/fn → ∞, la respuesta → 1. La fuerza dinámica Po llega a ser sumamente grande cuando la frecuencia aumenta, y por lo tanto fuerza al sistema a responder a pesar de su gran masa.

c. La respuesta adimensional en la condición resonante es la misma que cuando Po es constante.

d. La frecuencia resonante es algo mayor que la frecuencia natural.

$$\frac{f_r}{f_n} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2D^2}} \qquad (2.31)$$

e. La frecuencia no amortiguada, que es una buena aproximación para la respuesta con amortiguamiento pequeño a frecuencias muy lejos de la frecuencia natural, está dada por:

$$\frac{\left( \frac{f}{f_n} \right)^2}{\left| 1 - \left( \frac{f}{f_n} \right)^2 \right|} \qquad (2.32)$$

Estas propiedades también han sido resumidas en la Tabla 2.1. La Fig. 2.8 se aplica a este caso especial, como al caso donde Po es independiente de la frecuencia.

**Tabla 2.1**

**Propiedades de la Relación Factor de Carga Dinámica vs. Frecuencia**

| | **Fuerza Actuante** | **Sistema Masa Excéntrica** |
|---|---|---|
| Respuesta adimensional cuando f = 0 | 1 | 0 |
| Respuesta adimensional cuando $f \rightarrow \infty$ | $\rightarrow 0$ | $\rightarrow 1$ |
| Relación de frecuencia resonante fr/fn | $\sqrt{1-2D^2}$ | $\frac{1}{\sqrt{1-2D^2}}$ |
| Respuesta adimensional cuando f = fr | $\frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$ | $\frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$ |
| Respuesta adimensional para f << fr ó f >> fr | $\frac{1}{\left\|1-\left(\frac{f}{fn}\right)^2\right\|}$ | $\frac{\left(\frac{f}{fn}\right)^2}{\left\|1-\left(\frac{f}{fn}\right)^2\right\|}$ |

## 2.4 Vibraciones Debidas a Cargas Transitorias

Esta sección introduce el comportamiento de un sistema de un grado de libertad, bajo la acción de carga transitoria, es decir una carga no periódica o periódica de duración finita. Solamente se considerará unos cuantos casos de cargas transitorias.

Carga escalón: Una carga escalón se aplica instantáneamente y de allí permanece constante (Fig. 2.9).

La ecuación diferencial gobernante es:

$$M\ddot{x} + \delta\dot{x} + kx = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ P_o & t \geq 0 \end{cases} \qquad (2.33)$$

Para un sistema inicialmente en reposo $(x = \dot{x} = 0 \text{ a } t = 0)$, la solución de la Ec. 2.33 es la suma de la solución estática $P_o/k$, más la vibración libre amortiguada dada por la Ec. 2.13.

$$x = \frac{P_o}{k}\left[1 - e^{-\omega D t}\left(\cos \omega_1 t + D\frac{\omega}{\omega_1}\operatorname{sen} \omega_1 t\right)\right]$$

que para amortiguamiento pequeño es:

$$x = \frac{P_o}{k}\left[1 - e^{-\omega D t}\cos \omega t\right] \qquad (2.34)$$

Esta solución se bosqueja en la Fig. 2.9. El desplazamiento al primer pico es aproximadamente $2P_o/k$. Así, el desplazamiento máximo y la fuerza de resorte causados por la carga aplicada repentinamente, es igual al doble de la carga estática.

Carga rampa: Como se ilustra en la Fig. 2.10, una carga rampa involucra un incremento lineal de carga, seguido de carga constante. La ecuación gobernante para amortiguamiento cero es:

$$M\ddot{x} + kx = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ P_o\dfrac{t}{\tau} & 0 \leq t \leq \tau \\ P_o & t \geq \tau \end{cases} \qquad (2.35)$$

La solución del movimiento debe obtenerse en dos pasos. Primero se obtiene una solución para $0 \leq t \leq \tau$, con las condiciones iniciales $x = \dot{x} = 0$ para t = 0:

$$0 \le t \le \tau \quad x = \frac{P_o}{k}\left(\frac{t}{\tau} - \frac{T}{2\pi\tau}\ \text{sen}\ \omega\ t\right) \tag{2.36}$$

Para $t \ge \tau$, la ecuación diferencial es exactamente la misma que la Ec. 2.1 para vibraciones libres, y la solución deberá ser:

$$x = A\ \text{sen}\ \omega\ t + B \cos\ \omega\ t \tag{2.2}$$

Las constantes A y B se determinan igualando x y $\dot{x}$ de las ecuaciones 2.36 y 2.2 para $t = \tau$:

$$t = \tau \qquad x = \frac{P_o}{k}\left(1 - \frac{T}{2\pi\tau}\,\text{sen}\ \omega\tau\right) = A\ \text{sen}\ \ \omega\tau + B\ \cos\ \omega\ \tau$$

$$\dot{x} = \frac{P_o}{k}\left(1 - \cos\ \omega\ \tau\right) = \omega\ (A \cos\ \omega\ \tau - B\ \text{sen}\ \omega\ \tau\ )$$

Resolviendo para A y B y utilizando la Ec. 2.2:

$$t \ge \tau \qquad x = \frac{P_o}{k}\left\{1 + \frac{T}{2\pi\tau}\ \left[\text{sen}\ \omega\,(t - \tau) - \text{sen}\,\omega\,t\right]\right\} \tag{2.36a}$$

La respuesta para una carga rampa consiste de vibraciones libres superpuestas sobre la solución estática, como se ilustra en la Fig. 2.10. La amplitud máxima de movimiento es función de $\tau/T$, como se muestra en la Fig. 2.11. Cuando el período natural del sistema es pequeño, comparado con el tiempo $\tau$, la respuesta máxima difiere solo ligeramente de la respuesta estática. El amortiguamiento reducirá más la importancia de la vibración libre.

Pulso cuadrado: Un pulso cuadrado tiene una duración limitada. La ecuación gobernante para un pulso cuadrado (Fig. 2.12) con amortiguamiento nulo es:

$$M\ddot{x} + kx = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ P_o & 0 \le t \le \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \tag{2.37}$$

Como en el caso de la carga rampa, la solución debe obtenerse en dos etapas:

$$0 \le t \le \tau \quad x = \frac{P_o}{k}\left(1 - \cos\ \omega t\right) \tag{2.38a}$$

$$t \geq \tau \qquad x = \frac{2P_o}{k} \operatorname{sen} \frac{\pi \tau}{T} \operatorname{sen}(\omega t + \alpha) \tag{2.38b}$$

donde:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \omega \tau - 1}{\operatorname{sen} \omega \tau} \tag{2.38c}$$

La respuesta para $0 \leq t \leq \tau$ es la misma que para carga escalón con amortiguamiento nulo. Para $t \geq \tau$ existen vibraciones sobre la posición cero; éstas se denominan vibraciones residuales. La Fig. 2.12 muestra la respuesta para diferentes valores de $\tau/T$. La respuesta máxima y la magnitud de la vibración residual son función de $\tau/T$ como se muestra en la Fig. 2.13. Para valores grandes de $\tau/T$, la respuesta máxima ocurre durante la vibración forzada, y para ciertos valores de $\tau/T$ no existen vibraciones residuales debido a que el sistema tiene desplazamiento y velocidad cero en el instante en que la fuerza aplicada es cero. Para valores pequeños de $\tau/T$ la respuesta máxima ocurre durante la vibración residual. La respuesta máxima es $2P_o/k$ y se logra si es que $\tau/T > 0.5$.

Es importante mencionar que los movimientos causados por un pulso de corta duración ($\tau/T << 1$) pueden obtenerse directamente con la aplicación de la ecuación impulso-momento. El impulso es $P_o$, ya que en este caso no se desarrolla fuerza en el resorte durante la carga. El momento máximo durante la vibración residual subsiguiente es $M \omega x_0$, de donde:

$$x_o = \frac{P_o \tau}{M\omega} = \frac{P_o}{k} \tau \omega = \frac{P_o}{k} \frac{2\pi \tau}{T}$$

Este es el mismo resultado que el dado por la Ec. 2.38b para valores de $\tau/T$ pequeños.

Carga sinusoidal de duración limitada: La ecuación diferencial gobernante, incluyendo amortiguamiento es:

$$M\ddot{x} + \delta \dot{x} + kx = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ P_o \operatorname{sen} \Omega t & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t \geq \tau \end{cases} \tag{2.39}$$

Si la carga termina exactamente al terminar un ciclo de la función seno, entonces la duración $\tau$ está relacionada a $\Omega$ por $\tau \Omega = n\pi$, donde n es un número entero.
Para $0 \leq t \leq \tau$, esta ecuación es igual a la Ec. 2.17 y la solución es la ecuación 2.18. Para amortiguamiento cero:

$$\mathbf{0 \le t \le \tau} \qquad x = \frac{P_o}{k} \; \frac{\operatorname{sen} \Omega t - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right) \operatorname{sen} \omega t}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \tag{2.40a}$$

La vibración residual se determina igualando la vibración libre y la forzada en t=$\tau$. Para amortiguamiento cero:

$$\mathbf{t = \tau} \qquad x = \frac{P_o}{k} \; \frac{-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right) \operatorname{sen} \omega \tau}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \quad = \quad A \operatorname{sen} \omega \tau + B \cos \omega \tau$$

$$\dot{x} = \frac{P_o}{k} \; \frac{1 - \cos \omega \tau}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \quad = \quad \omega \; (A \cos \omega \tau - B \operatorname{sen} \omega \tau)$$

Resolviendo A y B y utilizando la ecuación 2.2:

$$\mathbf{t \ge \tau} \qquad x = \frac{P_o}{k} \; \frac{2 (\Omega/\omega)}{1 - (\Omega/\omega)^2} \; \operatorname{sen} \frac{n \pi \omega}{2\Omega} \operatorname{sen} (\omega t + \alpha) \tag{2.40b}$$

donde:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\operatorname{sen} \omega \tau}{1 - \cos \omega \tau} \tag{2.40c}$$

Para el caso especial donde $\Omega/\omega$=1, el numerador y denominador de las ecuaciones (2.40) se anulan. Una expresión alternativa para este caso se obtienen aplicando la regla de H'ospital:

$$\mathbf{0 \le t \le \tau} \qquad x = \frac{P_o}{2k} \; (\operatorname{sen} \omega t - \omega t \cos \omega t) \tag{2.41}$$

$$\mathbf{t \ge \tau} \qquad x = \frac{-P_o}{k} \, n \pi \cos \omega t \tag{2.42}$$

Las ecuaciones 2.41 y 2.42 se grafican en la Fig. 2.14a. La amplitud del movimiento aumenta linealmente con el número de ciclos de fuerza aplicada, pero permanece finita en tanto que la duración total de la fuerza es finita. De este modo, una fuerza

sinusoidal con Ω=ω causa movimientos muy grandes si se aplican muchos ciclos de la fuerza.

Las ecuaciones 2.41 y 2.42 se aplican para amortiguamiento nulo. Con amortiguamiento, los movimientos se producen hacia los límites indicados en la Fig. 2.14b. El número total de ciclos de carga requeridos para lograr la respuesta total amortiguada es aproximadamente 1/2πD. Así, con 5% de amortiguamiento, el movimiento aumenta durante los primeros 3 ciclos de carga y luego los ciclos sucesivos casi no aumentan el movimiento. Si 2n<1/2πD, la respuesta máxima es menor que para vibraciones forzadas, pero si 2n>1/2πD, la máxima respuesta transitoria es esencialmente la misma que para la respuesta de estado constante.

La máxima respuesta no amortiguada y la magnitud de las vibraciones residuales no amortiguadas están dadas en la Fig. 2.15 en función de $\tau/T$ para el caso de pulso único (n=1). Existen similitudes y diferencias con el caso de pulso cuadrado (Fig. 2.13).

## 2.5 Vibraciones Forzadas Producidas por Movimientos Periódicos de Cimentación

Esta sección considera el caso cuando no se aplica fuerza a la masa, sino el apoyo del resorte experimenta movimiento en la cimentación (ver Fig. 2.16). En las siguientes expresiones, x es el desplazamiento absoluto de la masa, s es el desplazamiento absoluto del terreno e y es el desplazamiento relativo entre la masa y el terreno. Luego, y+s=x. Las fuerzas actuantes en la masa son:

| | |
|---|---|
| Fuerza del resorte | ky |
| Fuerza de inercia | $M\ddot{x} = M(\ddot{y} + \ddot{s})$ |
| Fuerza amortiguadora | $\delta \dot{y}$ |

La ecuación diferencial de equilibrio es

$$M\ddot{y} + \delta \dot{y} + ky = - M\ddot{s} \qquad (2.43)$$

Comparando con la ecuación 2.17, se ve que el caso del movimiento de la cimentación es equivalente al caso donde una fuerza $- M\ddot{s}$ se aplica a la masa. La solución de la ecuación 2.43 determina el desplazamiento relativo de la masa. Usualmente, éste es el de mayor interés, ya que determina la fuerza en la estructura. En algunos problemas, tal como cuando se instala equipo sensible en una masa, la aceleración absoluta también es de interés.

Movimientos sinusoidales de cimentación: El movimiento del terreno en este caso es:

$$S = S_o \text{ sen } \Omega t$$

Por lo tanto, las soluciones de la sección 2.3 son también aplicables, pero reemplazando $P_o$ por $-MS_o\ \Omega^2$ y además x por y. En particular, considerando solamente vibraciones forzadas y omitiendo vibraciones libres, la amplitud $y_o$ de los desplazamientos relativos está dada por:

$$y_o = S_o \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 \text{DLF} \qquad (2.44)$$

donde DLF está definida por la ecuación 2.23. Por lo tanto, la Fig. 2.6b puede ser usada como un gráfico de $y_o/S_o$ versus f/fn. Se desarrolla resonancia a f/fn≈1, tanto para movimientos periódicos de cimentación como para fuerza periódica aplicada.

## 2.6 Vibraciones Debidas a Movimientos Transitorios de Cimentación

Este es un problema de mucho interés, por su aplicación en la ingeniería sismo-resistente. En esta sección se presentan diversas soluciones, con el objeto de lograr un entendimiento de la naturaleza de la respuesta a los movimientos transitorios de cimentación. Todas las soluciones siguen la Ec. 2.43, con funciones diferentes del movimiento del terreno.

Movimiento seno-verso: Un pulso simple de movimiento del terreno seno verso (Fig. 2.17) está dado por:

$$S = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{S_o}{2}(1 - \cos\Omega t) & 0 \le t \le \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \qquad \tau = \frac{2\pi}{\Omega} \qquad (2.45)$$

Esta es la ecuación más simple del movimiento del terreno con desplazamiento y velocidad cero al principio y al final de cada pulso.

La respuesta a este movimiento, para amortiguamiento cero, es:

$$0 \le t \le \tau \qquad y = \frac{-S_o}{2} \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \left[\cos\Omega t - \cos\omega t\right] \qquad (2.46a)$$

$$t \geq \tau \qquad y = -S_o \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \operatorname{sen} \frac{\pi\,\omega}{\Omega} \operatorname{sen}\ \omega\left(t + \frac{3\pi}{\Omega}\right) \tag{2.46b}$$

Ambos, numerador y denominador se anulan para Ω/ω = 1, pero puede mostrarse que la relación permanece finita. La Fig. 2.17 muestra la naturaleza del desplazamiento absoluto para diferentes valores de $\tau/T = \omega/\Omega$. La Fig. 2.18 presenta el desplazamiento relativo máximo, el desplazamiento absoluto máximo y el desplazamiento residual máximo, en función de $\tau/T$.

Espectro de respuesta: Las curvas de la Fig. 2.18 son ejemplos de espectros de respuesta. Un espectro de respuesta proporciona la respuesta de un sistema de un grado de libertad a un movimiento particular del terreno, en función de la frecuencia natural o período del sistema. Cuando el movimiento del terreno es muy simple, como aquel de un pulso simple, el espectro de respuesta puede graficarse en forma adimensional, como en la Fig. 2.18. Cuando el movimiento del terreno es más complicado, el espectro se grafica en forma dimensional: por ejemplo centímetros de desplazamiento relativo vs período natural del sistema. El ejemplo 2.1 proporciona un espectro de respuesta típico en forma dimensional. Los espectros de respuesta se utilizan para conocer cómo las estructuras de diferentes períodos se comportarán a un movimiento del terreno dado, de modo que permitiran investigar rápidamente la respuesta relativa de diferentes diseños propuestos.

Los espectros de respuesta se utilizan ampliamente para el análisis y diseño de estructuras sujetas a movimientos transitorios del terreno; se discutirán seguidamente algunos aspectos importantes del espectro de respuesta.

En cualquier sistema vibratorio, la velocidad relativa $\dot{y}$ es cero cuando el desplazamiento relativo es máximo. Por lo tanto, de la Ec. 2.43, en dichos momentos:

$$M\left|\ddot{x}\right| = k\left|y\right|_{max}$$

ó

$$\ddot{x} = \omega^2 \left|y\right|_{max}$$

Siempre y cuando el amortiguamiento sea pequeño, la máxima aceleración absoluta ocurre muy cerca al momento cuando el desplazamiento relativo es máximo, de modo que:

$$\left|\ddot{x}\right|_{max} \approx \omega^2 \left|y\right|_{max} \tag{2.47}$$

La cantidad $\omega^2 \left|y\right|_{max}$ se denomina seudo-aceleración y es una medida útil de la aceleración absoluta máxima. La ecuación 2.47 es exactamente cierta para amortiguamiento nulo.

Por analogía a la seudo-aceleración, la cantidad $\omega|y|_{max}$ se denomina seudo-velocidad $S_V$:

$$Sv = \omega \left|y\right|_{max} \tag{2.48}$$

La seudo-velocidad no está relacionada directamente a la velocidad relativa o absoluta máxima. Sin embargo, puede demostrarse que la energía de deformación máxima en el sistema dinámico es:

$$\left|E\right|_{max} = \frac{1}{2} MSv^2 \tag{2.49}$$

Las ecuaciones 2.47 a 2.49 se aplican a un sistema no amortiguado bajo movimiento periódico simple. Lo importante de indicar es que en general se aplican a cualquier sistema dinámico que está sometido a movimiento de cimentación.

Debido a las relaciones simples entre $|y|_{max}$, Sv y $|\ddot{x}|_{max}$ , es conveniente graficar la respuesta de un sistema dinámico en el papel gráfico espectral mostrado en la Fig. 2.19. Con este papel especial, es posible presentar simultáneamente el espectro de respuesta de desplazamiento relativo, seudo-velocidad y aceleración absoluta. De este modo, si un sistema con una frecuencia natural de 10 cps experimenta un desplazamiento máximo relativo de 1 pulgada, la aceleración absoluta máxima (10 g) y la seudo velocidad (63 pulg/seg) pueden leerse directamente del gráfico.

El espectro de respuesta para un pulso simple de movimiento seno-verso del terreno ha sido regraficado en la Fig. 2.20 para So=1 pulg. y Ω=62.8 rad/seg (f=10 cps). Puede verse que un sistema simple de un grado de libertad con una frecuencia natural de 5 cps, experimentaría un desplazamiento máximo relativo de 1.3 pulg (y $|\ddot{x}|_{max}$ = 3.2 g), mientras que con fn = 25 cps: $|y|_{max}$ = 0.2 pulg y $|\ddot{x}|_{max}$ = 14 g. Varias relaciones muy importantes entre la respuesta y el movimiento del terreno pueden entenderse con la ayuda de esta figura:

a) Para sistemas con ω/Ω pequeño, la masa tiende a permanecer inmóvil, mientras el terreno por debajo se mueve. De este modo, el desplazamiento relativo máximo es igual al movimiento máximo del terreno.

b) Para sistemas con ω/Ω grande, el sistema muy rígido sigue al movimiento del terreno muy de cerca, de modo que los desplazamientos relativos son pequeños. La aceleración absoluta máxima de la masa es similar a la máxima aceleración del terreno, pero puede ser algo amplificada debido a la dinámica del sistema. En el ejemplo de la Fig. 2.20, la aceleración máxima del terreno es 5.1 g, mientras que la máxima aceleración absoluta de estructuras con ω/Ω grande varía de 10.2g a algo ligeramente menor que 10 g.

Las relaciones entre movimiento del terreno y respuesta para $\omega/\Omega << 1$ y para $\omega/\Omega >> 1$ son válidas para cualquier movimiento del terreno. Los ejemplos siguientes consideran los factores que afectan la respuesta para $\omega/\Omega \approx 1$.

Varios pulsos de movimiento de cimentación seno-verso: Las ecuaciones 2.46 también se aplican para n pulsos de movimiento de cimentación, donde ahora $\tau = 2n\pi/\Omega$. La Fig. 2.20 muestra curvas para $n \to \infty$ y n = 4.

La curva para vibraciones forzadas continuas ($n \to \infty$) es:

$$|y|_{max} = S_o \left| \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \right| \qquad (2.50)$$

Para $\omega/\Omega$ = 1/3, 3, 5,7,..., la respuesta máxima es realmente algo menor que la dada por la ecuación 2.50, ya que para estas condiciones los términos de coseno en los paréntesis de la ecuación 2.46a nunca son simultáneamente la unidad. Para todos los otros valores de $\omega/\Omega$, incluyendo aquellos en la cercanía de 1/3, 3, 5, 7,...., existirá algún tiempo durante un tren infinito de pulsos cuando los términos de coseno sean la unidad simultáneamente.

La curva para n = 4 es virtualmente la misma que para la curva $n \to \infty$, excepto cerca de $\omega/\Omega$=1. En la condición de resonancia cuatro ciclos de movimiento del terreno causan una respuesta grande, pero finita, aún cuando el sistema es no amortiguado.

Dos movimientos superpuestos: Para ilustrar la respuesta de un movimiento del terreno que contiene varias frecuencias, se considera el movimiento:

$$S \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{S_o}{2}\left[(1 - \cos\Omega t + \frac{1}{n}(1 - \cos n\Omega t)\right] & 0 \le t \le \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases} \quad \tau = \frac{2\pi}{\Omega} \qquad (2.51)$$

Para n = 5, este movimiento se grafica en la Fig. 2.21. El desplazamiento máximo del terreno es, para n = 4, aproximadamente $(1+1/n)S_o$. La máxima aceleración del terreno es $(1+n)\Omega^2 S_o$.

La respuesta a este movimiento del terreno es una superposición de respuestas de un pulso a $\Omega$ y n pulsos a $n\Omega$. Un estimado razonable de la respuesta máxima puede obtenerse añadiendo las respuestas máximas para estos dos sistemas de pulsos. Esta suma presupone que las respuestas máximas de cada sistema ocurren simultáneamente, que será verdadera cuando $n \ge 4$. La respuesta máxima para $S_o$ = 1 pulg., $\Omega$ = 62.8 rad/seg. y n = 5 está dada en la Fig. 2.22. En el extremo de frecuencia

baja del espectro, el desplazamiento relativo iguala al movimiento máximo del terreno. En el extremo de frecuencia alta, la aceleración absoluta es cercanamente igual o igual al doble de la aceleración máxima del terreno. En el rango medio de frecuencias, el espectro muestra dos picos-uno correspondiente a cada una de las frecuencias del movimiento del terreno, con un pico agudo de los cinco pulsos en la frecuencia más alta.

De este resultado, puede imaginarse el efecto de tener frecuencias adicionales en el movimiento del terreno. La respuesta de estructuras con frecuencia natural pequeña todavía será determinada por el desplazamiento máximo del terreno, mientras que la respuesta de estructuras con frecuencia natural grande estará determinada por la aceleración máxima del terreno. En el rango medio de frecuencias naturales, el espectro mostrará un número de picos correspondientes a las frecuencias dominantes en el movimiento del terreno. La extensión de este rango medio dependerá del contenido de frecuencias del movimiento. Estos hechos se ilustran en la Fig. 2.23. La Fig. 2.24 presenta ejemplos de espectros de respuesta calculados de acelerogramas. El rango de períodos incluidos en la Fig. 2.24 coincide con el rango de frecuencias principales contenidas en el movimiento del terreno, es decir, el denominado rango medio de la Fig. 2.23.

Efecto del amortiguamiento: Las ecuaciones de la respuesta transitoria con amortiguamiento son suficientemente complicadas, por lo que ejemplos simples para ilustrar el comportamiento no pueden presentarse. Sin embargo, el efecto general del amortiguamiento puede entenderse de discusiones anteriores. Para estructuras con $\omega$ muy pequeña, el amortiguamiento tiene efecto pequeño en la respuesta, desde que el desplazamiento relativo máximo es todavía igual al movimiento máximo del terreno. Para estructuras con $\omega$ muy grande, el amortiguamiento disminuye la aceleración máxima hasta el nivel de la aceleración máxima del terreno. El efecto del amortiguamiento es máximo a las frecuencias intermedias donde los picos agudos de la curva de respuesta no amortiguada se eliminan. Los efectos del amortiguamiento se presentan en términos generales en la Fig. 2.23 y se muestran en la Fig. 2.24 para movimiento del terreno de terremotos reales.

**FIGURA 2.1 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD**

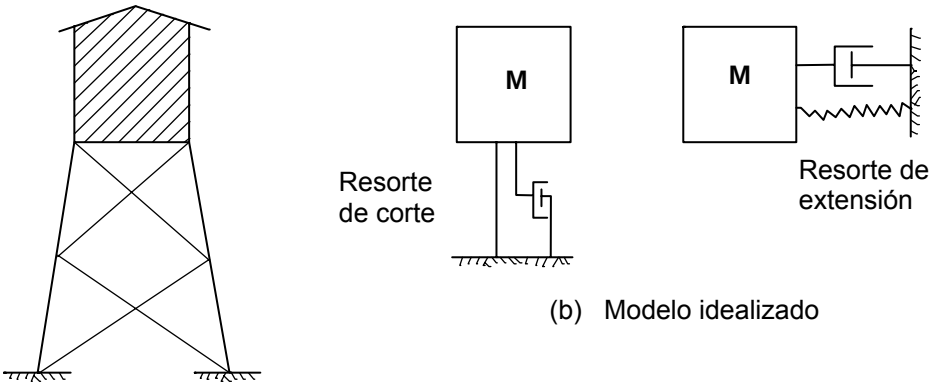



**FIGURA 2.2 TANQUE ELEVADO DE AGUA**

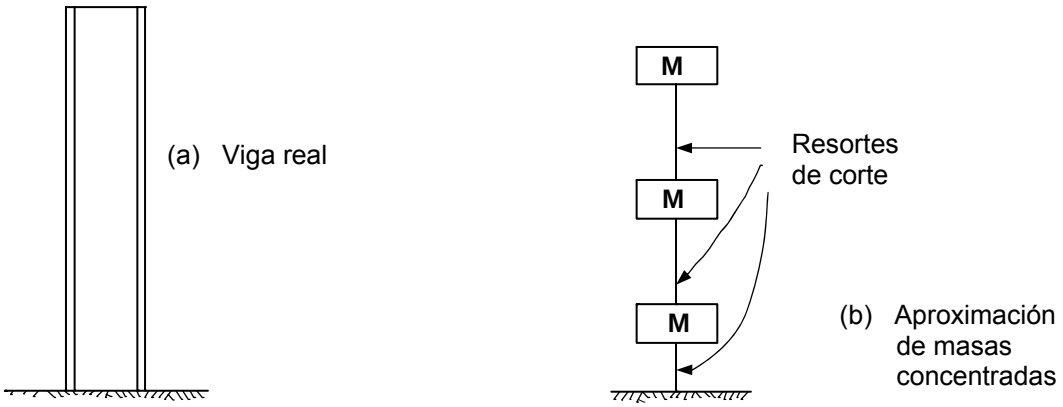



**FIGURA 2.3 VIGA EN CANTILIVER**

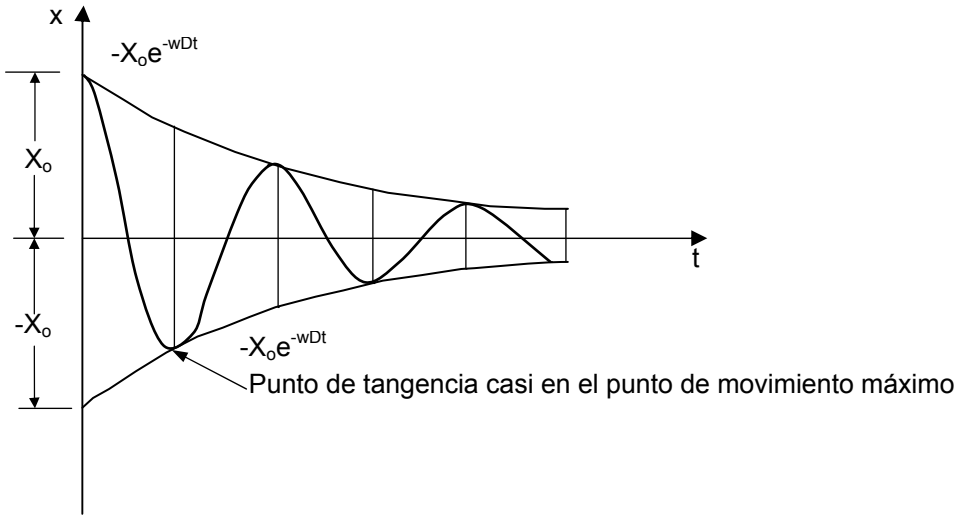



**FIGURA 2.4 VIBRACION LIBRE AMORTIGUADA**

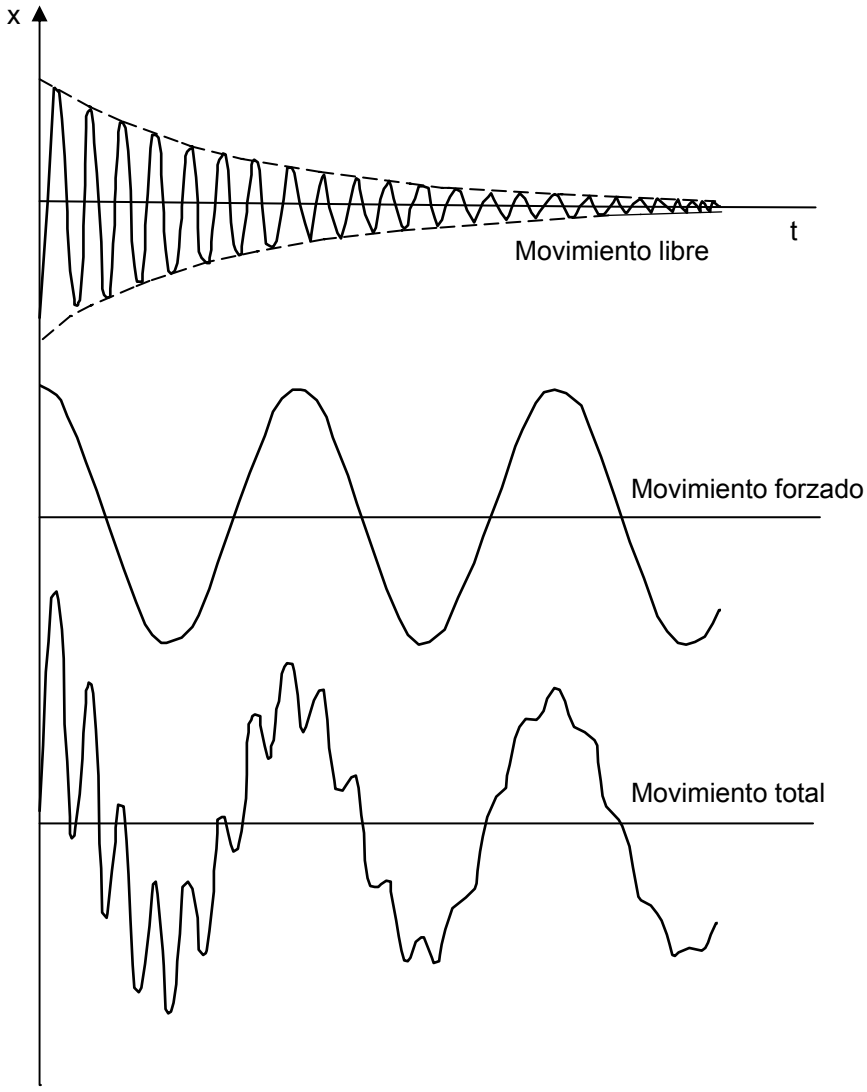
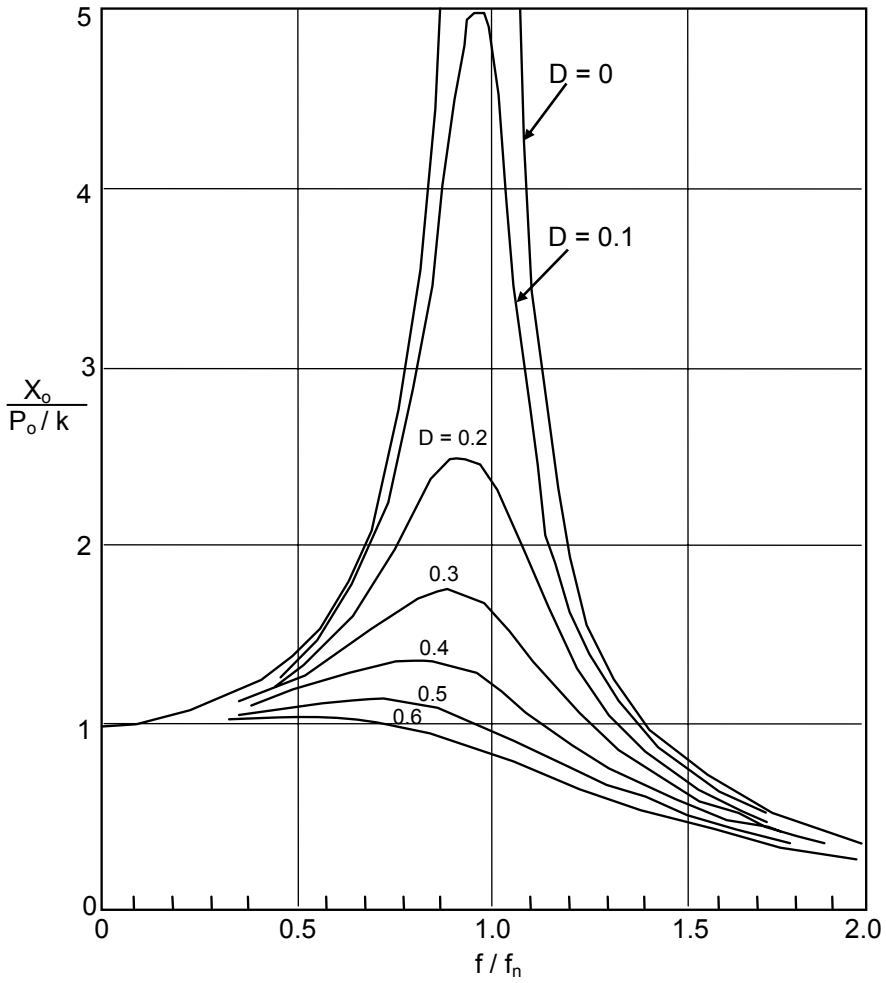
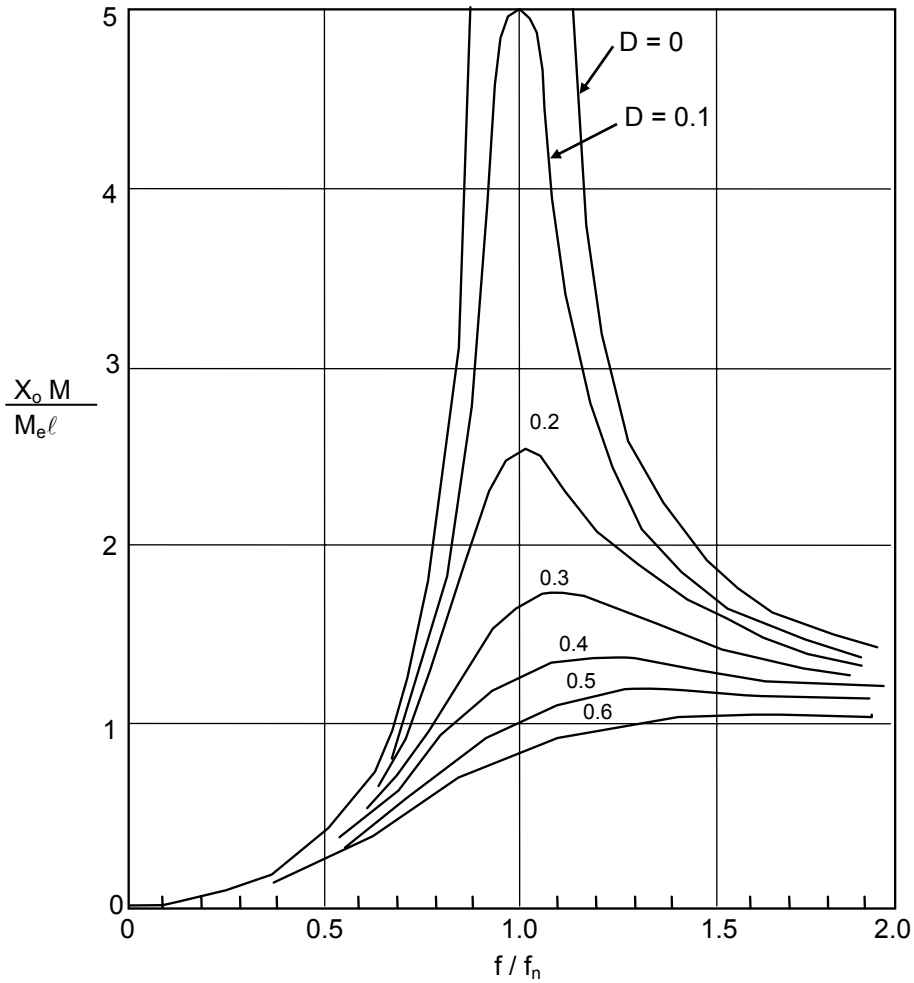



**FIGURA 2.5 VIBRACION FORZADA AMORTIGUADA**




(a) En función de la fuerza de excitación




(b) Para el caso de masa desbalanceada

**FIGURA 2.6 AMPLITUD ADIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO**

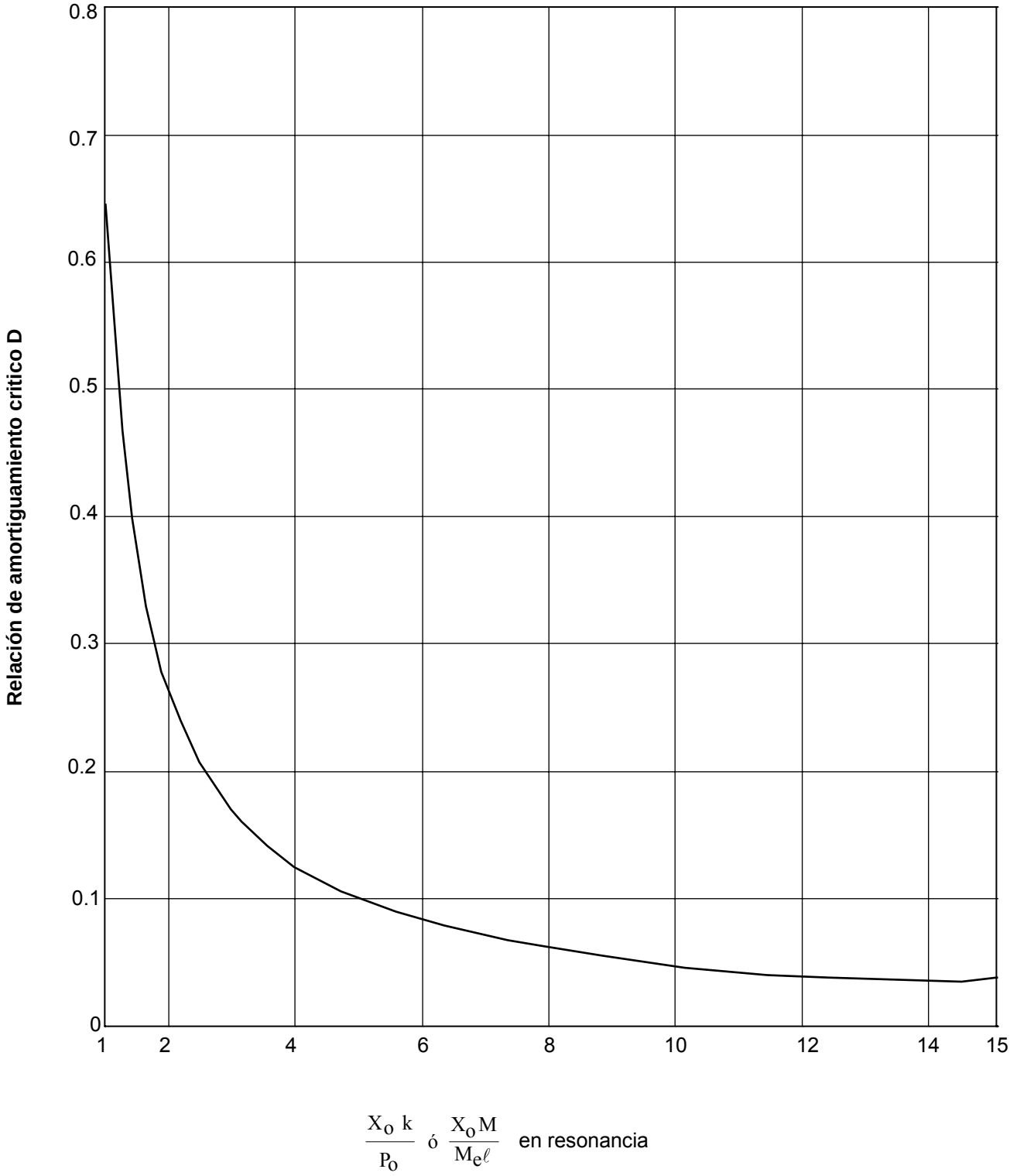



**FIGURA 2.7 AMPLITUD ADIMENSIONAL DEL MOVIMIENTO EN RESONANCIA**

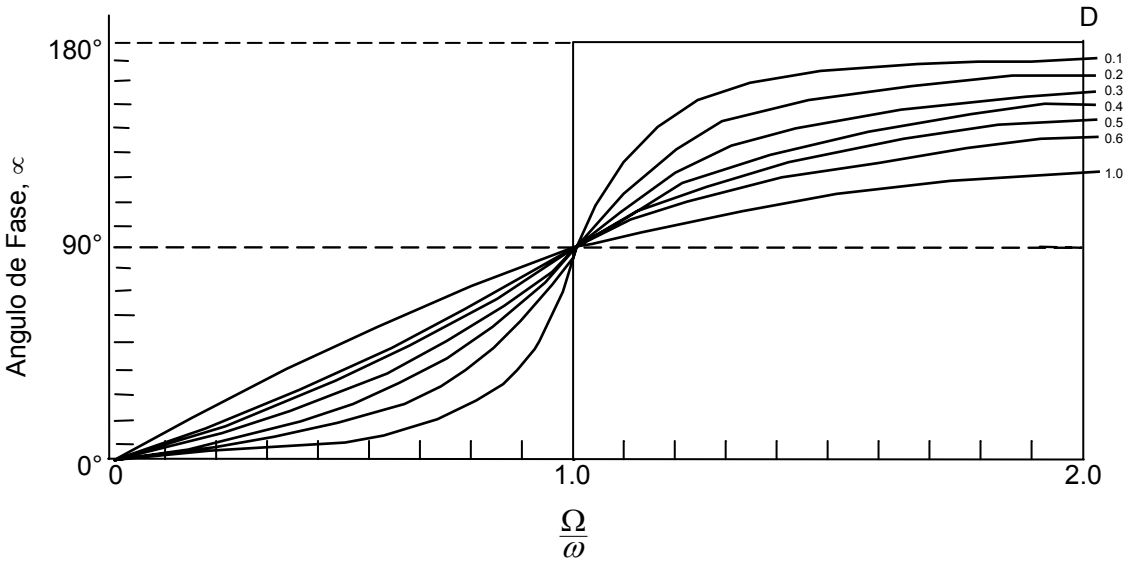



**FIGURA 2.8 ANGULO DE FASE**

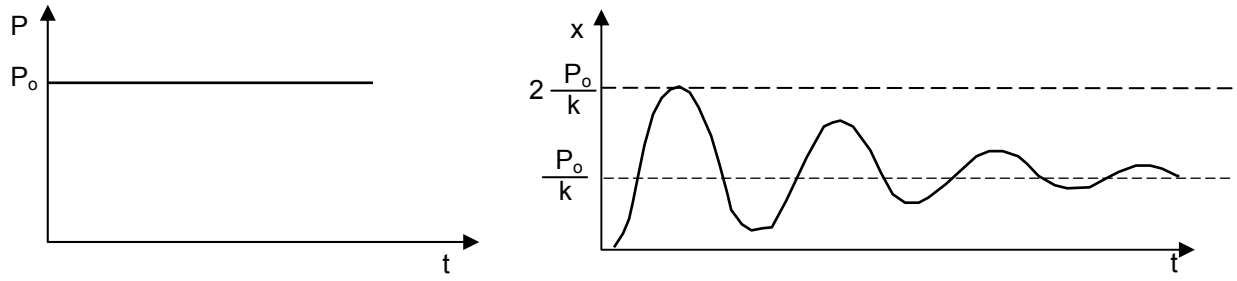



**FIGURA 2.9 RESPUESTA A UNA CARGA ESCALON**

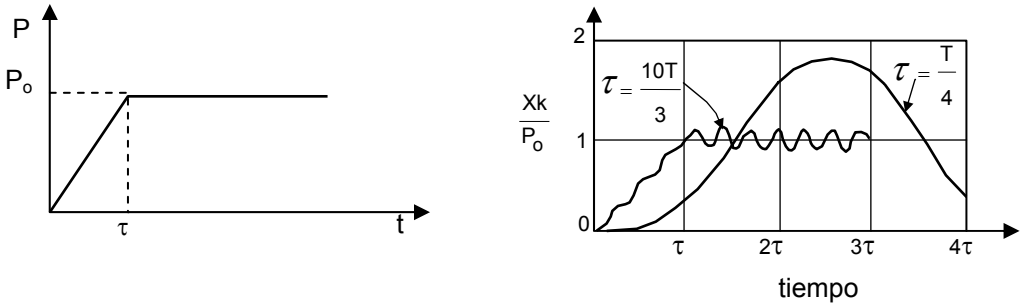



**FIGURA 2.10 RESPUESTA A UNA CARGA RAMPA**

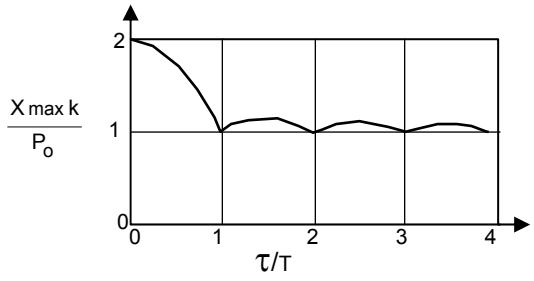



**FIGURA 2.11 MAXIMA RESPUESTA A UNA CARGA RAMPA**

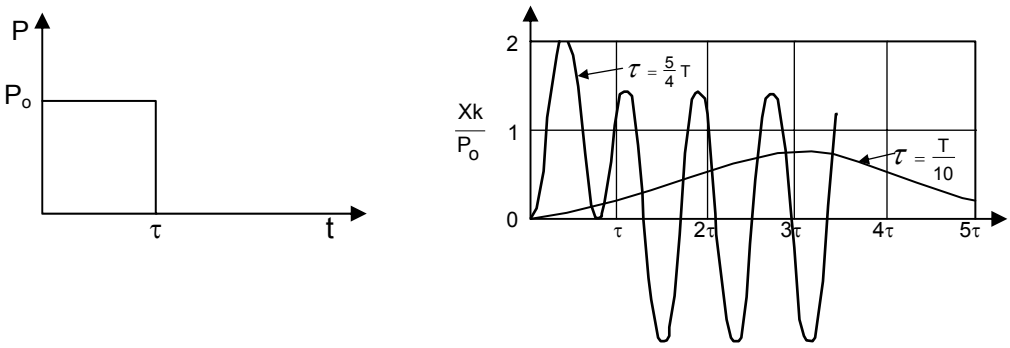
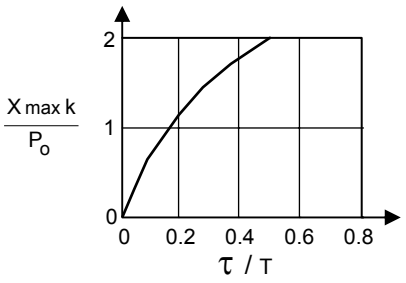
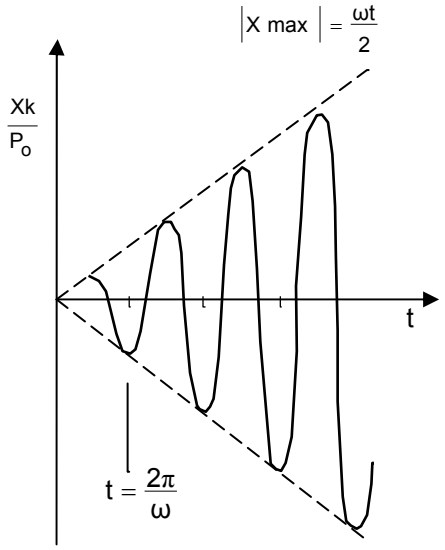


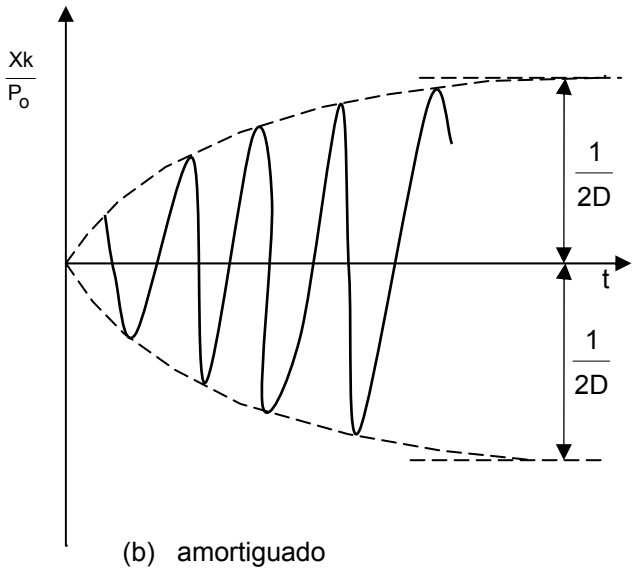

**FIGURA 2.12 RESPUESTA A UNA CARGA PULSO**

**FIGURA 2.13 MAXIMA RESPUESTA A UNA CARGA PULSO**




(a) no - amortiguado




(b) amortiguado

**FIGURA 2.14 AUMENTO DE MOVIMIENTOS DE LA CONDICION INICIAL DE REPOSO PARA FUERZA SINUSOIDAL CON $\Omega = \omega$**

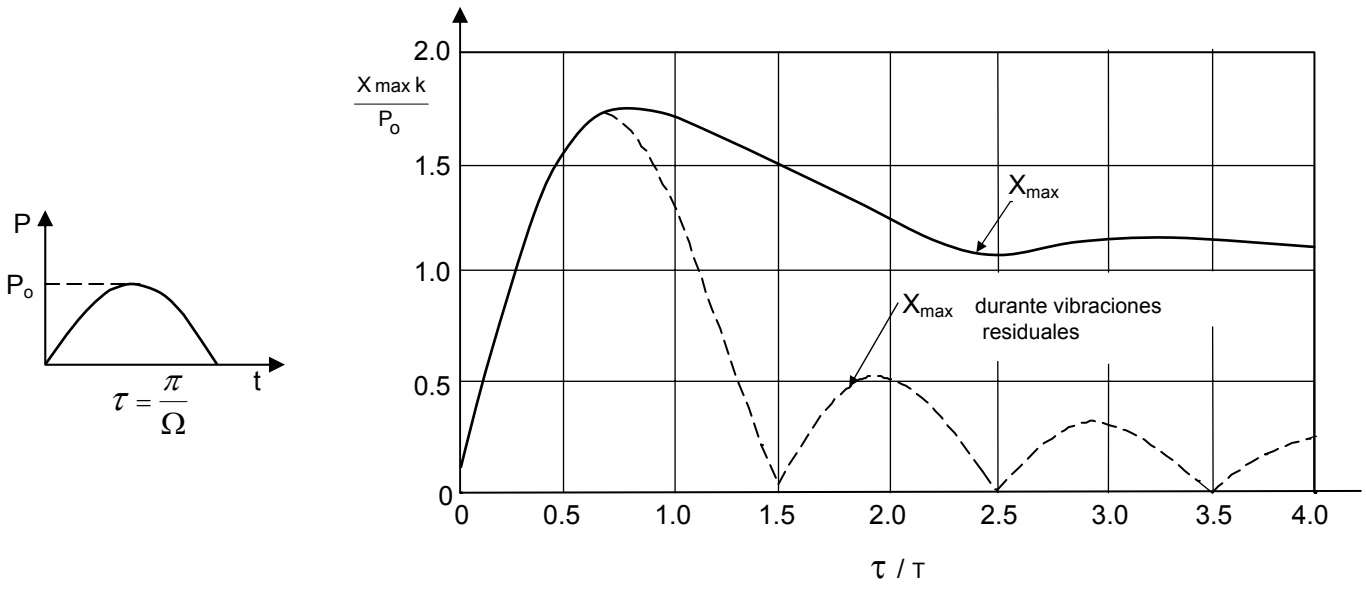



**FIGURA 2.15 MAXIMA RESPUESTA PARA PULSO SENO MEDIO**

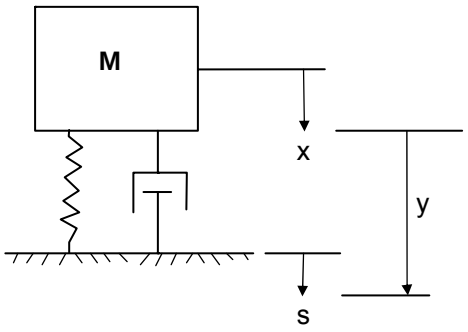



**FIGURA 2.16 SISTEMA MASA - RESORTE-AMORTIGUADOR CON MOVIMIENTO DE APOYO**

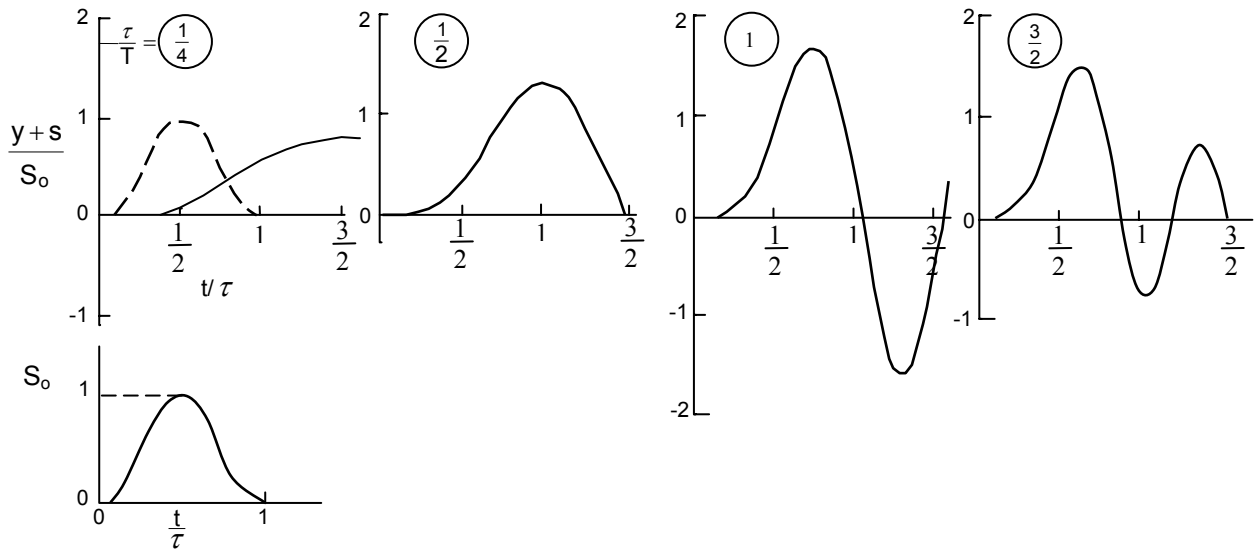



**FIGURA 2.17 RESPUESTAS TIPICAS A UN MOVIMIENTO DE CIMENTACION SENO VERSO (UN CICLO)**

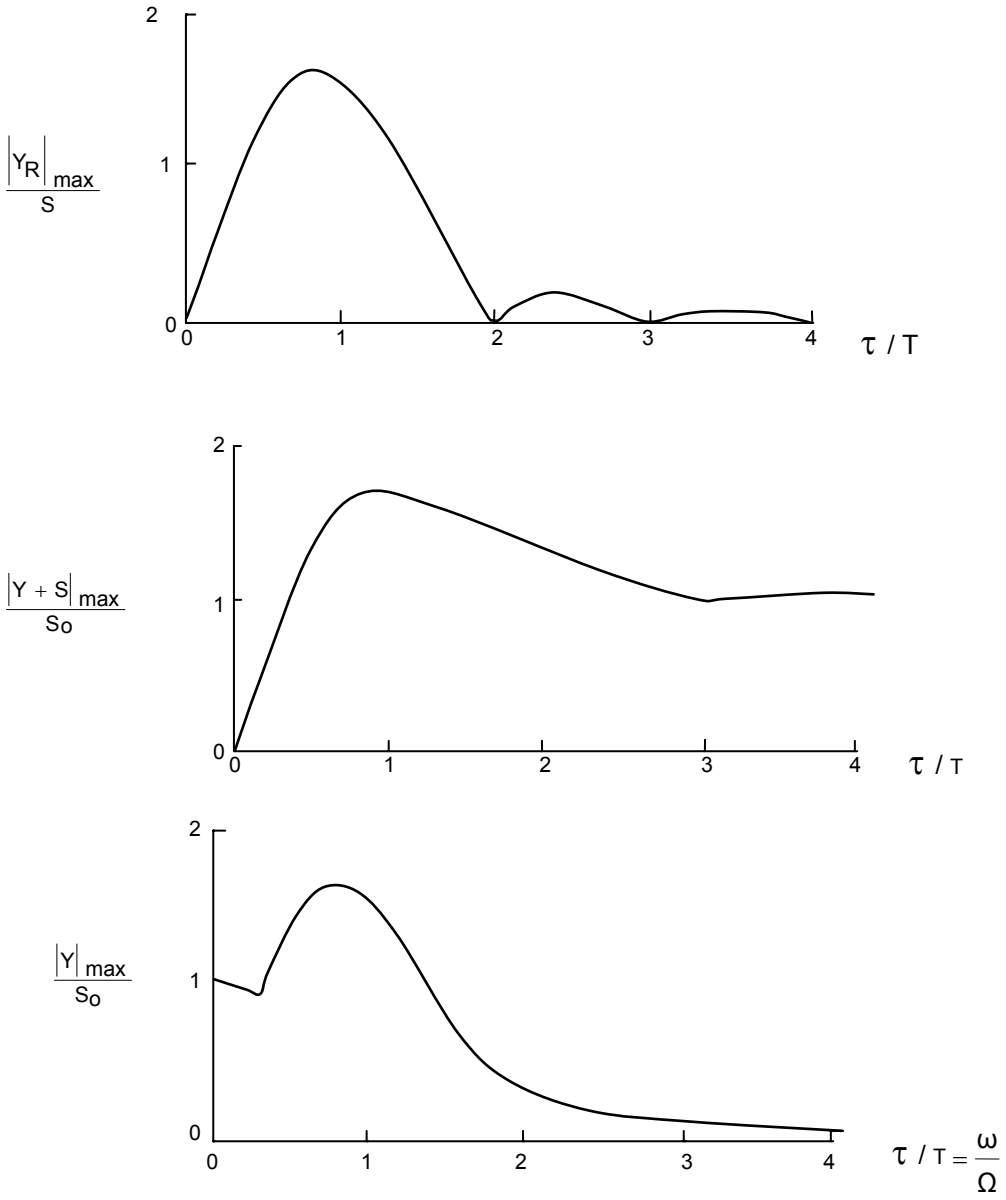



**FIGURA 2.18 CURVAS DE RESPUESTA PARA UN MOVIMIENTO DE CIMENTACION SENO VERSO (UN CICLO)**

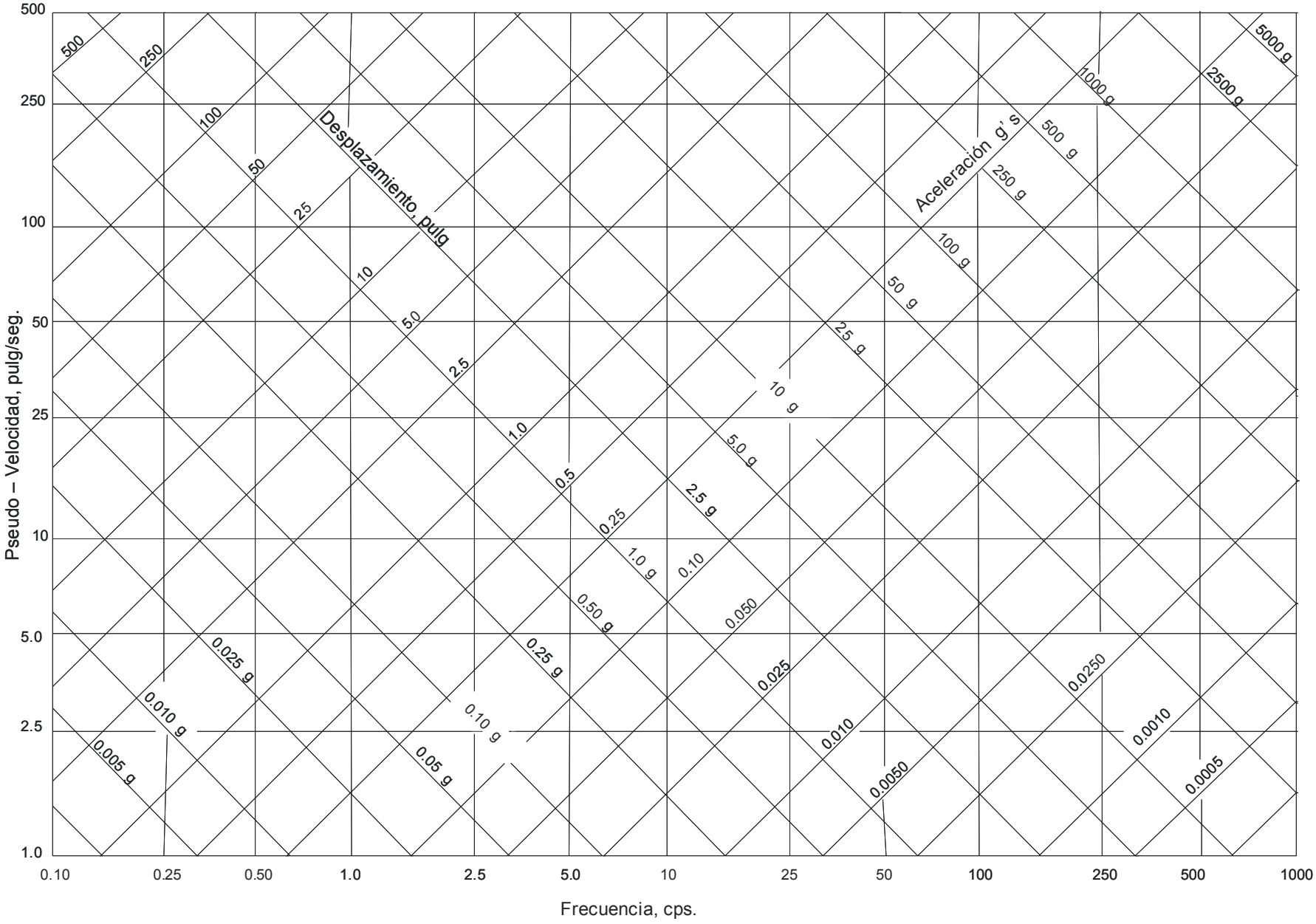



**FIGURA 2.19 LAMINA ESPECTRAL PARA GRAFICAR EL ESPECTRO DE RESPUESTA**

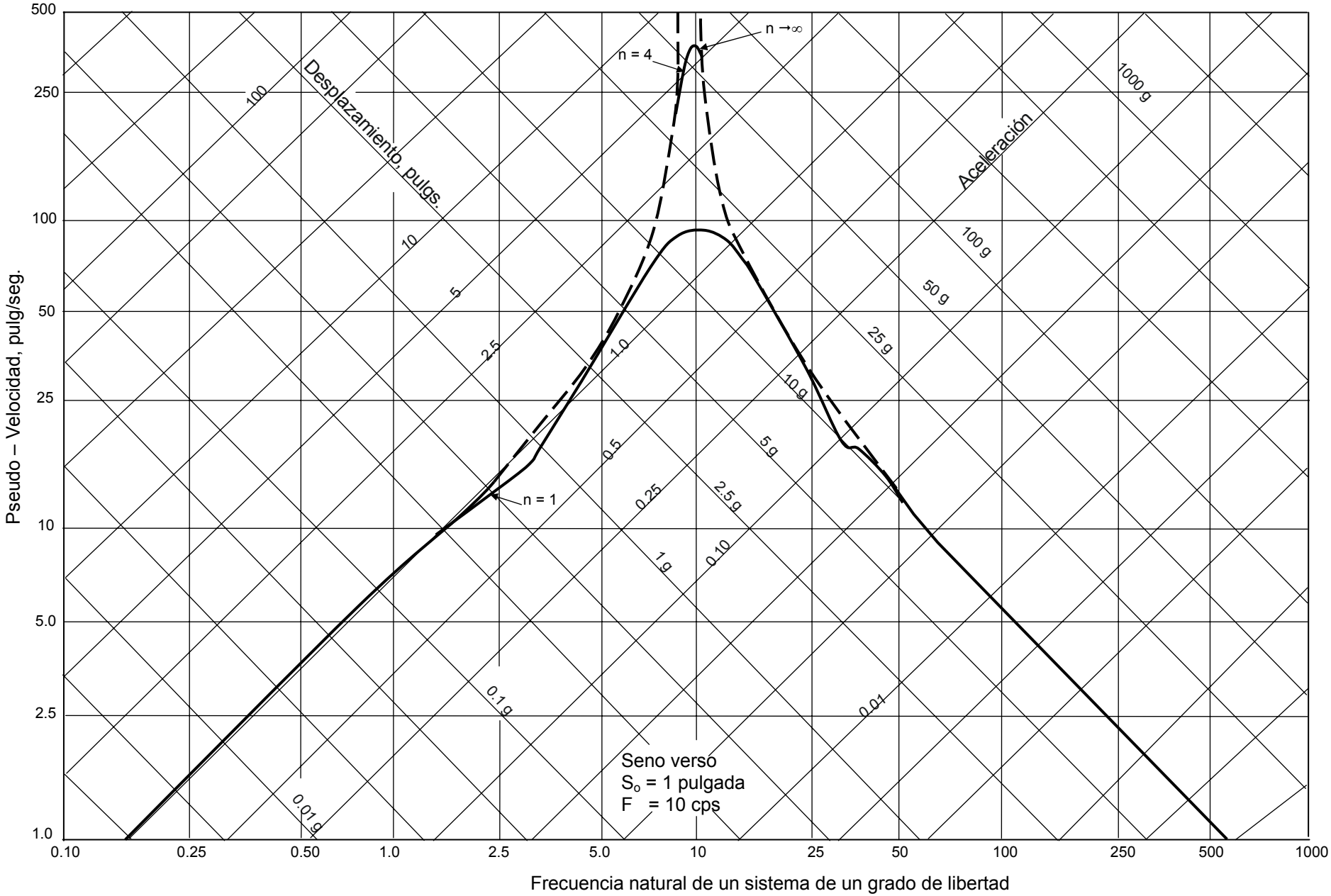



**FIGURA 2.20 ESPECTRO DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTO DE CIMENTACION SENO VERSO**

**FIGURA 2.21 DOS MOVIMIENTOS SENO VERSO SUPERIMPUESTOS**

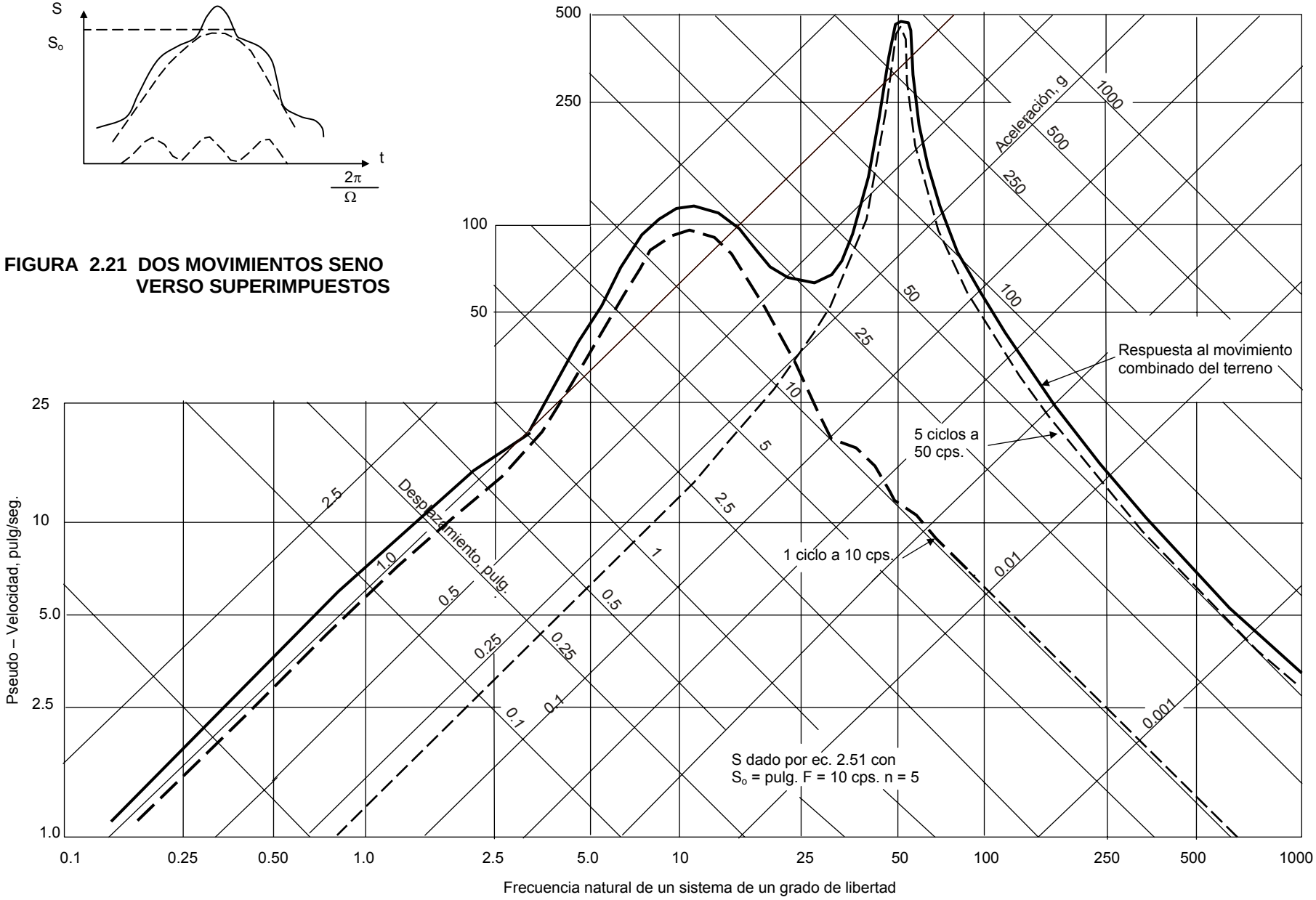



**FIGURA 2.22 ESPECTROS DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTOS DEL TERRENO SENO VERSO SUPERIMPUESTOS**

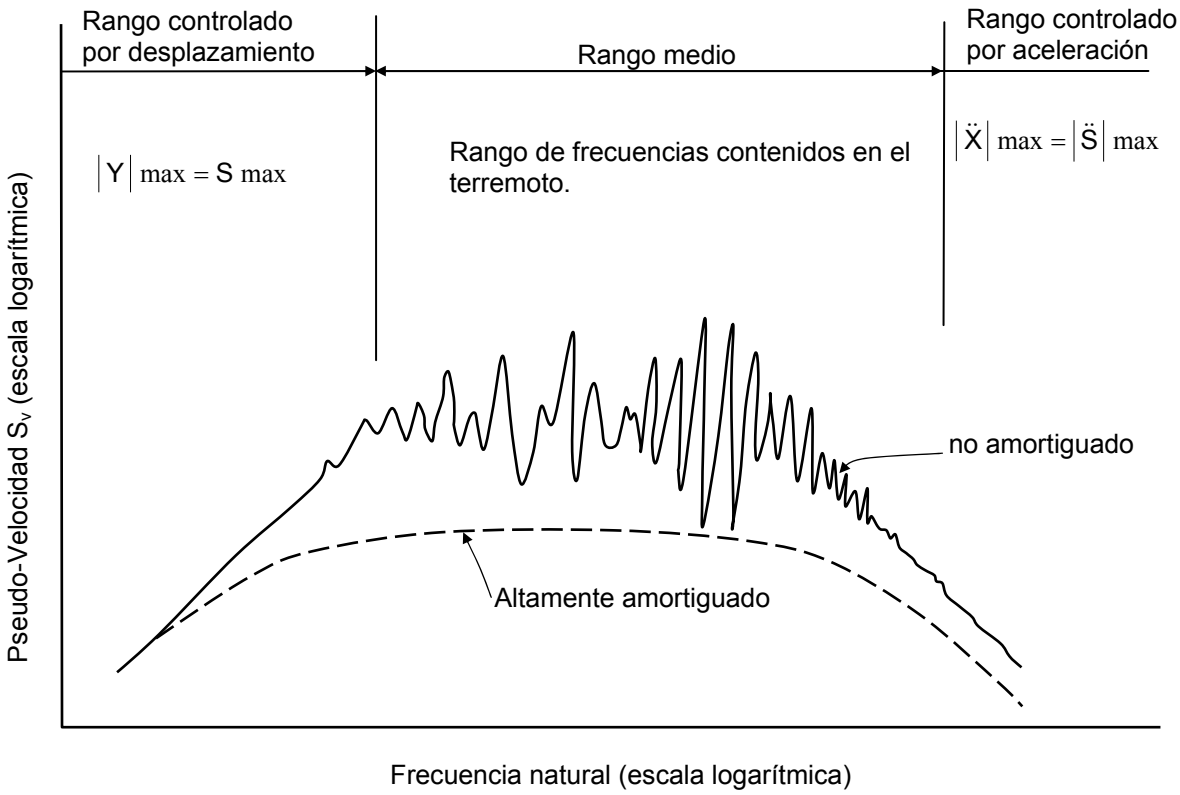
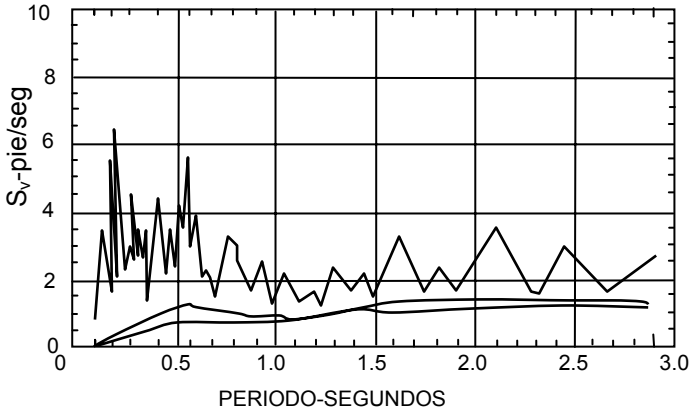
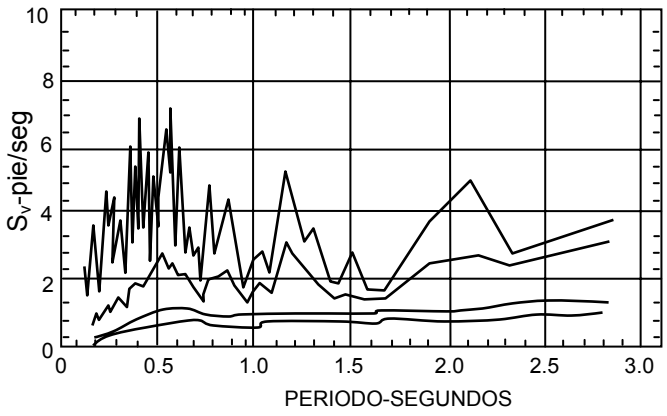



**FIGURA 2.23 CARACTERISTICAS DEL ESPECTRO DE RESPUESTA PARA MOVIMIENTOS TRANSITORIOS DEL TERRENO CONTENIENDO MUCHAS FRECUENCIAS**




Espectro de Velocidad para el Sismo de Olympia, Washington, 13 de Abril 1949
Componente S 80° W




Espectro de Velocidad para el Sismo de El Centro, 18 de Mayo 1940
Componente E-W

**FIGURA 2.24 ESPECTRO DE RESPUESTA DE SISMOS REALES**

# CAPITULO III

# SISTEMAS LINEALES DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

## 3.1 Introducción

Cuando un sistema dinámico tiene dos grados de libertad (2-GDL), la respuesta dinámica puede evaluarse por solución directa de las ecuaciones diferenciales; es decir, las mismas técnicas que se utilizan para sistemas de 1-GDL. Cuando un sistema tiene más de dos grados de libertad, es muy tedioso el obtener soluciones directas a las ecuaciones diferenciales, por lo que se utiliza generalmente en ese caso el método de los modos. En este capítulo se ilustrarán los dos métodos para enfatizar algunos conceptos fundamentales y derivar fórmulas simples importantes. Mayores detalles se obtienen de las referencias presentadas.

## 3.2 Vibración Libre de Sistemas de Dos Grados de Libertad

Existen dos tipos diferentes de sistemas de 2-GDL:

1) Sistemas con dos masas, donde cada masa tiene solo un grado de libertad.

2) Sistemas con una masa, donde esta masa tiene dos grados de libertad para su movimiento.

   a. Los dos movimientos son independientes (desacoplados); es decir, que la existencia de un tipo de movimiento no necesariamente implica que el otro tipo de movimiento se producirá.

   b. Los dos movimientos son Inter-dependientes (acoplados), de modo que un tipo de movimiento induce al otro.

Estos diferentes tipos de sistemas se ilustran en la Fig. 3.1. El tipo 2a puede tratarse simplemente como dos sistemas de un grado de libertad cada uno, utilizando los métodos del capítulo anterior. En esta sección y en la próxima se tratarán los tipos 1 y 2b.

Vibración Libre de Sistema no Amortiguado de 2 Masas: La Fig. 3.2 muestra un sistema de 2 masas típico: un edificio de dos pisos en donde los pisos solamente se mueven horizontalmente. Los pisos proporcionan las masas y las columnas actúan como resortes de corte. Las matemáticas serían las mismas si escogiésemos un sistema de dos masas conectadas por resortes de compresión. En la Fig 3.3, $x_1$ y $x_2$ son desplazamientos absolutos relativos a la cimentación.

Las ecuaciones que describen la respuesta de este sistema pueden obtenerse del análisis que sigue. Las fuerzas actuantes en la masa inferior son:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Inercia | $M_1\ \ddot{x}_1$ | positiva cuando | $\leftarrow$ |
| Fuerza en resorte inferior | $k_1\ x_1$ | positiva cuando | $\leftarrow$ |
| Fuerza en resorte superior | $k_2\ (x_1\text{-}x_2)$ | positiva cuando | $\leftarrow$ |

Las fuerzas actuantes en la masa superior son:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Inercia | $M_2\ \ddot{x}_2$ | positiva cuando | $\leftarrow$ |
| Fuerza en resorte superior | $k_2\ (x_2\text{-}x_1)$ | positiva cuando | $\leftarrow$ |

Las ecuaciones siguientes representan el equilibrio de fuerzas:

$$\left.\begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)\, x_1 - k_2\, x_2 = 0 \\ M_2 \ddot{x}_2 + k_2\, x_2 - k_2\, x_1 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.1)$$

Se asume que la solución de las ecuaciones 3.1 es de la forma:

$$x_1 = A_1 \operatorname{sen} \omega t \qquad x_2 = A_2 \operatorname{sen} \omega t \qquad (3.2)$$

La sustitución en las ecuaciones 3.1 da:

$$\left.\begin{aligned} -M_1 A_1 \omega^2 + (k_1 + k_2)\, A_1 - k_2\, A_2 = 0 \\ -M_2 A_2 \omega^2 + k_2\, A_2 - k_2\, A_1 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

Estas ecuaciones pueden reacomodarse de modo de dejar solamente dos incógnitas: $\omega$ y la relación $A_2/A_1$.

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{k_1 + k_2 - M_1 \omega^2}{k_2} = \frac{k_2}{k_2 - M_2 \omega^2} \qquad (3.4)$$

La segunda igualdad conduce a la ecuación de frecuencia:

$$\omega^4 - \left( \frac{k_1 + k_2}{M_1} + \frac{k_2}{M_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2} = 0 \qquad (3.5)$$

La solución de la ecuación 3.5 dará dos raíces reales y positivas de ω. La razón de amplitud correspondiente a cada ω puede determinarse de la ecuación 3.4. La magnitud real de cada amplitud dependerá de la naturaleza de las condiciones de frontera que excitan las vibraciones libres.

Una solución de la forma de las ecuaciones 3.2 es posible. Existen dos modos de vibración posibles, correspondientes a las dos raíces $\omega_I$ y $\omega_{II}$ de la ecuación 3.5; el movimiento total puede obtenerse por superposición.

$$x_1 = A_{1I} \operatorname{sen} \omega_I \, t + A_{1II} \operatorname{sen} \omega_{II} \, t$$

$$x_2 = A_{1I}\left(\frac{A_{2I}}{A_{1I}}\right) \operatorname{sen} \omega_I \, t + A_{1II}\left(\frac{A_{2II}}{A_{1II}}\right) \operatorname{sen} \omega_{II} \, t$$

Más aún, una solución de la forma de las ecuaciones 3.2 pero con B cos ωt en lugar de A sen ωt, también dará las ecuaciones 3.3 a 3.4, y la solución total de la vibración libre sería de la forma:

$$x_1 = A_{1I} \operatorname{sen} \omega_I t + B_{1I} \cos \omega_I t + .....$$

$$x_2 = \left(\frac{A_{2I}}{A_{1I}}\right) (A_{1I} \operatorname{sen} \omega_I t + B_{1I} \cos \omega_I t + .....$$

La aplicación de las ecuaciones anteriores se ilustra en el Ejemplo 3.1

Vibración Libre Acoplada de Sistema no Amortiguado de 1 Masa: El sistema mostrado en la Fig. 3.5 tiene tres grados de libertad: traslación vertical, traslación horizontal y cabeceo. El resorte y amortiguador horizontal proporcionan resistencia a la traslación horizontal. El resorte y amortiguador vertical proporcionan resistencia a la traslación vertical y cabeceo.

Si los resortes y amortiguadores verticales están colocados simétricamente con respecto al centro de la masa, los movimientos verticales de la masa pueden ocurrir independientemente de la traslación horizontal o cabeceo.

Sin embargo, un movimiento de cabeceo debe estar acompañado de movimiento horizontal y viceversa. Para apreciar por qué ambos movimientos deben ocurrir simultáneamente, primero asuma que existe una rotación alrededor del centro de gravedad (CG). Esta rotación causará una traslación horizontal en la base (Z), y por lo tanto se desarrolla una fuerza horizontal restauradora, que debe causar la traslación de toda la masa. Alternativamente, suponga que toda la masa se traslada horizontalmente. En este caso, una fuerza horizontal de inercia se desarrolla en el CG, que causa un momento alrededor del punto Z y por consiguiente cabeceo de la masa.

Por lo tanto, existe acoplamiento entre las rotaciones y las traslaciones horizontales; una debe acompañar y modificar a la otra.

Con el objeto de analizar este problema, se introducen las coordenadas de movimiento indicadas en la Fig. 3.5. La traslación horizontal en el CG será:

$$y + \theta L$$

M es la masa del bloque e $I_o$ es el momento de inercia de la masa alrededor de un eje a través del centro de gravedad.

Fuerzas Horizontales

Inercia : $M(\ddot{y} + \ddot{\theta} L)$ + cuando $\leftarrow$

Restauradora : $k_y\ y + \delta_y \dot{y}$ + cuando $\leftarrow$

Momentos Alrededor de Z

Momento de inercia horizontal : $ML(\ddot{y} + \theta L)$ + cuando $\curvearrowleft$

Inercia rotativa : $I_o \ddot{\theta}$ + cuando $\curvearrowleft$

Restaurador : $K_\theta \theta + \delta_\theta \dot{\theta}$ + cuando $\curvearrowleft$

Esto conduce a dos ecuaciones diferenciales

$$\left.\begin{aligned} M\ddot{y} + \delta_y \dot{y} + k_y y &= -ML\ddot{\theta} \\ I\ddot{\theta} + \delta_\theta \ddot{\theta} + k_\theta \theta &= -ML\ddot{y} \end{aligned}\right\} \qquad (3.6)$$

donde I es el momento de inercia alrededor de un eje a través de la base

$$I = ML^2 + I_o \qquad (3.7)$$

Los lados de la izquierda de las ecuaciones 3.6 son exactamente las ecuaciones de vibración libre en los modos horizontal y de cabeceo. Estas ecuaciones son acopladas, ya que $\theta$ aparece en la ecuación de y, y viceversa. Si el resorte restaurador y horizontal el amortiguador estuviesen alineados con el CG, de modo que L = 0, entonces estas ecuaciones se desacoplarían.

Con el objeto de estudiar la naturaleza de las vibraciones libres, se asume que $\delta_y = \delta_\theta = 0$, de modo que las ecuaciones 3.6 son:

$$\left.\begin{aligned} M\ddot{y} + k_y\, y &= -\,ML\,\ddot{\theta} \\ I\ddot{\theta} + k_\theta\,\theta &= -\,ML\,\ddot{y} \end{aligned}\right\} \qquad (3.8)$$

asumamos la siguiente solución: *

$$y = B_1 \cos \omega t \qquad \theta = B_2 \cos \omega t \qquad (3.9)$$

La sustitución en las ecuaciones 3.8 proporciona dos ecuaciones algebraicas:

$$\left.\begin{aligned} -\,\omega^2 M\, B_1 + k_y\, B_1 &= ML\, B_2\, \omega^2 \\ -\,\omega^2 I\, B_2 + k_\theta\, B_2 &= ML\, B_1\, \omega^2 \end{aligned}\right\} \qquad (3.10)$$

Estas ecuaciones pueden rearreglarse del siguiente modo, dejando dos incógnitas: ω y la relación de amplitudes $\alpha = B_2 / B_1$

$$\alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{ML\,\omega^2}{-\,I\,\omega^2 + k_\theta} = \frac{-\,M\omega^2 + k_y}{ML\,\omega^2} \qquad (3.11)$$

La igualdad entre los dos últimos términos conduce a la ecuación de frecuencia.

$$(ML\,\omega^2)^2 - (k_\theta - I\,\omega^2)\,(k_y - M\,\omega^2) = 0 \qquad (3.12)$$

Esta ecuación puede rearreglarse para dar:

$$\frac{I_o}{I}\,\omega^4 - \left(\frac{k_\theta}{I} + \frac{k_y}{M}\right)\omega^2 + \frac{k_\theta\, k_y}{MI} = 0 \qquad (3.13)$$

La solución de la ecuación 3.13 produce dos raíces reales y positivas de ω:

$$\omega^2 = \omega_\theta^2\, \frac{I}{2 I_o}\left[1 + \left(\frac{\omega_y}{\omega_\theta}\right)^2 \pm \sqrt{\left\{1 + \left(\frac{\omega_y}{\omega_\theta}\right)^2\right\}^2 - 4\,\frac{I_o}{I}\left(\frac{\omega_y}{\omega_\theta}\right)^2}\,\right] \qquad (3.14)$$

---

* Un análisis cuidadoso probará que y y θ deben estar exactamente en fase (ó 180º fuera de fase) si no existe amortiguamiento.

donde:

$\omega_\theta = \sqrt{\frac{k_\theta}{I}}$ ; la frecuencia circular natural de solo cabeceo.

$\omega_y = \sqrt{\frac{k_y}{M}}$ ; la frecuencia circular natural de solo traslación horizontal.

Puede usarse la Fig. 3.6 para determinar las dos raíces. La inspección de esta figura mostrará:

cuando $\omega_\theta \leq \omega_y$: $\omega_{y\theta}^{I} \leq \omega_\theta$ , $\omega_{y\theta}^{II} \geq \omega_y$

cuando $\omega_y \leq \omega_\theta$: $\omega_{y\theta}^{I} \leq \omega_y$ , $\omega_{y\theta}^{II} \geq \omega_\theta$

Por lo tanto, la frecuencia natural acoplada más pequeña es menor que las dos frecuencias desacopladas, mientras que la frecuencia natural acoplada más alta es mayor que las dos frecuencias desacopladas.

Una vez que los valores de la frecuencia natural circular ω han sido hallados, los valores correspondientes de la relación de amplitudes $\alpha = B_2 / B_1$, pueden encontrarse de la ecuación 3.11

La relación de amplitud será diferente en cada una de las dos frecuencias naturales. Los valores reales de $B_2$ y $B_1$ dependerán de las condiciones iniciales que causen las vibraciones libres. Soluciones de la forma:

$$y = A_1 \operatorname{sen} \omega t \quad , \quad \theta = A_2 \operatorname{sen} \omega t$$

también conducirán a la ecuación 3.14 para las frecuencias naturales y a la ecuación 3.11 para la razón de amplitud. La aplicación de estas ecuaciones y gráficos al problema de vibración libre acoplada se ilustra en el Ejemplo 3.2.

Vibraciones Libres con Amortiguamiento: Como en el caso de sistemas de un grado de libertad, el amortiguamiento ocasiona un cambio en las frecuencias naturales y un decaimiento gradual de las vibraciones libres. De nuevo, el cambio en la frecuencia natural es insignificante si el amortiguamiento es pequeño.

## 3.3 Vibraciones de Sistemas Forzados de 2 GDL por Cargas Periódicas

Esta sección considera las vibraciones forzadas de un sistema de 2-GDL. Los principios se ilustrarán por medio de un problema de vibración acoplada en un sistema de una masa. Los mismos principios se aplican a vibraciones desacopladas de un sistema de dos masas.

Vibraciones Forzadas Acopladas de Sistema no Amortiguado de una Masa: Regresemos al sistema de una masa de la Fig. 3.5 y consideremos los efectos de la aplicación de fuerzas periódicas como se muestra en la Fig. 3.9. Este sistema de fuerzas puede ser resuelto en: (1) una fuerza vertical actuando a través del centro de gravedad (CG); (2) una fuerza horizontal actuando a través de Z; y (3) un momento alrededor de un eje horizontal a través de Z. La fuerza vertical a través del CG causará solamente movimientos verticales y su efecto puede ser estudiado utilizando las ecuaciones desarrolladas más adelante.

Sean $P = P_o \operatorname{sen} \Omega t$ y $T = T_o \operatorname{sen} \Omega t$: y: la fuerza horizontal aplicada a través de Z (t actuando a la derecha) y el momento aplicado en Z (t en el sentido de las agujas del reloj) respectivamente, se asume que actúan en fase. Añadiendo los términos de vibración forzada a la ecuación 3.6 y omitiendo el amortiguamiento, se tiene:

$$\begin{aligned} M\,\ddot{y} + k_y\, y + ML\ddot{\theta} &= P_o \operatorname{sen} \Omega t \\ I\ddot{\theta} + k_\theta \theta + ML\,\ddot{y} &= T_o \operatorname{sen} \Omega t \end{aligned} \qquad (3.15)$$

Asumamos que estas ecuaciones tienen soluciones de la forma (Nota: se asume que las vibraciones libres son amortiguadas. Puede demostrarse que el ángulo de fase entre la fuerza aplicada y la respuesta es cero ó 180°, si es que se omite el amortiguamiento):

$$y = y_o \operatorname{sen} \Omega t\,,\ \theta = \theta_o \operatorname{sen} \Omega t \qquad (3.16)$$

La sustitución en las ecuaciones 3.15 conduce a las ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} (-M\Omega^2 + k_y)\ y_o - ML\Omega^2\ \theta_o &= P_o \\ -ML\Omega^2\, y_o + (-I\Omega^2 + k_\theta)\,\theta_o &= T_o \end{aligned}\right\} \qquad (3.17)$$

Resolviendo estas ecuaciones simultáneas

$$\left.\begin{aligned} y_o &= \frac{(k_\theta - I\Omega^2)\,P_o + ML\,\Omega^2\,T_o}{(k_\theta - I\Omega^2)(ky - M\Omega^2) - (ML\Omega^2)^2} \\ \theta_o &= \frac{ML\,\Omega^2\,P_o + (k_y - M\Omega^2)\,T_O}{(k_\theta - I\Omega^2)\,(ky - M\Omega^2) - (ML\Omega^2)^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

Comparemos el denominador de estas ecuaciones con la ecuación 3.12. Se aprecia que el denominador se anula cuando Ω es igual a cualquiera de las dos frecuencias naturales acopladas, es decir, la resonancia ocurre a estas frecuencias naturales. Con manipulación algebraica se demuestra que el denominador se puede reescribir como:

$$MI_o \left[(\omega_{y\theta}^{I})^2 - \Omega^2\right] \left[(\omega_{y\theta}^{II})^2 - \Omega^2\right]$$

Por lo tanto, las ecuaciones 3.18 se pueden reescribir como:

$$\left.\begin{aligned} y_o &= \frac{(\omega_\theta^2 - \Omega^2)\dfrac{P_o I}{(MI_o)} + \dfrac{L}{I_o}\Omega^2 T_o}{[(\omega_{y\theta}^{I})^2 - \Omega^2]\ [(\omega_{y\theta}^{II})^2 - \Omega^2]} \\ \theta_o &= \frac{\dfrac{L}{I_o}\Omega^2 P_o + (\omega_y{}^2 - \Omega^2)\dfrac{T_o}{I_o}}{[(\omega_{y\theta}^{I})^2 - \Omega^2]\ [(\omega_{y\theta}^{II})^2 - \Omega^2]} \end{aligned}\right\} \quad (3.19)$$

Con el objeto de estudiar las implicancias de estos resultados, asumamos Po = 0, es decir, que solamente existe un momento dinámico aplicado. Entonces las ecuaciones son:

$$\left.\begin{aligned} y_o &= \frac{T_o}{k_\theta}\frac{LI}{I_o}\frac{\omega_\theta{}^2\,\Omega^2}{[(\omega_{y\theta I})^2 - \Omega^2]\ [(\omega_{y\theta II})^2 - \Omega^2]} \\ \theta_o &= \frac{T_o}{k_\theta}\frac{I}{I_o}\frac{\omega_\theta{}^2(\omega_y^2 - \Omega^2)}{[(\omega_{y\theta I})^2 - \Omega^2][(\omega_{y\theta II})^2 - \Omega^2]} \end{aligned}\right\} \quad (3.20)$$

Las cantidades en el lado derecho sirven como factores de carga dinámicos. Supongamos que:

$$\omega_{y\theta I} < \omega_\theta < \omega_y < \omega_{y\theta II}$$

Las relaciones de fase siguientes pueden deducirse de las ecuaciones 3.20

| Rango de Frecuencia | Angulo de fase a la fuerza motora | |
|---|---|---|
| | y | $\theta$ |
| $\Omega < \omega_{y\theta}{}^{I}$ | $0^o$ | $0^o$ |
| $\omega_{y\theta}{}^{I} < \Omega < \omega_y$ | $180^o$ | $180^\circ$ |
| $\omega_y < \Omega < \omega_{y\theta}{}^{II}$ | $180^o$ | $0^o$ |
| $\omega_{y\theta}{}^{II} < \Omega$ | $0^o$ | $180^\circ$ |

Las formas generales de los factores de carga dinámica se muestran en la Fig. 3.10

El punto alrededor del cual la cimentación rota (el punto donde la traslación horizontal es cero) se encuentra a una altura h por encima del punto Z, tal que:

$$y_o + h\,\theta_o = 0$$

Utilizando las ecuaciones 3.20, se llega a:

$$h = L\,\frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega_y{}^2}$$

Cuando Ω es pequeño, h es pequeño y el centro de rotación se encuentra en la base del bloque de cimentación. Conforme Ω aumenta, h toma progresivamente mayores valores negativos, es decir, el centro de rotación se encuentra por debajo de la base. Para $\Omega = \omega_y$, el centro de rotación está a una profundidad infinita, lo que implica que la base experimenta traslación sin rotación. Para $\Omega > \omega_y$, el centro de rotación está por encima del centro de gravedad, aproximando gradualmente al centro de gravedad conforme Ω llega a ser muy grande.

El uso de los procedimientos presentados en esta sección para calcular la amplitud de movimiento de un sistema dinámico se ilustra en el Ejemplo 3.3.

Vibración Forzada Acoplada de Sistema de una Masa Amortiguada: Con los términos de amortiguamiento, las ecuaciones de equilibrio dinámico son:

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + \delta_y\,\dot{y} + k_y\,y + ML\,\ddot{\theta} &= P_o \operatorname{sen} \Omega t \\ I\ddot{\theta} + \delta_\theta\dot{\theta} + k_\theta\,\theta + ML\,\ddot{y} &= T_o \operatorname{sen} \Omega t \end{aligned} \qquad (3.21)$$

Es más conveniente resolver independientemente los dos casos:

$$P_o = 0 \quad , \quad T_o \neq 0$$

$$P_o \neq 0 \quad , \quad T_o = 0$$

y superponer los resultados

Para el caso de Po = 0, la porción de vibración forzada de la solución toma la forma:

$$y = (y_o)_T \ \text{sen} \ (\Omega t - \alpha_1 - \alpha_2)$$

$$\theta = (\theta_o)_T \, \text{sen} \, (\Omega t - \alpha_1) \tag{3.22}$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.22 en las ecuaciones 3.21, expandiendo las funciones seno y agrupando términos en sen Ωt y cos Ωt, conduce a cuatro ecuaciones simultáneas que pueden ser resueltas para $y_o$, $\theta_o$, $\alpha_1$ y $\alpha_2$. Esta solución es:

$$(y_o)_T = \frac{L}{I_o} T_o \frac{\Omega^2}{\sqrt{X^2 + Z^2}} \tag{3.23a}$$

$$(\theta_o)_T = \frac{T_o}{I_o} \frac{\sqrt{(\omega_y{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_y \ \omega_y \Omega)^2}}{\sqrt{X^2 + Z^2}} \tag{3.23b}$$

$$X = \left[(\omega_{y\theta I})^2 - \Omega^2\right] \left[(\omega_{y\theta II})^2 - \Omega^2\right] \tag{3.23c}$$

$$Z^2 = \left(\frac{I}{I_o}\right)^2 [(\omega_\theta{}^2 - \Omega^2)^2 \ (2 D_y \ \omega_y \Omega)^2 + (\omega_y{}^2 - \Omega^2)^2 (2 D_\theta \ \omega_\theta \ \Omega)^2$$
$$+ (2 D_y \ \omega_y \Omega)^2 \ (2 D_\theta \ \omega_\theta \Omega)^2 + 2 \frac{ML^2}{I} (2 D_y \ \omega_y \Omega) (2 D_\theta \ \omega_\theta \Omega) \Omega^4 ] \tag{3.23d}$$

$$\text{tg} \ \alpha_2 = \frac{2 D_y \omega_y \Omega}{\omega_y{}^2 - \Omega^2} \tag{3.23e}$$

$$\text{tg} \ \alpha_1 = \frac{(2 D_\theta \omega_\theta \Omega) \left[(\omega_y{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_y \omega_y \Omega^2)\right] + \frac{ML^2}{I} \Omega^4 (2 D_y \omega_y \Omega)}{(\omega_\theta{}^2 - \Omega^2) \left[(\omega_y{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_y \omega_y \Omega)^2\right] - \frac{ML^2}{I} \Omega^4 (\omega_y{}^2 - \Omega^2)} \tag{3.23f}$$

Para el caso To = 0, la parte de vibración forzada de la solución toma la forma:

$$y = (y_o)_p \ \text{sen} \ (\Omega t - \alpha_3)$$

$$\theta = (\theta_o)_p \ \text{sen} \ (\Omega t - \alpha_3 - \alpha_4) \tag{3.24}$$

donde:

$$(y_o)_p = \frac{P_o}{M} \frac{I}{I_o} \frac{\sqrt{(\omega_\theta{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_\theta \Omega \omega_\theta)^2}}{\sqrt{X^2 + Z^2}} \tag{3.25a}$$

$$(\theta_o)_p = P_o \frac{L}{I_o} \frac{\Omega^2}{\sqrt{X^2 + Z^2}} \tag{3.25b}$$

$$\text{tg} \ \alpha_4 = \frac{2 D_\theta \omega_\theta \Omega}{\omega_\theta{}^2 - \Omega^2} \tag{3.25c}$$

$$\text{tg} \ \alpha_3 = \frac{(2 D_y \omega_y \Omega)\left[(\omega_\theta{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_\theta \omega_\theta \Omega)^2\right] + \frac{ML^2}{I} \Omega^4 (2 D_\theta \omega_\theta \Omega)}{(\omega_y{}^2 - \Omega^2)\left[(\omega_\theta{}^2 - \Omega^2)^2 + (2 D_\theta \omega_\theta \Omega)^2\right] - \frac{ML^2}{I} \Omega^4 (\omega_\theta{}^2 - \Omega^2)} \tag{3.25d}$$

donde X y Z están dadas por las ecuaciones 3.23 c y 3.23 d. En el caso típico, donde ambos Po y To son diferentes de cero (cuando una fuerza horizontal actúa en algún punto por encima de la base de la cimentación), las ecuaciones 3.22 y 3.24 pueden añadirse. Con el objeto de obtener la amplitud del movimiento superimpuesto, las diferencias de fase deben tomarse en cuenta. El uso de estas ecuaciones se ilustra en los Ejemplos 3.4 y 3.5. El trabajo numérico asociado es bastante tedioso, por lo que se necesita un computador.

Ejemplo 3.1

Dado un sistema como el de la Fig. 3.2 con

$$k_1 = k_2 = k \qquad M_1 = M_2 = M$$

Frecuencias Naturales: La ecuación 3.5 se reduce a:

$$\omega^4 - \frac{3k}{M} \omega^2 + \frac{k^2}{M^2} = 0$$

Esta es una ecuación cuadrática en $\omega^2$, que puede resolverse para dar:

$$\omega^2 = \frac{k}{M}\left(\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right)$$

$$\omega_I = 0.618\sqrt{\frac{k}{M}} \qquad \omega_{II} = 1.62\sqrt{\frac{k}{M}}$$

La frecuencia inferior se denomina frecuencia fundamental.

Relaciones de Amplitud: La ecuación 3.4 da:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{k}{k\left(1 - \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right)} = \frac{2}{\pm\sqrt{5} - 1}$$

$$\left(\frac{A_2}{A_1}\right)_I = \alpha_1 = 1.62 \qquad \left(\frac{A_2}{A_1}\right)_{II} = \alpha_{II} = -0.618$$

Los dos patrones de movimiento se muestran en la Fig 3.3. Estos dos modos de vibración se denominan modos normales de vibración.

Las relaciones de amplitud $\alpha_1$ y $\alpha_2$ son exactamente las mismas si se asume los movimientos B cos ωt ó A sen ωt, es decir:

$$\left(\frac{B_2}{B_1}\right)_I = \alpha_I \qquad \left(\frac{B_2}{B_1}\right)_{II} = \alpha_{II}$$

La solución completa para la vibración libre del sistema de dos masas es:

$$x_1 = A_{1I}\,\text{sen}\,0.618\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + B_{1I}\cos 0.618\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + A_{1II}\,\text{sen}\,1.62\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + B_{1II}\cos 1.62\sqrt{\frac{k}{M}}\,t$$

$$x_2 = 1.62\left(A_{1I}\,\text{sen}\,0.618\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + B_{1I}\cos 0.618\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right) - 0.618\left(A_{1II}\,\text{sen}\,1.62\sqrt{\frac{k}{M}}\,t + B_{1II}\cos 1.62\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right)$$

Condiciones Iniciales: Supongamos que la estructura está inicialmente desplazada de modo que $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = x_o$ $(\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = o)$, y después se suelta. Las cuatro condiciones de frontera pueden ser usadas para encontrar las cuatro constantes $A_{1I}$, $B_{1I}$, $A_{1II}$, $B_{1II}$.

$$A_{1I} = A_{1II} = 0$$

$$B_{1I} = 0.724\, x_o$$

$$B_{1II} = 0.276\, x_o$$

Ambos, el modo fundamental y el segundo modo, participan en la vibración, como se muestra por las ecuaciones siguientes:

$$x_1 = 0.724\, x_o \cos 0.618 \sqrt{\frac{k}{M}}\, t + 0.276\, x_o \cos 1.62 \sqrt{\frac{k}{M}}\, t$$

$$x_2 = 1.171\, x_o \cos 0.618 \sqrt{\frac{k}{M}}\, t - 0.171\, x_o \cos 1.62 \sqrt{\frac{k}{M}}\, t$$

La variación de $x_2$ con el tiempo se muestra en la Fig. 3.4

Ejemplo 3.2

Dados : Un sistema tal como se muestra en la Fig. 3.5, con los parámetros siguientes:

| | |
|---|---|
| M = 2,440 lb-seg²/pie | $k_y$ = 9.64 x $10^6$ lb/pie |
| I = 315,000 lb-seg²/pie | $k_\theta$ = 6.09 x $10^8$ lb/radián |
| L = 8.56 pies | $I_o$ = I - ML² |

Determinar: La vibración libre resultante de la condición inicial

y = yo = 0.1 pie $\quad \theta = \theta_o = o \quad$ en $t = 0$

Solución : Primero se calcula las frecuencias naturales

$$\omega_y = \sqrt{\frac{9.64 \times 10^6}{2440}} = \sqrt{39.5 \times 10^2} = 62.8 \text{ rad/seg}$$

$$(f_n)_y = 10 \text{ cps}$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\frac{6.09 \times 10^8}{3.15 \times 10^5}} = \sqrt{19.3 \times 10^2} = 43.9 \text{ rad/seg}$$

$$(f_n)_\theta = 7 \text{ cps}$$

$$\left(\frac{\omega_y}{\omega_\theta}\right)^2 = 2.04 \qquad \frac{I_o}{I} = 0.432$$

Usando la ecuación 3.14 ó la Fig. 3.6:

$$\omega_{y\theta}{}^{I} = 37.9 \text{ rad/seg} \qquad (fn)_{y\theta}{}^{I} = 6.04 \text{ cps}$$

$$\omega_{y\theta}{}^{II} = 109.0 \text{ rad/seg} \qquad (fn)_{y\theta}{}^{II} = 17.5 \text{ cps}$$

La Fig. 3.3 muestra esquemáticamente la relación entre estas frecuencias naturales diferentes.

Relaciones de Amplitud

Usando la ecuación 3.11:

$$\alpha_I = \frac{ML}{I} \text{ x } \frac{1}{\left(\frac{\omega_\theta}{\omega_{y\theta}}\right)^2 - 1} = \frac{2440 \text{ x } 8.56}{315{,}000} \text{ x } \frac{1}{(1.158)^2 - 1}$$

$$= 0.0663 \frac{1}{0.34} = 0.195 \text{ pies}^{-1}$$

$$\alpha_{II} = 0.0663 \text{ x } \frac{1}{(0.403)^2 - 1} = -0.0801 \text{ pies}^{-1}$$

Las vibraciones libres en cualquier modo involucran cabeceo y traslación. Desde que $\alpha_I > \alpha_{II}$, el cabeceo será relativamente más importante (en relación a la traslación horizontal) en el modo primario que en el secundario.

Las ecuaciones totales de movimiento (asumiendo solamente términos de coseno) son:

$y = B_{1I} \cos 33.9\, t + B_{1II} \cos 109.0\, t$

$\theta = 0.195\ B_{1I} \cos 33.9\, t - 0.0801\ B_{1II} \cos 109.0\, t$

$\theta$ en radianes, y en pies, t en segundos.

Condiciones iniciales: Los factores de amplitud están determinados para condiciones iniciales de las ecuaciones siguientes:

$y_o = 0.1 = B_{1I} + B_{1II}$ (en pies)

$\theta_o = 0 = 0.195\ B_{1I} - 0.0801\ B_{1II}$

$B_{1I} = 0.0291 \qquad B_{1II} = 0.0309$

$y = 0.0291 \cos 33.9\ t + 0.0309 \cos 109.0\ t$ (en pies)

$\theta = 0.00568 \cos 33.9\ t - 0.00568 \cos 109.0\ t$ (en radianes)

La Fig. 3.8 presenta la naturaleza de los movimientos en dos puntos diferentes de la masa vibrante.

Ejemplo 3.3

Considere el sistema del Ejemplo 3.2 y asuma que este sistema está sujeto a la carga mostrada en la Fig. 3.11. Esta fuerza aplicada fuera del CG puede ser resuelta en una fuerza vertical a través del CG más un momento To = 15,830 pie-libra alrededor del eje horizontal a través de Z. La fuerza será positiva hacia abajo; y el momento correspondiente también será positivo.

La constante de resorte para el movimiento vertical se tomará como $k_x = 14.35 \times 10^6$ lb/pie. La frecuencia natural para el movimiento vertical, que será desacoplado si los resortes verticales son simétricos con respecto al CG, es igual a:

$$(f_n)_x = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{14.35 \times 10^6}{2440}} = 12.2 \text{ cps}$$

Refiriéndose al Ejemplo 3.2, se sabe que existirán picos resonantes en la vecindad de 6 y 17.5 cps. Desde que la frecuencia de operación está en exceso de cualquiera de estas frecuencias, la cantidad de amortiguamiento existente no tendrá mucha influencia en la magnitud de los movimientos en la frecuencia de operación.

Movimientos verticales

Para amortiguamiento cero, el movimiento dinámico es:

$$x_o = \frac{P_o}{k_x}\frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_x}\right)^2}$$

donde $\omega_x$ es la frecuencia circular natural no amortiguada para movimientos verticales: $\omega x = 2\ \pi\ (12.2) = 36.6$ rad/seg. A la frecuencia normal de operación $\Omega = 2\pi\ (30) = 189$ rad/seg:

$$x_o = -\ 0.0000625 \text{ pies} = -\ 0.00035 \text{ pulgadas}$$

El signo negativo significa que el movimiento está fuera de fase con la fuerza;

$$x = -\ 0.0000625 \text{ sen } 189\ t \quad \text{(en pies)}$$

Traslación y Rotación Acoplados

Las ecuaciones 3.20 se aplican (existe fuerza horizontal cero). En la frecuencia de operación normal:

$$y_o = 0.00004405 \text{ pies}$$

$$\theta_o = -0.00000458 \text{ radianes}$$

Movimientos Totales

Los movimientos totales debidos a la acción combinada de la fuerza vertical y el momento se presentan en la Fig. 3.11.

**ANALISIS MODAL DE SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD**

Conceptos Básicos

El movimiento $u_i$ (t) de la masa i de un sistema que tiene r grados de libertad, puede escribirse como:

$$u_i(t) = \sum_{n=1}^{n=r} D_n(t)\,\Psi_n\,\Phi_n(i) \qquad (1)$$

$\Phi_n$ (i) es la forma característica normalizada del modo n-ésimo. La forma característica proporciona el patrón de deformación que será visto a cada instante de tiempo en que el sistema está vibrando en el modo n-ésimo. La Fig. 3.3 muestra las formas características de los dos modos del sistema de 2-GDL en el ejemplo 3.1. Las formas son normalizadas al ajustar sus ordenadas para cumplir una condición conveniente, tal como el tener el máximo desplazamiento en cada modo igual a la unidad.

$\Psi_n$ es el factor participación del modo n-ésimo. Como su nombre lo sugiere, $\Psi_n$ indica el grado en el cual el modo n-ésimo participa en la vibración. $\Psi_n$ depende de la carga pico más grande aplicada al sistema y en la magnitud relativa de la carga aplicada a cada masa en cualquier tiempo dado. (El método de modos trabaja solamente si la magnitud relativa de la carga aplicada a cada masa es la misma en cada instante de tiempo). En la mayoría de problemas de interés práctico (pero no en todos), $\Psi_n$ disminuye conforme n aumenta.

Dn(t) es el factor de carga dinámico para el modo n-ésimo. $D_n$(t) depende solamente de $\omega_n$, Dn y el tiempo-historia de la carga aplicada, y es idéntico a la respuesta de un sistema de 1-GDL que tiene estos ω y D. Así, cualquier solución (para carga periódica o transitoria) ya obtenida para 1-GDL puede ser utilizada. Este hecho proporciona al análisis modal su mayor ventaja: la tarea de evaluar el comportamiento complicado de un sistema complejo de n-GDL, se reduce a determinar y superponer las respuestas de n sistemas de 1-GDL.

Si Dn(t) se determina exactamente para cada n y se realiza la superposición total, la ecuación (1) es exacta. Esto es posible usando una computadora, pero tedioso si la carga aplicada transitoria es complicada. A menudo solamente se requiere la respuesta máxima, por lo que se realiza la aproximación siguiente:

$$(u_i)_{max} \le \sum_{n=1}^{n=r} (D_n)_{max}\,\Psi_n\,\Phi_n\,(i)$$

o mejor aún:

$$(u_i)_{max} \approx \sqrt{\sum_{n=1}^{n=r} \left[(D_n)_{max}\,\Psi_n\,\Phi_n(i)\right]^2}$$

Usualmente solo unos cuantos modos deben retenerse, y a menudo solo el primer modo se utiliza, especialmente para trabajo aproximado.

## Aplicación a Problemas Sísmicos

Para este caso, la ecuación (1) proporciona movimiento relativo y $\Psi_n$ es determinado por cargas $M_i \ddot{S}$ aplicadas a cada masa. El espectro de respuesta de $Y_{max}$ puede ser usado para determinar $(Dn)_{max}$ para cada modo.

Para trabajo aproximado (tal como diseño inicial) se asume algunas veces que existe solamente un modo para un edificio de muchos pisos y que la forma característica para este modo es una línea recta con desplazamiento máximo en el techo (esta última suposición ahorra el tener que calcular la forma característica). Estas suposiciones corresponden a tener un coeficiente sísmico que varía linealmente con la altura hasta un valor máximo de Sa en la parte superior del edificio. Así, el corte pico en la base Vmax del edificio es:

$$V_{max} = S_a \sum_{i=i}^{i=N} (Z_i / H)\, M_r$$

donde $Z_i$ es la elevación de la masa i-ésima y H es la altura total del edificio. Si los picos son igualmente espaciados y de igual masa

$$V_{max} = \frac{1}{2} S_a\, N\, M$$

donde N es el número de pisos y M es la masa por piso.

Para Fuerzas Aplicadas a las Masas

$$\Psi_n = \frac{1}{\omega_n^{\,2}} \frac{\sum_r F_r \Phi_{nr}}{\sum_r M_r \Phi_{nr}^{\,2}}$$

La sumatoria es con respecto a las masas. Fr es la amplitud de la fuerza aplicada a la masa r-ésima. Dn(t) de las soluciones para 1-GDL en la sección 2.3 ó 2.4

Para Movimiento de la Cimentación

$$\Psi_n = \frac{\sum_r M_r \Phi_{nr}}{\sum_r M_r \Phi_{nr}^{\,2}}$$

Dn(t) de soluciones 1-GDL como en la sección 2.5 ó 2.6. El espectro de respuesta proporciona Dn pico.

Nota: Existen varias maneras como se manejan las unidades. Como está aquí escrito, el enfoque más natural es:

Fuerza Aplicada : F tiene dimensiones de fuerza y $\Psi_n$ de longitud. Entonces $D_n$ es la respuesta a fuerza unitaria adimensional.

Movimiento de Cimentación : $\Psi$ es adimensional y Dn tiene dimensiones de longitud.

**RESPUESTA DE SISTEMA 2-GDL POR SUPERPOSICION MODAL**

Forma de Modo:

$$\Phi_{12} = 1 \quad \Phi_{11} = \frac{k_2}{k_1 + k_2 - M_1 \omega_1^2} = \frac{k_2 - M_2 \omega_1^2}{k_2}$$

$$\Phi_{22} = 1 \quad \Phi_{21} = \text{igual pero con } \omega_2^2$$

Factor de Participación: $F_1 = 0$ $F_2 = P_o$

$$\Psi_n = \frac{P_o}{(M_1 \Phi_{n_1}^2 + M_2)\omega_n^2}$$

Factor de Carga Dinámica:

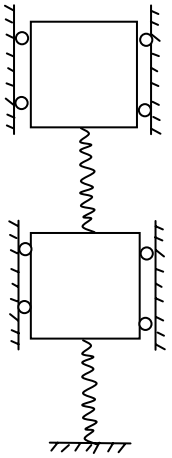
$$D_n(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \Omega^2} \operatorname{sen} \Omega t$$

$$x_2 = P_o \operatorname{sen} \Omega t \left[ \frac{\left( \frac{\omega_2^2}{M_1 \phi_{11}^2 + M_2} + \frac{\omega_1^2}{M_1 \phi_{21}^2 + M_2} \right) - \Omega^2 \left( \frac{1}{M_1 \phi_{11}^2 + M_2} + \frac{1}{M_1 \phi_{21}^2 + M_2} \right)}{(\omega_1^2 - \Omega^2)(\omega_2^2 - \Omega^2)} \right]$$

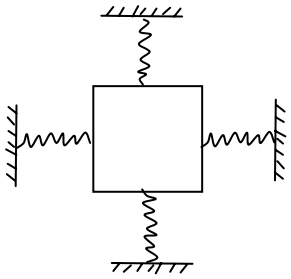
Después de cierta manipulación algebraica, el numerador se transforma en:

$$\frac{1}{M_1 M_2} (k_1 + k_2 - \Omega^2 M_1)$$

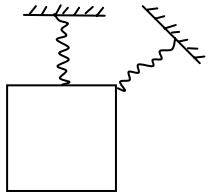
Como en la solución por sustitución directa.



1 Dos masas, cada una con un grado de libertad



2a Una masa, con dos grados de libertad independientes



2b Una masa, con dos grados de libertad acoplados

**FIGURA 3.1 SISTEMAS CON DOS GRADOS DE LIBERTAD**

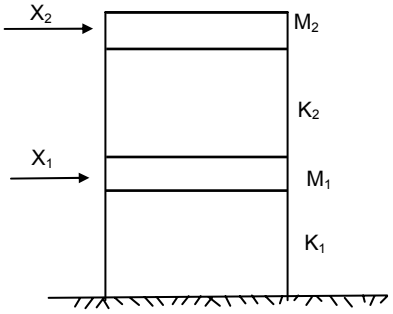
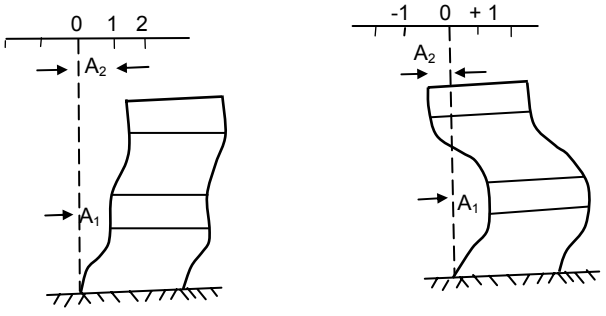



**FIGURA3.2 EDIFICIO DE DOS PISOS CON COLUMNAS QUE RESISTEN MOMENTOS**




Modo Fundamental

Segundo Modo

**FIGURA 3.3 PATRON DE DISTORSION PARA MODOS NORMALES DE VIBRACION (EJEMPLO 3.1)**

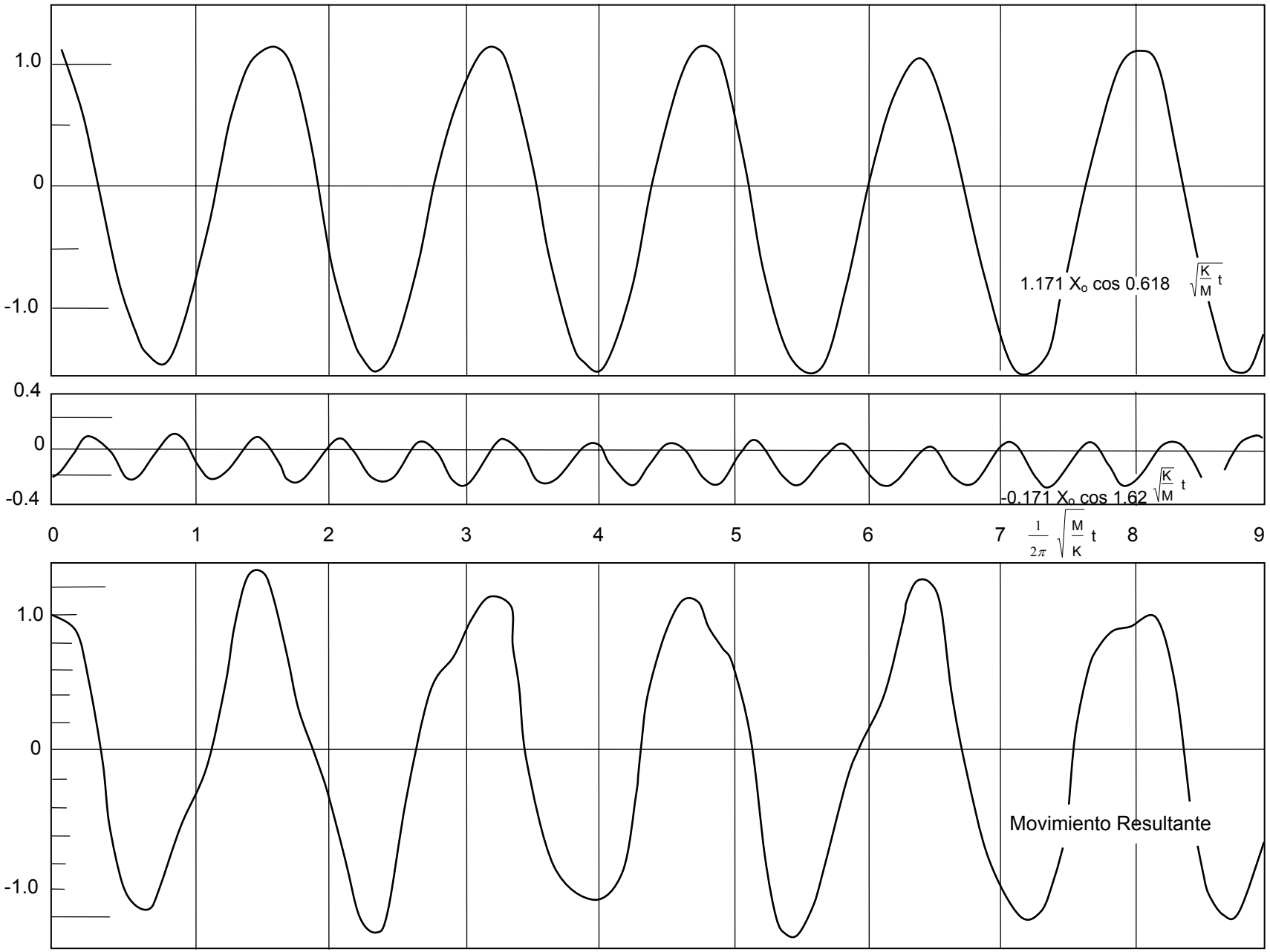



**FIGURA 3.4 MOVIMIENTO DE LA MASA SUPERIOR EN EL EJEMPLO 3.1**

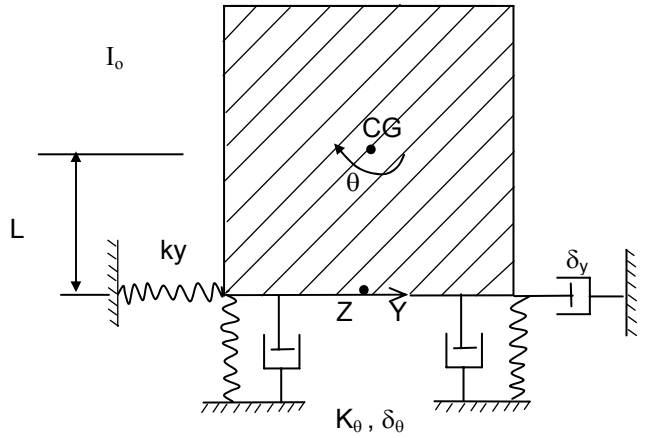



**FIGURA 3.5 SISTEMA CON MOVIMIENTOS HORIZONTAL Y CABECEO ACOPLADOS**

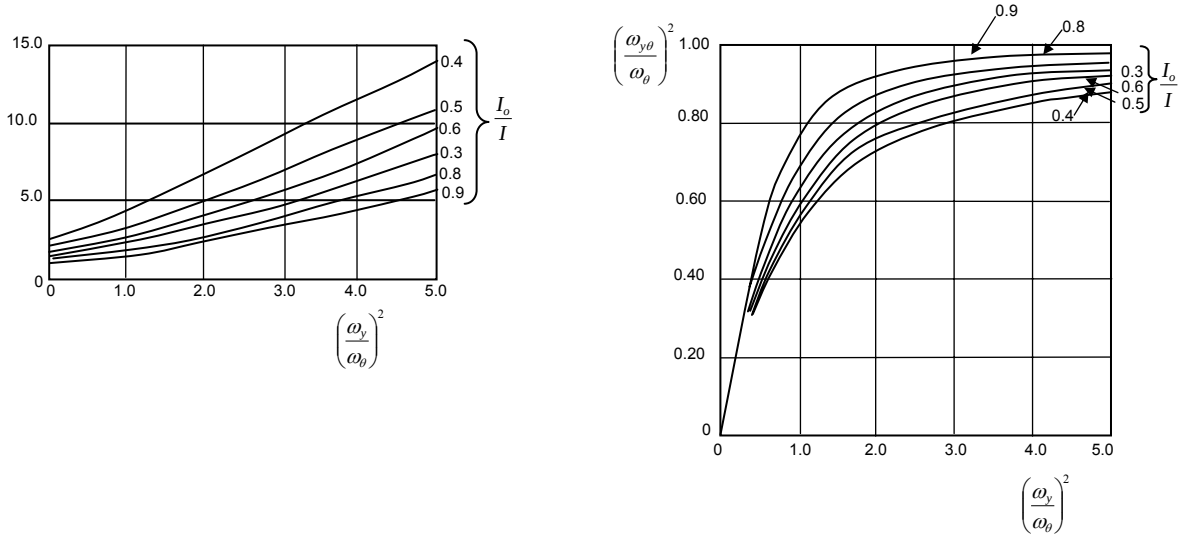



**FIGURA 3.6 GRAFICO PARA DETERMINAR LAS DOS FRECUENCIAS NATURALES ACOPLADAS**

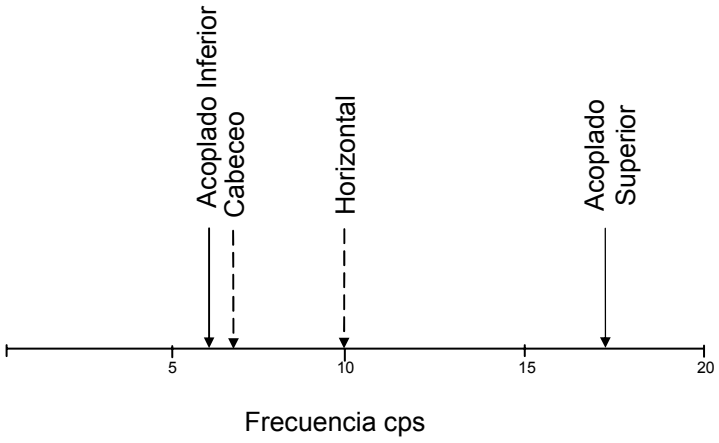
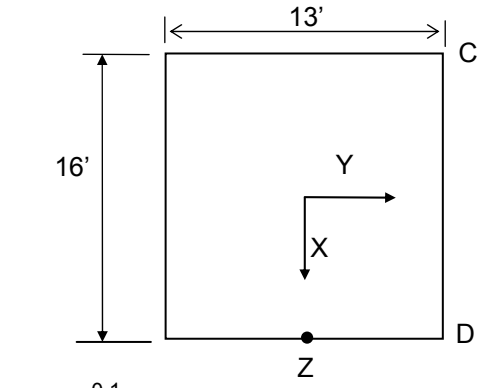



**FIGURA 3.3 FRECUENCIAS NATURALES EN EL EJEMPLO 3.2**




En C $X_c = (8.5)\,\theta = 0.0483\,(\cos 33.9t - \cos 1.09\,t)$ en pies

$Y_c = Y+16\,(\theta) = 0.1199 \cos 33.9t - 0.0199 \cos 1.09\,t$ en pies.

En D $X_D = X_c$

$Y_D = Y = 0.0291 \cos 33.9\,t + 0.0309 \cos 1.09\,t$ en pies.

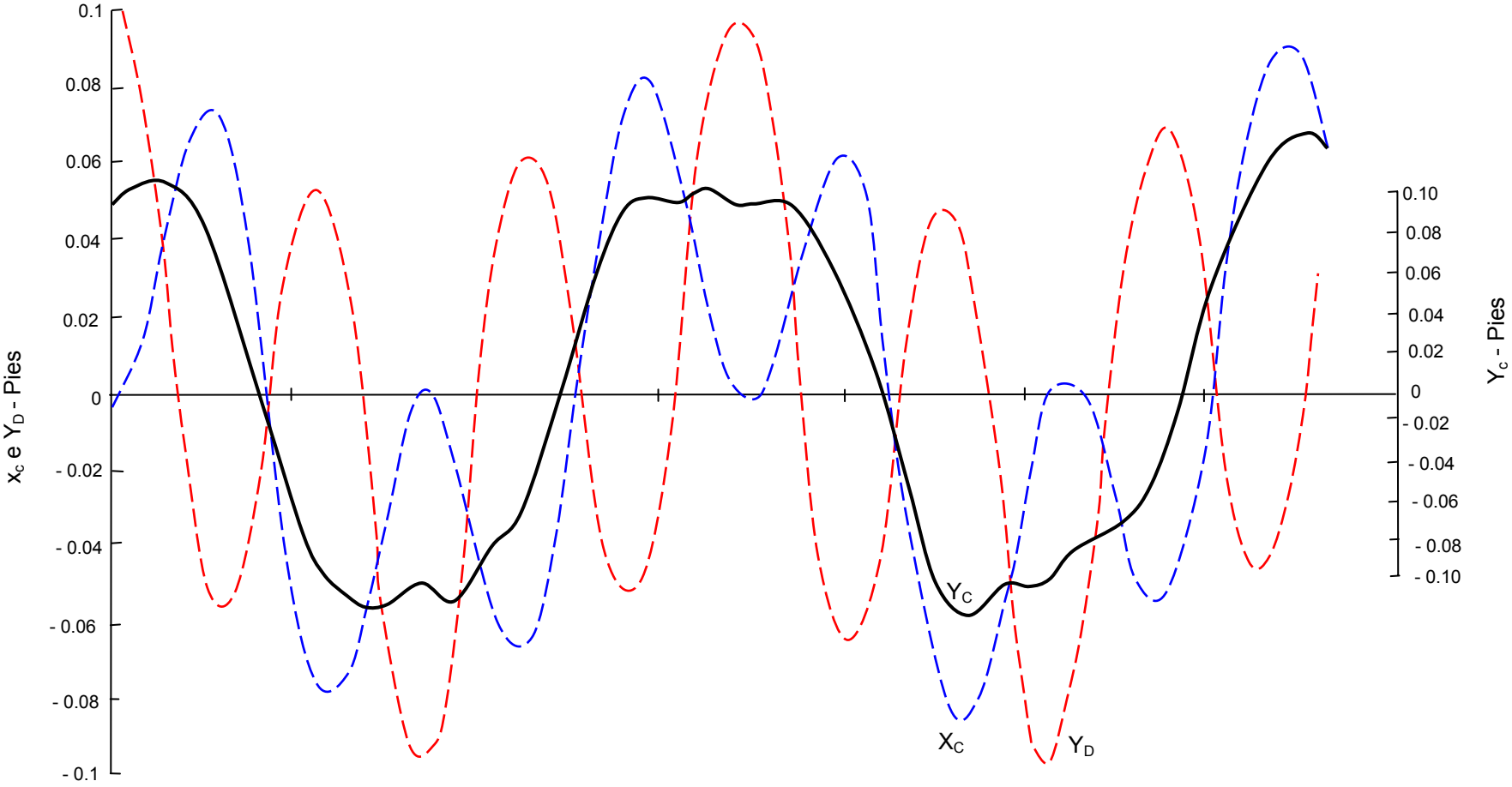
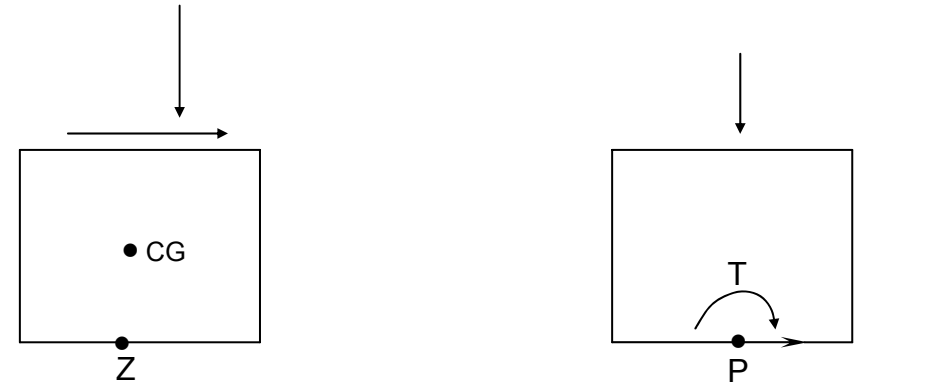



**FIGURA 3.8 MOVIMIENTOS EN EL EJEMPLO 3.2**




(a) Fuerzas Aplicadas

(b) Fuerzas y Momentos Equivalentes

**FIGURA 3.9 FUERZAS APLICADAS AL SISTEMA CON MOVIMIENTOS ACOPLADOS**

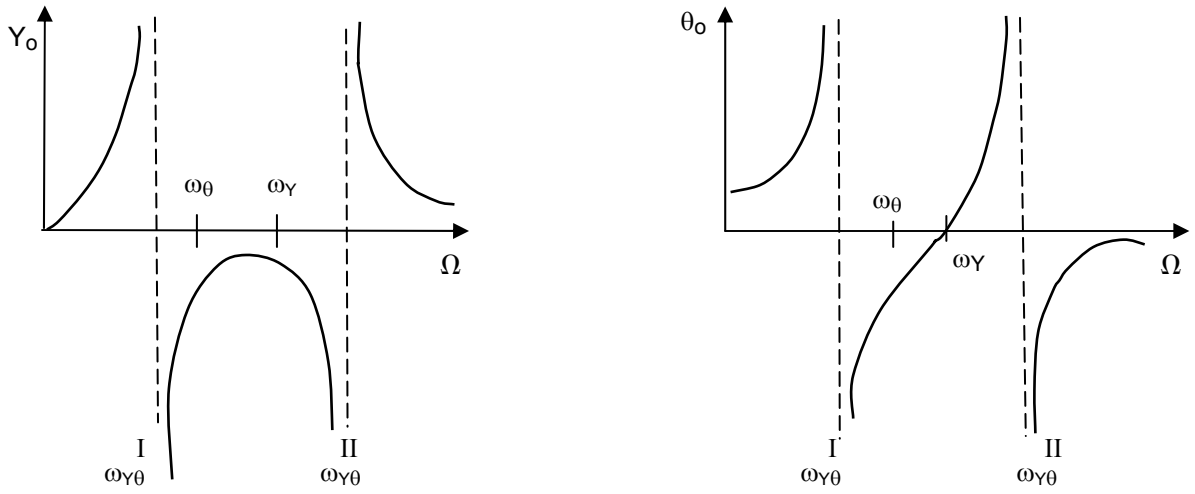



**FIGURA 3.10 NATURALEZA GENERAL DE LAS CURVAS DEL FACTOR DE CARGA DINAMICA DE MOVIMIENTOS ACOPLADOS**

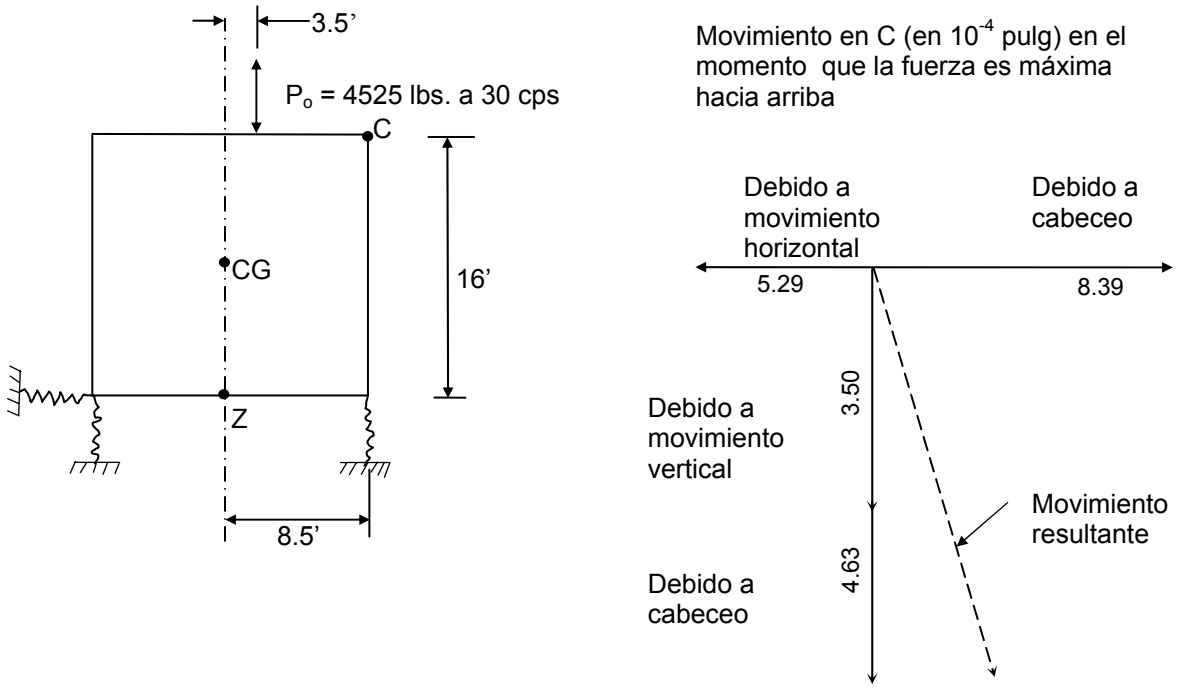



**FIGURA 3.11 FUERZA APLICADA Y MOVIMIENTO RESULTANTE EJEMPLO 3.3**

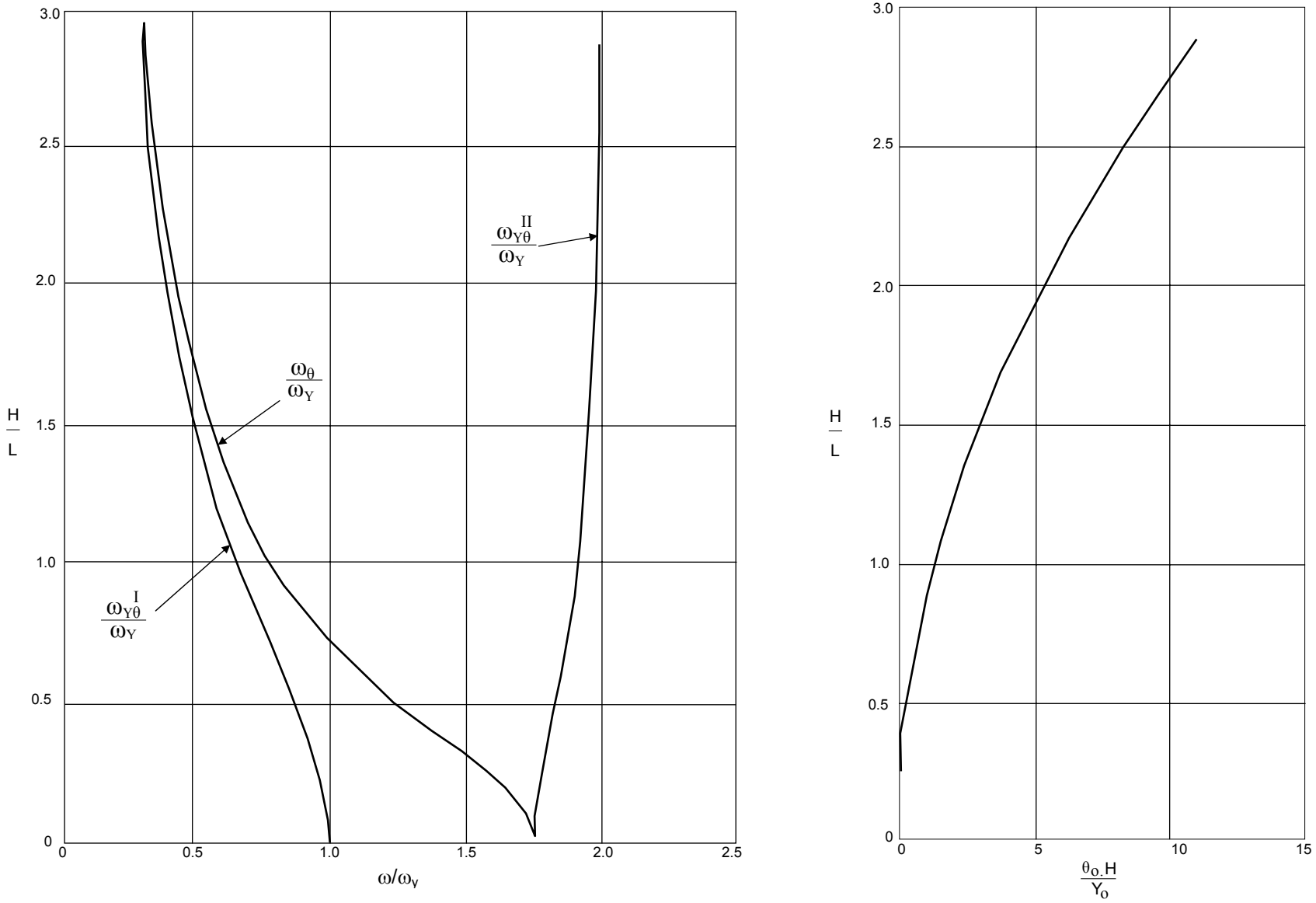



**FIGURA 1 IMPORTANCIA RELATIVA DE TRASLACION Y CABECEO DE BLOQUE DE CIMENTACION RECTANGULAR (L / B=2) EN LA SUPERFICIE DE CUERPO ELÁSTICO ( M = 0.35)**

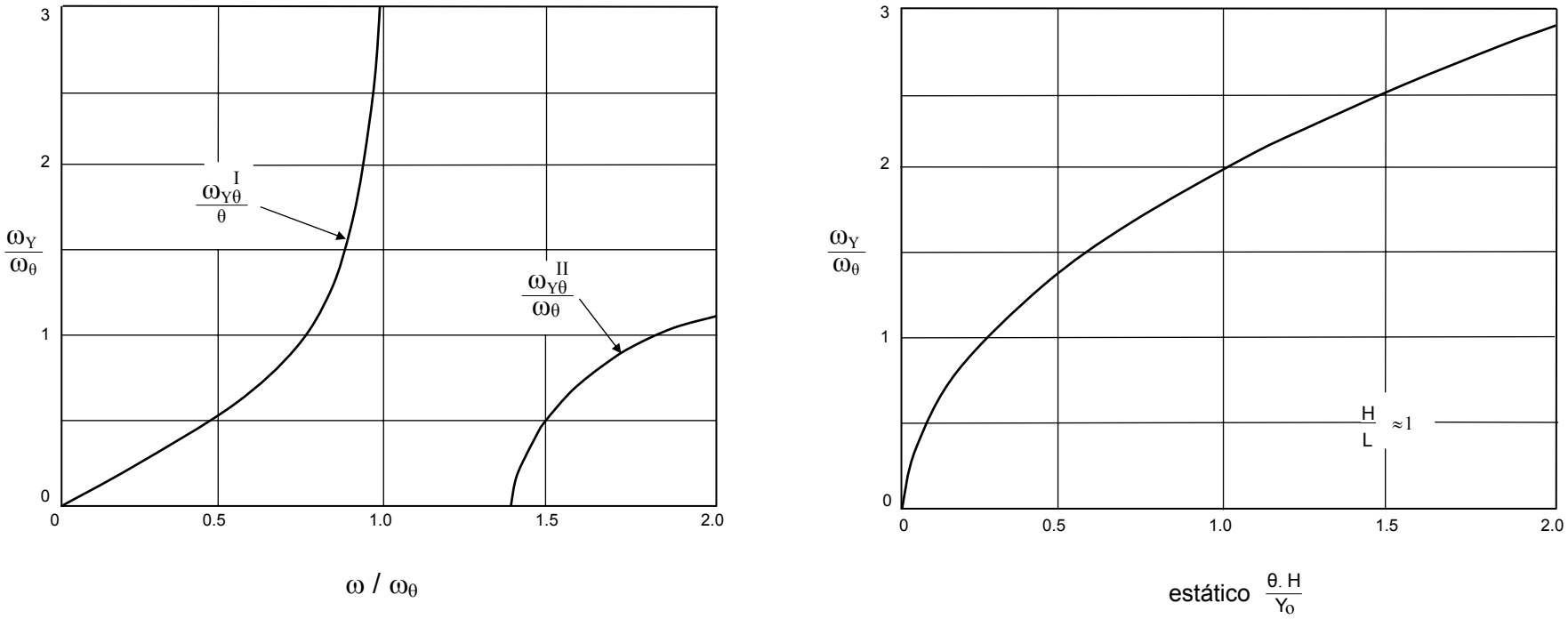



**FIGURA 2 EFECTO DE LA FRECUENCIA HORIZONTAL RESONANTE EN LA RESPUESTA DE UN BLOQUE DE CIMENTACION RECTANGULAR ($I / I_O = 2$) SUJETO A CABECEO**

# CAPITULO IV

# PROPAGACION DE ONDAS

## 4.1 INTRODUCCION

Puesto que las vibraciones transmitidas por las cimentaciones (bien sean de las estructuras hacia el suelo, como son las fuerzas de maquinaria, o del suelo hacia las estructuras, como es el caso de sismos) se efectúan siempre a través de ondas, es muy importante conocer los distintos tipos de ondas que se producen en el suelo y sus mecanismos de propagación.

En problemas relacionados al terreno de cimentación se tendrán situaciones que van, desde el caso de considerar un medio idealizado como homogéneo y elástico (depósitos profundos de arcilla), hasta el caso más complejo pero más común, consistente en un medio errático, con estratificaciones alternantes y con características no lineales de esfuerzo deformación. Además, cuando se analiza un suelo a través de probetas en el laboratorio, se tendrá un caso particular de medio no contínuo por las condiciones de frontera allí existentes.

Los casos señalados se pueden analizar a partir del estudio de la propagación de ondas, tanto en semiespacios infinitos homogéneos o estratificados, así como en barras de longitud finita.

El presente capítulo no pretende cubrir el estado del arte en propagación de ondas, sino simplemente presentar los fundamentos que se requieren para el manejo de los conceptos que se tratan en la dinámica de suelos. Al lector que le interese profundizar más sobre el tema, podrá consultar las referencias señaladas al final del capítulo.

En primer lugar se indicarán los tipos de ondas elásticas existentes en un medio infinito, posteriormente se analizará la propagación de ondas en un medio semi-infinito con características tanto homogéneas como las de un medio estratificado y finalmente se describirá la propagación de ondas en barras.

## 4.2 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO INFINITO

En un medio infinito, homogéneo e isótropo, sólo se pueden propagar los dos tipos de ondas que corresponden a las dos únicas soluciones que se obtienen de las ecuaciones de movimiento, que más adelante se señalan; estas dos clases de ondas son las llamadas ondas de compresión, primarias o dilatantes y las conocidas como ondas cortantes, secundarias o distorsionales.

Partiendo del análisis de equilibrio de un elemento pequeño como el mostrado por la Figura 4.1, se llega a las siguientes expresiones conocidas en la literatura como las ecuaciones de movimiento (los pasos para llegar a las mismas se pueden ver en la Ref. 1)

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + G \nabla^2 u \qquad (4.1)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + G \nabla^2 v \qquad (4.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G \nabla^2 w \qquad (4.3)$$

donde:

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ (operador laplaciano en coordenadas cartesianas)

u, v, w son los desplazamientos en las direcciones x, y y z respectivamente.

$\rho$ es la densidad de masa del medio (peso volumétrico/ aceleración de la gravedad).

$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ constante de Lamé

$G = \frac{E}{2(1-\nu)}$ módulo cortante

$\nu$ relación de Poisson

E módulo elástico de Young

$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ dilatación cúbica

y $\varepsilon_x , \varepsilon_y , \varepsilon_z$ son respectivamente las deformaciones normales en las direcciones x, y y z.

Derivando las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 con respecto a x, y y z respectivamente, y sumando las expresiones obtenidas, se llega a la siguiente ecuación:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \nabla^2 \bar{\varepsilon}$$

ó

$$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = v_c{}^2 \nabla^2 \bar{\varepsilon} \text{ (ec. de onda de dilatación cúbica)} \qquad (4.4)$$

donde:

$$v_c = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \qquad (4.5)$$

Esta última expresión representa la velocidad de propagación de una onda dilatante o irrotacional, o dicho en otras palabras, la dilatación $\bar{\varepsilon}$ se propaga con una velocidad $v_c$. Al numerador de la ecuación 4.5 se le conoce comúnmente como módulo dilatante D, es decir:

$$D = \lambda + 2G = \frac{(1 - \nu) E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

Derivando ahora la ecuación 4.2 con respecto a z y a 4.3 con respecto a y, y eliminando $\bar{\varepsilon}$ mediante la substracción de las dos expresiones resultantes, se obtiene:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = G \nabla^2 \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

o sea

$$\rho \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = G \nabla^2 \theta_x \qquad (4.6)$$

donde:

$$\theta_x = 2\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right), \quad \text{o sea es la rotación alrededor del eje x}$$

La ecuación 4.6 se puede escribir también como sigue:

$$\frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = v_s{}^2 \nabla^2 \theta_x \tag{4.7}$$

donde:

$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ es la velocidad de las llamadas ondas cortantes o equivolumétricas y representa la velocidad de propagación de la rotación $\theta_x$.

Las ecuaciones correspondientes a $\theta_y$ y $\theta_z$ se obtienen de manera similar a la ecuación 4.7, y se puede decir que la rotación se propaga con la velocidad $v_s$.

Además de la velocidad con que se propagan cada una de estas ondas existentes en un medio elástico infinito, llamadas ambas ondas de cuerpo, tienen la siguiente particularidad: en las ondas compresionales el movimiento de las partículas tiene la misma dirección en que se propagan (véase Figura 4.2), mientras que en las ondas cortantes los movimientos de las partículas son perpendiculares a la dirección de su propagación. La relación entre las velocidades de estas dos clases de ondas está dada por la expresión:

$$\frac{v_c}{v_s} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} \tag{4.8}$$

la cual implica que $v_c > v_s$ para cualquier valor de $\nu$, y que para $\nu = 0.5$, $v_c$ adquiere un valor teórico de infinito.

## 4.3 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO SEMI-INFINITO

En un medio semi-infinito existe una frontera que permite obtener una tercera solución a las ecuaciones de movimiento y así tener un tercer tipo de onda. Este tercer tipo corresponde a las ondas superficiales llamadas de Rayleigh (en honor a quien las descubrió), las cuales producen en las partículas movimientos elípticos (Figura 4.2) y disminuyen rápidamente su amplitud con la profundidad.

La ecuación de la onda Rayleigh se puede obtener estableciendo un sistema de coordenadas como el señalado en la Figura 4.3, y suponiendo una onda plana que viaja en la dirección positiva de las x. Así, partiendo de que los desplazamientos u y w se pueden escribir respectivamente como:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad y \qquad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

donde $\phi$ y $\psi$ son funciones potenciales que resultan estar relacionadas respectivamente con la dilatación y la rotación del medio, se obtiene, al sustituir u y w en las ecuaciones 4.1 y 4.3, las siguientes expresiones:

$$\rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right) + \rho \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 \phi) + G \frac{\partial}{\partial z}(\nabla^2 \psi) \qquad (4.9)$$

y

$$\rho \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}\right) - \rho \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}\right) = (\lambda + 2G) \frac{\partial}{\partial z}(\nabla^2 \phi) - G \frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 \psi) \qquad (4.10)$$

De estas ecuaciones se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2G}{\rho} \nabla^2 \phi = v_c^2 \nabla^2 \phi \qquad (4.11)$$

y

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \left(\frac{G}{\rho}\right) \nabla^2 \psi = v_s^2 \nabla^2 \psi \qquad (4.12)$$

Ahora bien, suponiendo una solución del tipo de onda sinusoidal viajando en la dirección positiva de las x, se puede escribir

$$\phi = F(z)\, e^{i(\omega t - N_x)} \qquad (4.13)$$

y

$$\psi = G(z)\, e^{i(\omega t - N_x)} \qquad (4.14)$$

donde F(z) y G(z) son funciones que describen la variación de la amplitud de la onda con la profundidad, y N=2 $\pi/L_R$ (conocido como número de onda); $L_R$ es la longitud de la onda generada. Al sustituir los valores de $\phi$ y $\psi$ dados por las ecuaciones 4.13 y 4.14 dentro de las ecuaciones 4.11 y 4.12, y considerar la condición de que la amplitud de la onda superficial tiende a cero con la profundidad, los valores de F(z) y G(z) resultan iguales a:

$$F(z) = A_1 e^{-\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}}\, z}$$

y

$$G(z) = A_2 e^{-\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}\, z}$$

Los valores de $A_1$ y $A_2$ se obtienen de aplicar las condiciones de frontera relativas a que los esfuerzos cortantes y normales en la superficie del semiespacio deben ser nulos. Aplicando dichas condiciones se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{A_1}{A_2}\frac{(\lambda + 2G)\left(N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}\right) - \lambda N^2}{2iGN\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}} - 1 = 0 \qquad (4.15)$$

y

$$\frac{A_1}{A_2}\frac{2\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}}\, iN}{2N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}} + 1 = 0 \qquad (4.16)$$

Añadiendo estas dos ecuaciones y haciendo algunos arreglos matemáticos, se llega a la ecuación que da el valor de la velocidad con que se propagan las ondas Rayleigh:

$$\left(\frac{v_R}{v_s}\right)^6 - 8\left(\frac{v_R}{v_s}\right)^4 + \left[24 - 16\left(\frac{v_s}{v_c}\right)^2\right]\left(\frac{v_R}{v_s}\right)^2 + 16\left[\left(\frac{v_s}{v_c}\right)^2 - 1\right] = 0 \qquad (4.17)$$

En la Figura 4.4 se muestra la relación que guarda $v_R/v_s$ y $v_c/v_s$ para varios valores de la relación de Poisson $\nu$; obsérvese que $v_R$ es aproximadamente igual a $v_s$, particularmente para valores grandes de $\nu$.

En cuanto a la variación de los desplazamientos con la profundidad, éstos se pueden obtener a partir de las expresiones señaladas para $u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z}$ y $w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x}$, así como de sustituir en ellas los valores de $\phi$ y $\psi$ dados por las ecuaciones 4.13 y 4.14.

Las expresiones que resultan (Ref. 1), son las siguientes:

$$u = A_1 N i \left\{ -\exp\left[ -\frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}}}{N} (z N) \right] + \frac{2\sqrt{\left(N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}\right)\left(N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}\right)}}{\frac{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}{N^2} + 1} x \right.$$

$$\left. \exp\left[ -\frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}}{N} (zN) \right] \right\} \exp i\,(\Omega t - N x) \qquad (4.18)$$

y

$$w = A_1 N \left\{ \frac{\frac{2\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}}}{N}}{\frac{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}{N^2} + 1} \exp\left[ -\frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}}{N} \right] - \frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_c^2}}}{N} x \right.$$

$$\left. \exp\left[ -\frac{\sqrt{N^2 - \frac{\Omega^2}{v_s^2}}}{N} (zN) \right] \right\} \exp i\,(\Omega t - N x) \qquad (4.19)$$

De la observación de estas dos ecuaciones, se puede deducir que los términos dentro de las llaves representan la variación respectiva de u y w con la profundidad. O sea:

$$u = U(z)\, A_1 N i\, e^{i(\Omega t - Nx)}$$

y

$$w = W(z)\, A_1 N\, e^{i(\Omega t - Nx)}$$

La variación de U(z) y W(z) con la profundidad para varios valores de $\nu$, se indica en la Figura 4.5. La Figura 4.6 señala la interpretación física del concepto de longitud de onda que interviene en la figura anterior.

Debe señalarse que son las ondas Rayleigh las que trasmiten la mayor parte de la energía generada por la vibración de una zapata sobre la superficie de un semiespacio. (Cuando la zapata es circular, el 67% de la energía es trasmitida por las ondas Rayleigh, mientras que las cortantes trasmiten el 26% y las de compresión el 7% restante). Por otro lado, en comparación con las ondas de cuerpo, las amplitudes de las ondas Rayleigh disminuyen más lentamente con la distancia r al centro de la fuente de excitación, mientras que la atenuación de las ondas P y S en la superficie es proporcional a $1/r^2$, en las ondas Rayleigh es proporcional a $1/\sqrt{r}$, la razón de esta diferencia se debe al concepto del llamado amortiguamiento radial que se estudia en el siguiente capítulo. Lo anterior hace, como se ilustrará posteriormente, que las ondas Rayleigh desempeñen un papel muy importante en la trasmisión de vibraciones en o cerca de la superficie.

Las ondas Rayleigh son generalmente fáciles de reconocer ya que usualmente tienen una amplitud grande con frecuencia relativamente baja, según puede observarse en la Figura 4.7.

## 4.4 PROPAGACION DE ONDAS EN UN MEDIO ESTRATIFICADO

En la mayoría de los casos reales se tienen depósitos de suelo constituidos por estratificaciones, lo cual obliga a conocer la transmisión de vibraciones a través de medios estratificados. En forma simplista se puede conocer lo que sucede con las ondas que llegan a las superficies de contacto de dos estratos con propiedades diferentes, partiendo del análisis de refracción y reflexión que experimentan cada una de las ondas de cuerpo.

Sin embargo, con el objeto de considerar la división de la energía que se origina en el punto de incidencia, es conveniente considerar primeramente el caso particular de la descomposición de las ondas P y S al llegar a una superficie libre. Para ello resulta a la vez conveniente tomar en cuenta que las ondas cortantes S se pueden descomponer en una componente paralela a la superficie (ondas SH), y en otra contenida en el plano vertical (ondas SV). La Figura 4.8 ilustra esta descomposición.

Cuando una onda dilatante P incide sobre la superficie libre del semiespacio, parte de la energía se refleja a través de una onda cortante SV y parte a través de una onda P (Figura 4.9). El ángulo de reflexión $\theta_1$ de la onda SV está dado de acuerdo con la ley de Snell

$$\text{sen}\,\theta_1 = \text{sen}\,\theta\,\frac{v_s}{v_p}$$

donde $\theta$ es el ángulo de incidencia.

El ángulo $\theta_1$ de la onda P resulta igual al de incidencia.

Al llegar una onda cortante SV a la superficie, toda la energía que se refleja se hace a través de: a) una onda SV con un ángulo de reflexión igual al de incidencia (Figura 4.10), y b) a través de una onda P cuyo ángulo de generación está dado por:

$$\text{sen}\,\theta_1 = \text{sen}\,\theta\,\frac{v_c}{v_s}$$

Existe un cierto ángulo de incidencia, llamado crítico, para el cual las ondas incidentes P y S se reflejan horizontalmente (Figura 4.11); dicho ángulo depende únicamente de la relación de Poisson.

Para onda dilatantes $\theta_{cr} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{v_c}{v_s}\right)$, y

Para ondas cortantes $\theta_{cr} = \text{sen}^{-1}\left(\frac{v_s}{v_p}\right)$

La Figura 4.12 muestra la relación entre $\theta_{cr}$ y $\nu$ para el caso de ondas de incidencia SV. Cuando los ángulos de incidencia son mayores, las componentes horizontal y vertical de los movimientos del terreno se encuentran desfasadas, creando una vibración del tipo elipsoidal; la Figura 4.13 muestra que para $\theta_s = 45^o$ el movimiento es vertical y que para $\theta_s = 90^o$ el movimiento se reduce a cero.

En el caso de una onda SH que llega a la superficie, toda la energía que se refleja se hace a través de otra onda SH, la cual tiene un ángulo de reflexión igual al de incidencia (Figura 4.14). Esta característica hace que existan procedimientos especiales por medio de los cuales se generen este tipo de ondas y se facilite la interpretación de los datos obtenidos mediante los métodos geosísmicos; el empleo de dichos métodos se explicará en capítulos posteriores.

Ahora bien, para el caso de llegar una onda a la superficie de contacto de dos estratos de características diferentes, se tendrá lo siguiente:

Al llegar una onda P sobre la superficie de contacto, se producen cuatro tipos de ondas según se ilustra en la Figura 4.15a; dos ondas SV (una reflejada [P-$SV_1$] y otra refractada [P-$SV_2$]) y dos ondas P (una reflejada [P-$P_1$] y otra refractada [P-$P_2$]).

Para una onda SV incidente habrá cuatro ondas resultantes:

a) una onda SV reflejada (SV-$SV_1$)
b) otra onda SV refractada (SV-$SV_2$)
c) una onda P reflejada (SV-$P_1$) y
d) una onda P refractada (SV-$P_2$)

En cuanto a las ondas incidentes SH, parte de la energía es reflejada (ondas SH-$SH_1$) y parte refractada (SH-$SH_2$), pero nuevamente sólo a través de ondas SH; la razón de no producir ondas P se debe a que las ondas SH no tienen componente normal en el plano de contacto.

Los ángulos de reflexión y refracción pueden calcularse a partir de la ley de Snell, de la cual se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{v_{p1}} = \frac{\text{sen}\,\theta_1}{v_{s1}} = \frac{\text{sen}\,\theta_2}{v_{p2}} = \frac{\text{sen}\,\theta_3}{v_{s2}} \qquad (4.20)$$

donde:

$v_{p1}$ y $v_{p2}$ son respectivamente las velocidades de las ondas dilatantes en los medios superior e inferior, y análogamente.
$v_{s1}$ y $v_{s2}$ son las velocidades de las ondas cortantes de dichos medios.

Cuando la velocidad de una onda reflejada o refractada es mayor que la velocidad de la onda incidente, puede haber un ángulo de incidencia crítico para el cual la onda reflejada o refractada será horizontal; dicho ángulo se obtiene a partir de las expresiones 4.20. Por ejemplo, para una onda dilatante P incidente,

$$\theta_{cr} = \text{sen}^{-1}\frac{v_{p1}}{v_{p2}}$$

Existen en la literatura fórmulas y gráficos que proporcionan la cantidad de energía que se trasmite a través de cada una de las ondas reflejadas o refractadas; véanse por ejemplo las Referencias 1 y 2.

Cuando existen varios estratos se tendrán múltiples refracciones y reflexiones, según puede observarse en la Figura 4.16, y el problema de propagación de ondas se vuelve más complejo. Cuando el estrato superior es menos rígido que el que lo subyace, se puede generar otro tipo de onda superficial conocida como onda Love; estas ondas son originadas por las reflexiones totales múltiples de la capa superior, y son ondas que se desplazan horizontalmente y producen movimientos transversales horizontales. Ewing (Ref. 3) define a esta clase de onda como "la onda cortante polarizada horizontalmente, atrapada en la capa superficial y originada por las reflexiones totales múltiples". Jones (Ref. 4) demuestra que para altas frecuencias de excitación, la velocidad de propagación de las ondas Love se aproxima asintóticamente a la velocidad de

propagación de las ondas cortantes en el estrato superior, mientras que para bajas frecuencias dicha aproximación se refiere a la velocidad de las ondas cortantes en el estrato inferior.

## 4.5 PROPAGACION DE ONDAS EN BARRAS

Cuando las ondas dilatantes o compresionales se propagan en medios que no son infinitos, las condiciones de frontera modifican las ondas generadas haciendo que éstas sean un poco diferentes a las señaladas hasta ahora. Por ejemplo, las ondas compresionales que se propagan a través de una barra donde pueden haber expansiones libres en el sentido transversal, tienen una velocidad de propagación que resulta, según se demuestra más adelante, aproximadamente igual a:

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{4.21}$$

Esta velocidad es menor que la velocidad $v_c$ dada por la ecuación 4.5; la razón de ello es que en un medio infinito o semi-infinito no existen desplazamientos normales a la dirección en que se propagan estas ondas, mientras que en una barra dichos desplazamientos son factibles. A esta clase de ondas compresionales en barras se les conoce en la literatura con el nombre de ondas longitudinales.

La obtención de la ecuación 4.21 se puede hacer a partir del análisis de fuerzas actuando en un elemento de barra de longitud $\Delta x$ (Figura 4.17), que tiene una sección transversal de área A.

Del equilibrio de fuerzas indicadas en la Figura 4.17 se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \Delta \ x \ A = \rho \ \Delta \ x \ A \left( - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)$$

Simplificando la expresión anterior se obtiene

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{4.22}$$

Esta misma ecuación se puede expresar en otros términos, de la siguiente manera. De la teoría de elasticidad se tiene:

$$\sigma = E \, \varepsilon \tag{4.23}$$

donde: $$\varepsilon = - \frac{\partial u}{\partial x}$$

Llevando 4.23 a 4.22, se obtiene

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (4.24)$$

que es la llamada "ecuación de ondas en una dimensión". La solución a esta ecuación es del tipo

$$u = f \left( x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}\, t \right) \qquad (4.25)$$

Ejemplo de funciones que satisfacen la condición anterior son las siguientes:

$$u = \text{sen} \left( x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}\, t \right)$$

$$u = \cos \left( x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}\, t \right)$$

$$u = \left( x \pm \sqrt{\frac{E}{\rho}}\, t \right)$$

El significado físico de las implicancias de dicha solución se muestra en la Figura 4.18. Para un tiempo cualquiera $t_1$ (que puede ser $t_1$=0), se tiene un cierto tipo de desplazamiento caracterizado por una función que satisfaga la ecuación 4.25; posteriormente, en el tiempo $t_2$, se observará exactamente el mismo tipo de desplazamiento pero en un lugar diferente. Es decir, el tipo de movimiento que se observa es precisamente como el de una onda que se desplaza a una velocidad $v_L = \sqrt{E / \rho}$. Analíticamente lo anterior se puede comprobar de la siguiente manera; supóngase el signo negativo de la ecuación 4.25, y que $t_2 = t_1 + \Delta t$; se tiene entonces:

$$u|_{t=t_1} = f \ (x - v_L \ t \ )$$

$$u|_{t_2=t_1+\Delta t} = f \ [ \ (x + \Delta x) - v_L \ (t + \Delta t \ ) \ ]$$

$$u|_{t_2=t_1+\Delta t} = f \ [ \ (x + v_L \ \Delta \ t - v_L \ t - v_L \ \Delta \ t \ ) \ ] = f \ (x - v_L \ t \ ),$$

lo cual confirma lo antes señalado.
Es importante distinguir la diferencia que existe entre la velocidad de la onda y la velocidad de la partícula. Para el caso de una onda de compresión como la mostrada en la Figura 4.13, la velocidad de la partícula se obtiene a partir de la determinación del esfuerzo:

$$\sigma_x = E \frac{u}{\Delta x}$$

de donde se obtiene que

$$u = \frac{\sigma_x}{E} \Delta x = \frac{\sigma_x}{E} v_L \Delta t$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula es :

$$\dot{u} = \frac{u}{\Delta t} = \frac{\sigma_x v_L}{E} \tag{4.26}$$

Obsérvese en esta última expresión que la velocidad de la partícula depende del valor del esfuerzo aplicado, mientras que la velocidad de propagación de ondas depende sólo de las propiedades del material.

Ahora bien, al analizar las ondas cortantes en barras, siguiendo un procedimiento similar al descrito para las ondas compresionales, se llega a que la ecuación de onda está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \tag{4.27}$$

donde $\theta$ es el ángulo de giro y

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{4.28}$$

es la velocidad con la que se propagan las ondas cortantes en barras.

Este valor, como puede notarse, resulta ser igual al obtenido en el análisis de propagación de ondas en un medio infinito o semi-infinito.

Obsérvese que conociendo las velocidades $v_L$ ó $v_s$, los módulos E y G se pueden obtener respectivamente mediante las ecuaciones 4.21 y 4.28.

En la práctica la determinación de $C_L$ y $C_s$ se puede efectuar en el laboratorio a través de probetas cilíndricas, las cuales constituyen barras de longitud finita. Si se consideran por ejemplo las ondas longitudinales a través de barras, la solución a la ecuación 4.24 en este caso se puede escribir en forma de series trigonométricas, de la siguiente manera:

$$u = U\ (A_1 \cos \omega_n t + A_2 \operatorname{sen}\ \omega_n t\ ) \tag{4.29}$$

donde:

U es la amplitud de los desplazamientos.

$A_1$ y $A_2$ son constantes que dependen de las condiciones de frontera.

$\omega_n$ es la frecuencia circular natural de vibración del enésimo modo.

Al sustituir la ecuación 4.29 en la ecuación 4.24, se obtiene

$$\frac{\partial^2\ U}{\partial\ x^{\ 2}} + \frac{\omega_n^{\ 2}}{v_L^{\ 2}} U = 0 \tag{4.30}$$

La solución a esta ecuación diferencial es del siguiente tipo:

$$U = A_3\ \cos \frac{\omega_n\ x}{v_L} + A_4\ \operatorname{sen} \frac{\omega_n\ x}{v_L}$$

donde $A_3$ y $A_4$ son también constantes dependientes de las condiciones de frontera. Por ejemplo, suponiendo un extremo fijo y el otro libre (Figura 4.19), dos condiciones son las siguientes:

1) $U = 0|_{x=0}$ (significa que en el extremo fijo los desplazamientos son nulos)

2) $\frac{\partial U}{\partial x} = 0|_{x=l}$ (en el extremo libre las deformaciones valen cero)

Aplicando la primera condición se deduce que $A_3 = 0$, y de la segunda se obtiene que:

$$\cos \frac{\omega_n\ l}{v_L} = o$$

de donde se deduce que

$$\omega_n = (2n-1)\frac{\pi\ v_L}{2l}\ ,\ n = 1,2,3... \qquad (4.31)$$

Lo anterior conduce a poder expresar la amplitud del desplazamiento de la siguiente manera:

$$U = A_4\ \text{sen}\ \frac{(2n-1)\pi_x}{2\ l} \qquad (4.32)$$

En la Figura 4.19 se muestran los tres primeros modos de vibración de una probeta circular y el significado físico de la constante $A_4$. Al sustituir la ecuación 4.32 en 4.29, se obtiene la forma general de los desplazamientos:

$$u = \text{sen}\ \frac{(2n-1)\pi\ x}{2\ l}\left[ (A_1)_n \cos\frac{(2n-1)\pi\ v_L\ t}{2\ l} + (A_2)_n\ \text{sen}\ \frac{(2n-1)\pi\ v_L\ t}{2\ l} \right] \qquad (4.33)$$

Para otras condiciones de frontera o para el caso de vibraciones torsionales se podrá seguir el procedimiento descrito y obtener expresiones análogas a la ecuación 2.33. La expresión correspondiente a la frecuencia circular natural bajo excitaciones torsionales, considerando las mismas condiciones de frontera (un extremo fijo y el otro libre), resulta exactamente la misma que la dada por la ecuación 4.31, sólo que en vez de $v_L$ interviene $v_s$.

## REFERENCIAS


1) Richart, F.E., Hall, J.R., y Woods, R.D. (1970), "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall.

2) Mooney, H.M. (1973), "Handbook of Engineering Geophysics", Bison Instruments, Inc.

3) Ewing, W.M., Jardetsky, W.S., y Press, F. (1975), "Elastic Waves in Layered Media", McGraw-Hill Book Co, New York.

4) Jones, R. (1958), "In-Situ Measurements of the Dynamic Properties of Soil by Vibration Methods", Geotechnique, Vol 8, No. 1, Marzo, pp 1-21.

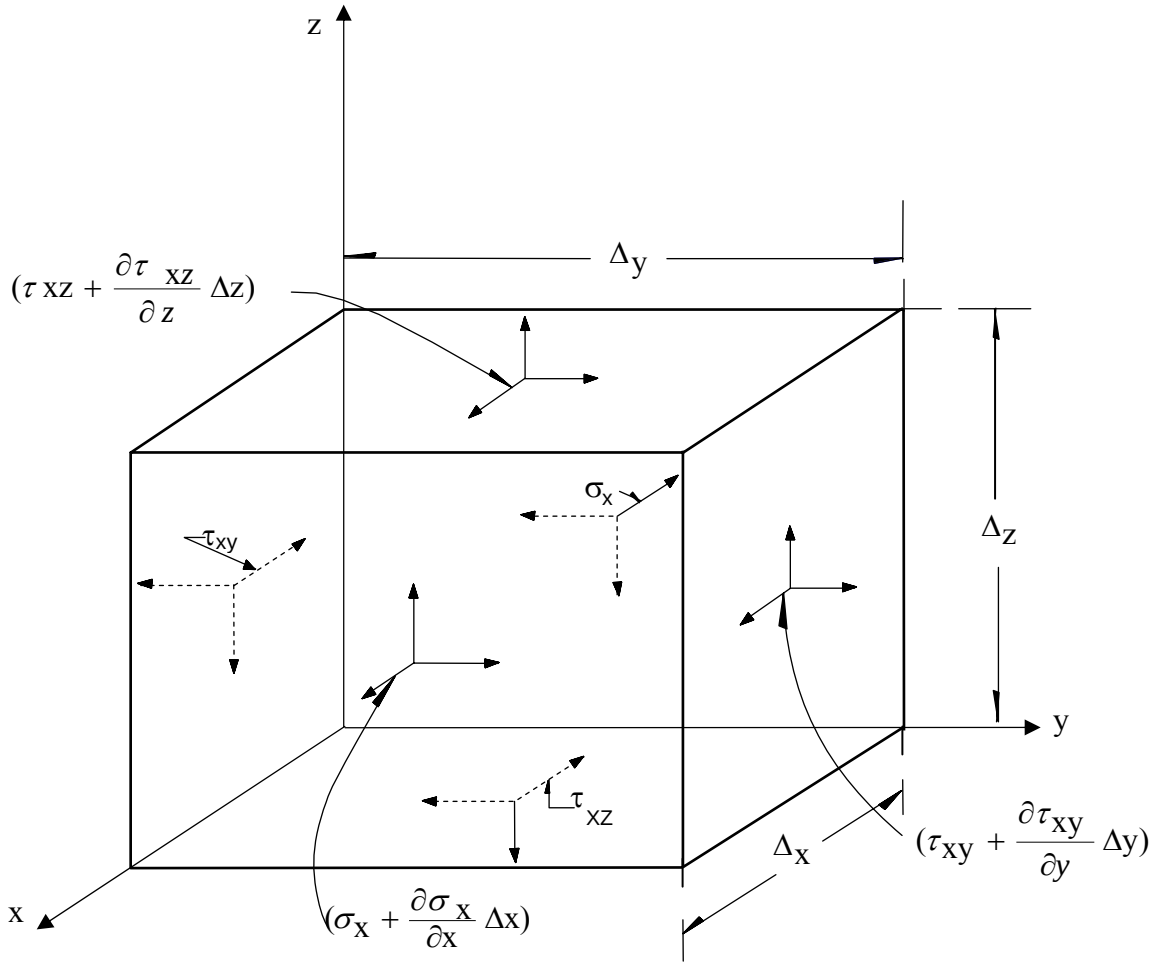



**FIGURA 4.1** ESFUERZOS ACTUANDO SOBRE UN ELEMENTO PEQUEÑO

(a)

(b)

(c)

(d)

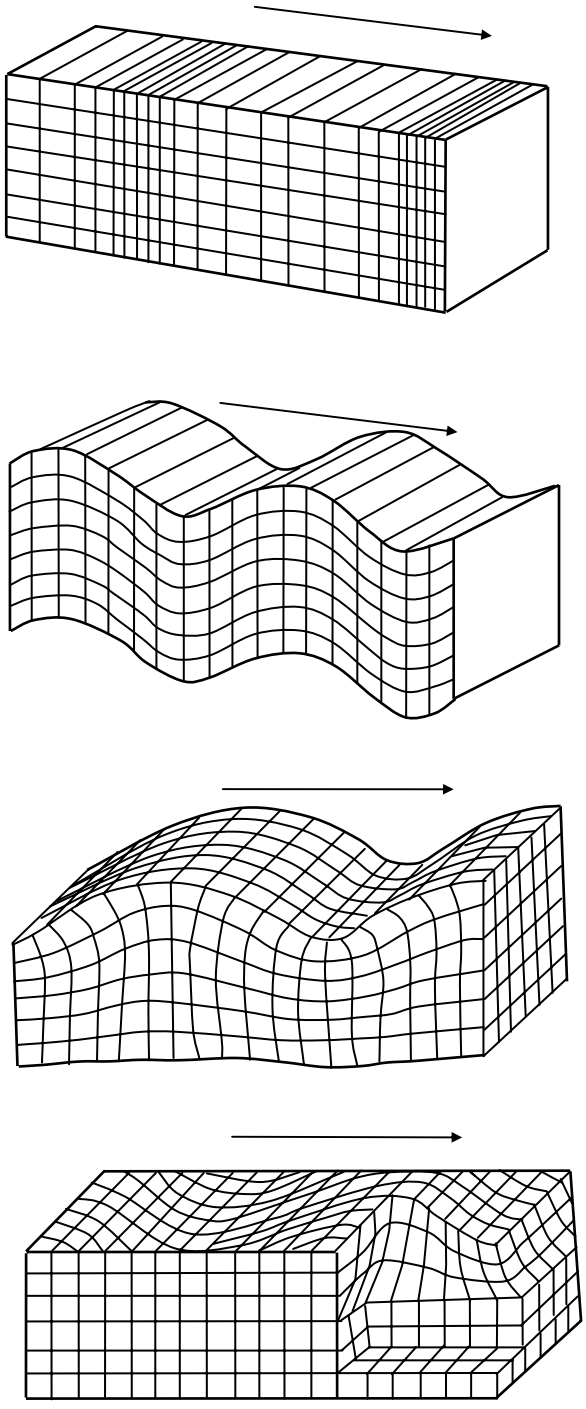


**FIGURA 4.2** NATURALEZA DE LOS DESPLAZAMIENTOS DE LAS PARTICULAS DE UN SUELO DURANTE EL PASO DE a) ONDAS DE COMPRESION P, b) ONDAS CORTANTES S, c) ONDAS RAYLEIGH R Y d) ONDAS LOVE L.

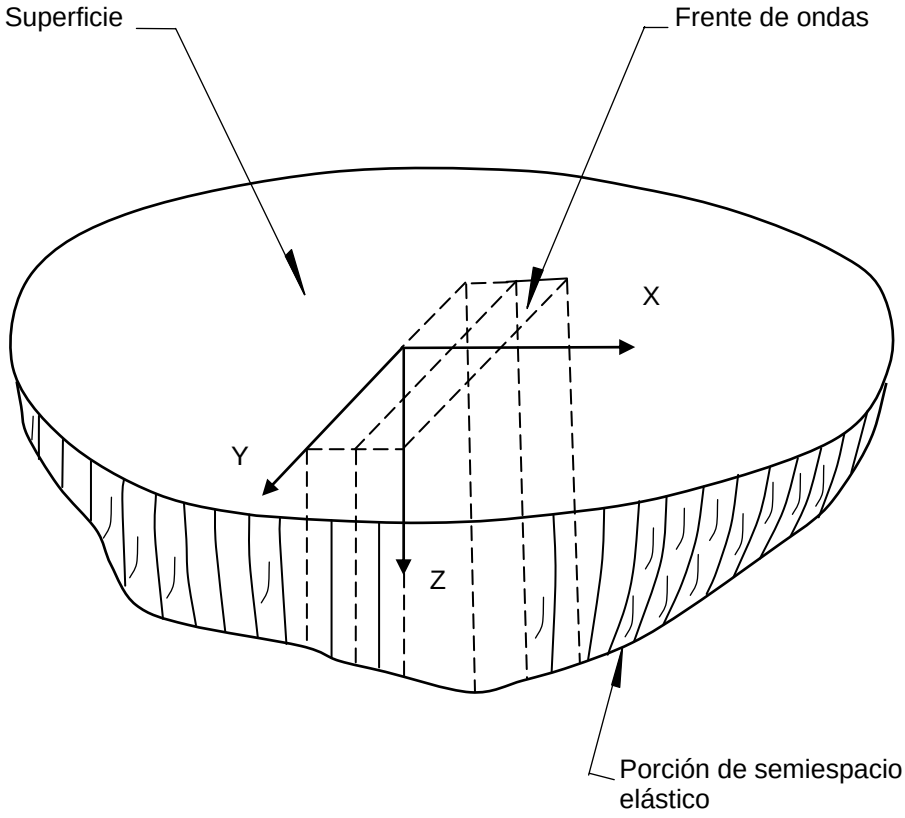



**FIGURA 4.3** SISTEMA DE COORDENADAS EN UN SEMIESPACIO ELASTICO

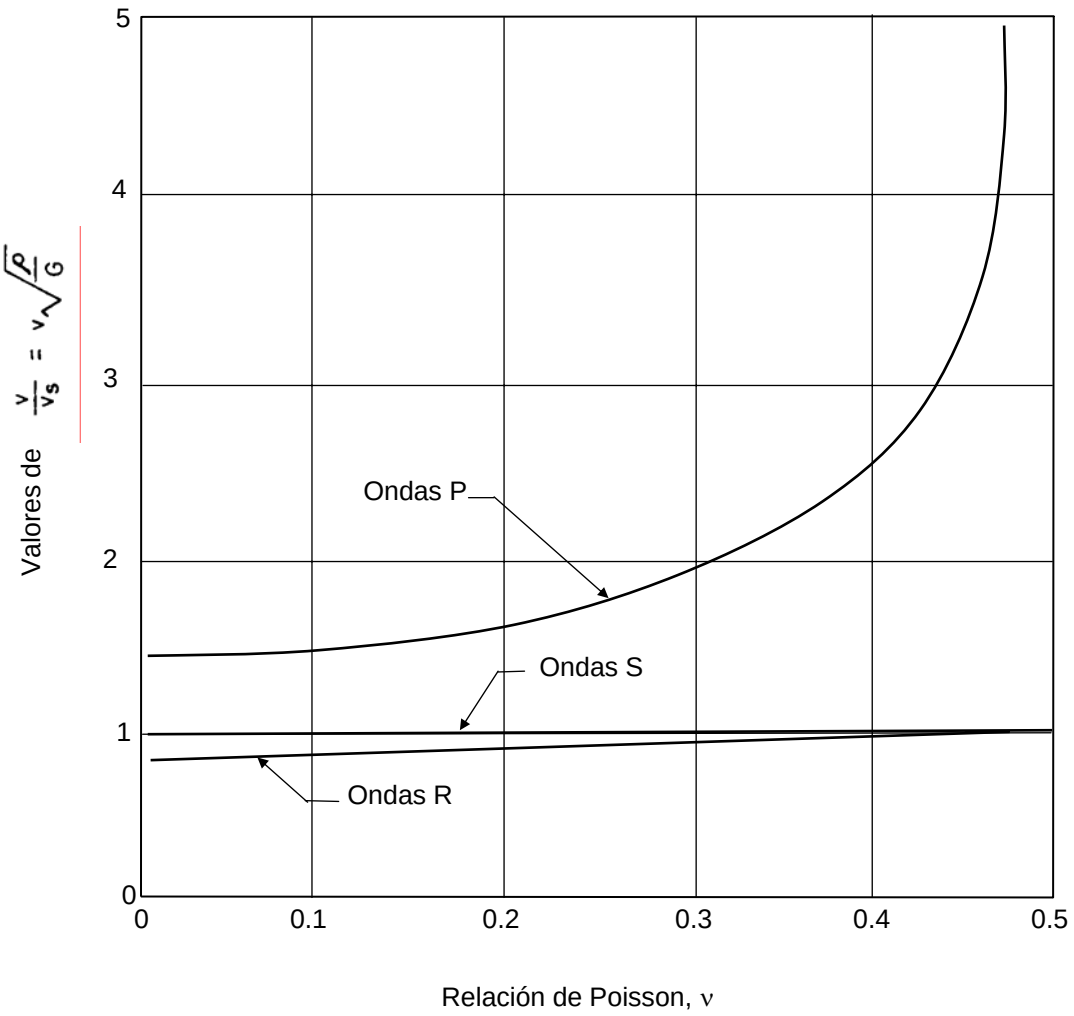



**FIGURA 4.4** RELACION ENTRE $V_S$, $V_C$ y $V_R$, CONTRA LA “RELACION DE POISSON” $\nu$

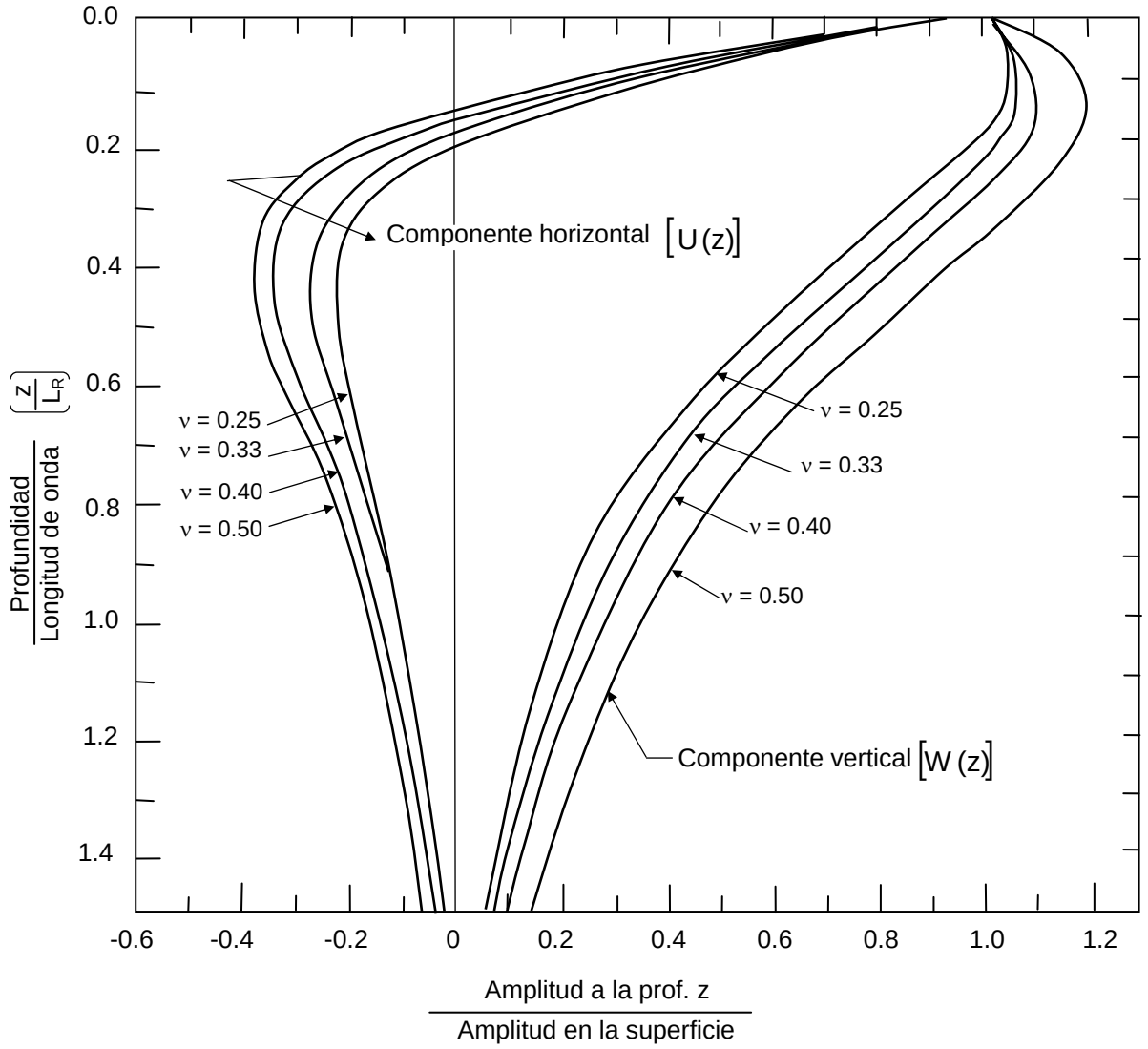



**FIGURA 4.5** RELACION DE LA AMPLITUD DE LAS ONDAS RAYLEIGH VS. LA PROFUNDIDAD (Ref. 1)

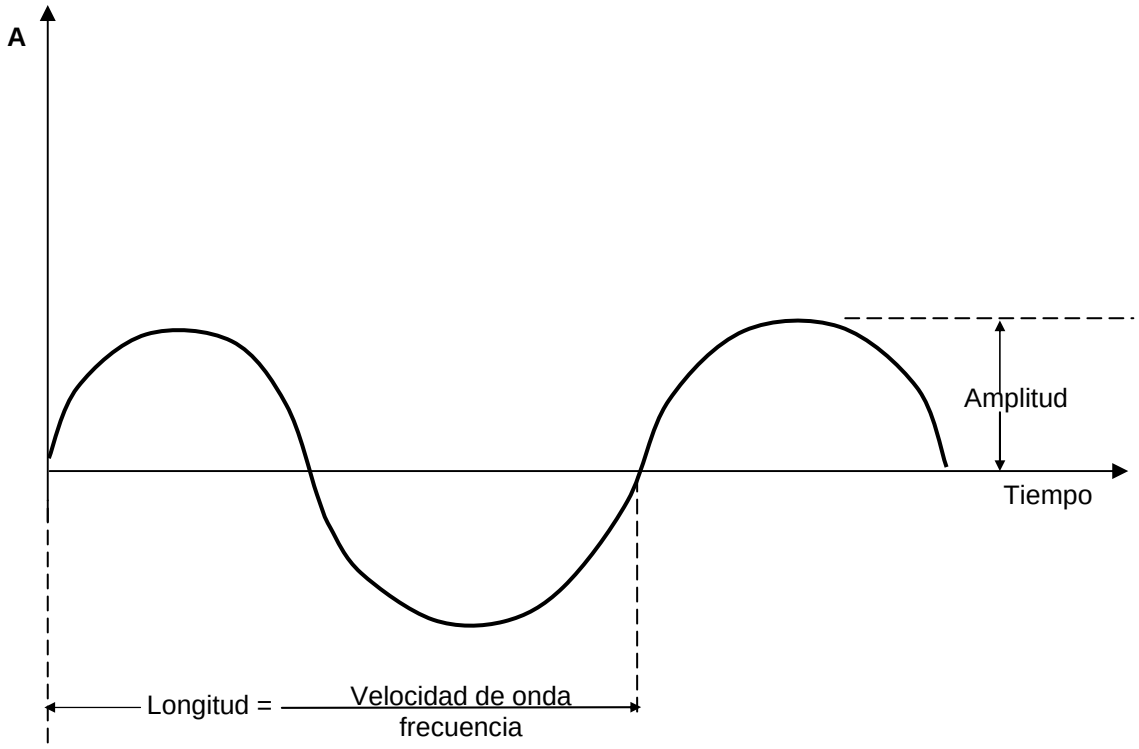



**FIGURA 4.6** INTERPRETACION GRAFICA DE LA LONGITUD DE ONDA

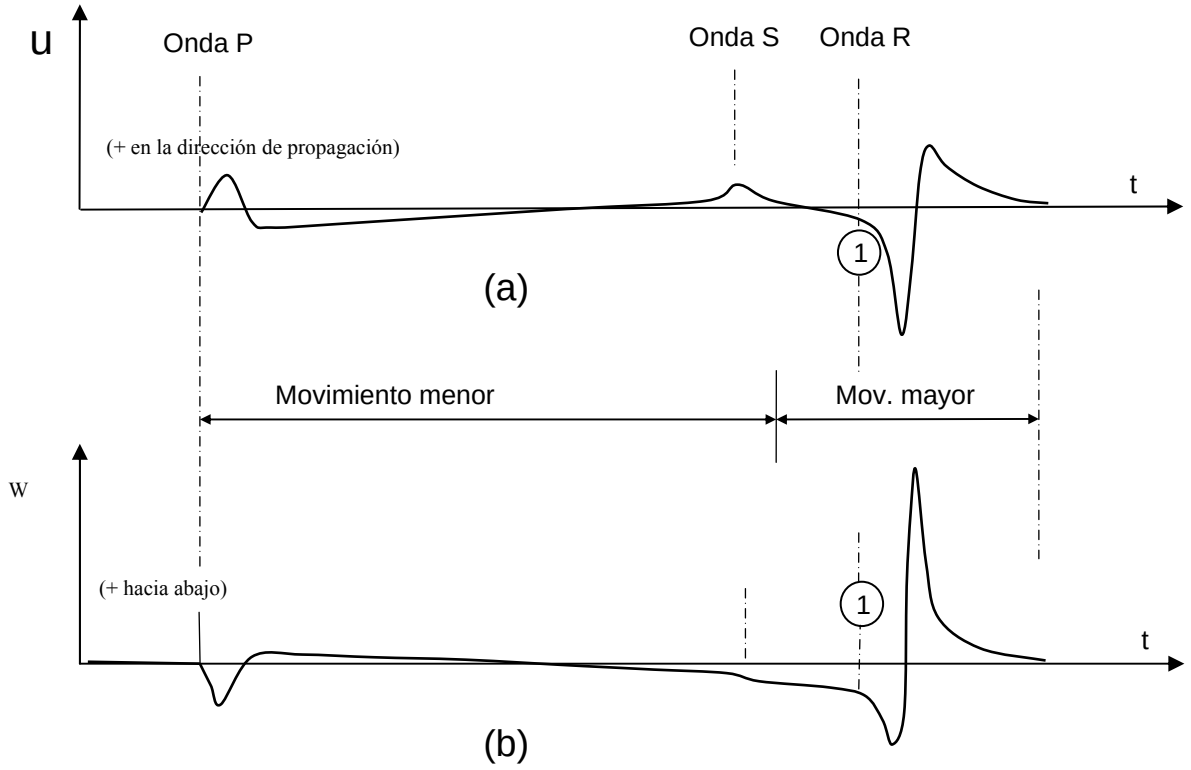



**FIGURA 4.7** SISTEMA DE ONDAS ORIGINADAS POR LA EXCITACIÓN EN UN PUNTO DE LA SUPERFICIE DE UN MEDIO IDEALIZADO (Ref. 1)

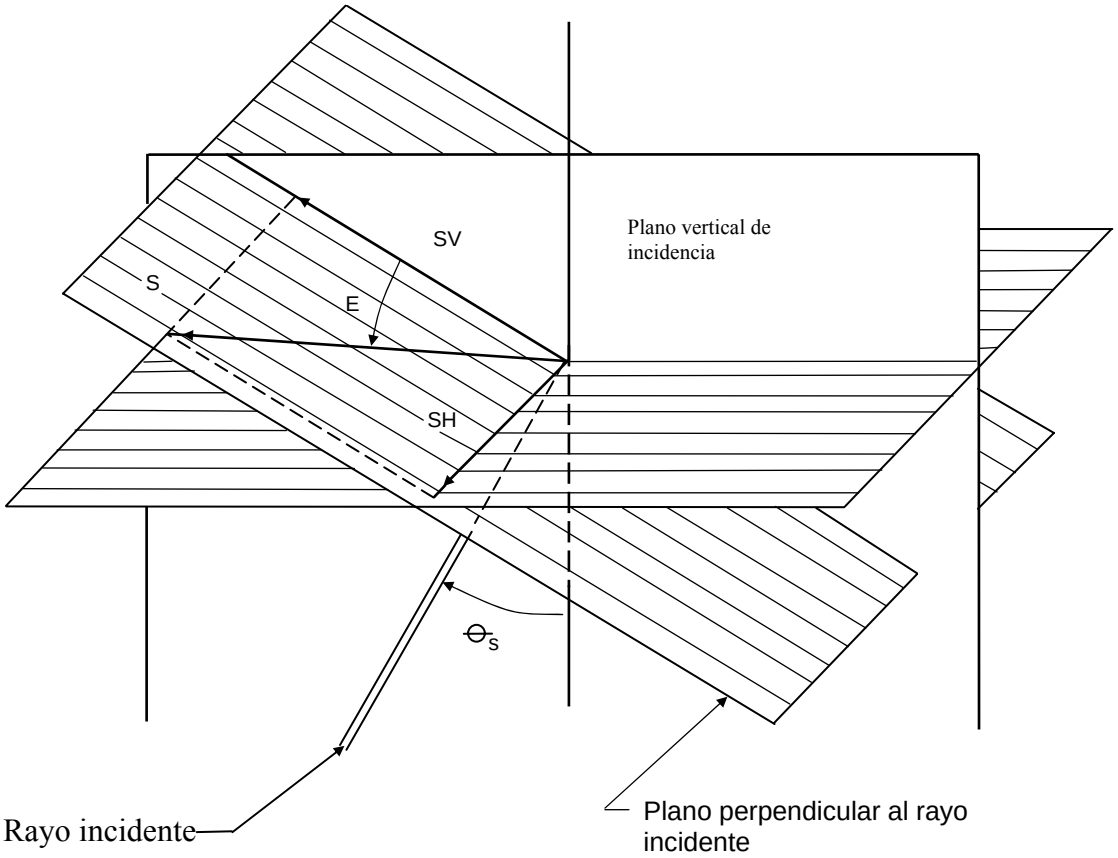



**FIGURA 4.8** COMPONENTES **SV** Y **SH** DE UNA ONDA CORTANTE **S** (Ref. 2)

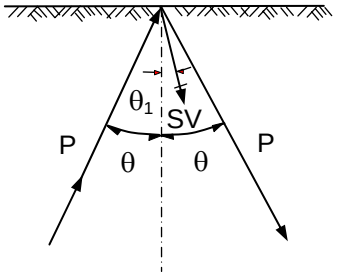



**FIGURA 4.9** REFLEXION EN LA SUPERFICIE DE UNA ONDA INCIDENTE **P**.

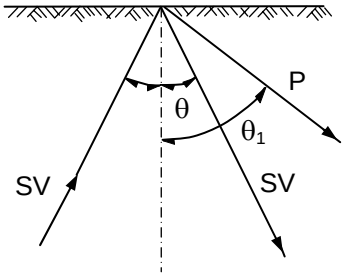



**FIGURA 4.10** REFLEXION DE UNA ONDA INCIDENTE **SV** EN UNA SUPERFICIE LIBRE.

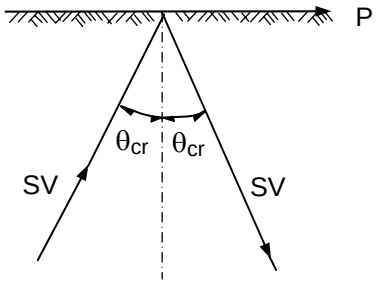



**FIGURA 4.11** REFLEXION HORIZONTAL DE UNA ONDA **P** CUANDO UNA ONDA **SV** INCIDE CON UN ANGULO CRITICO.

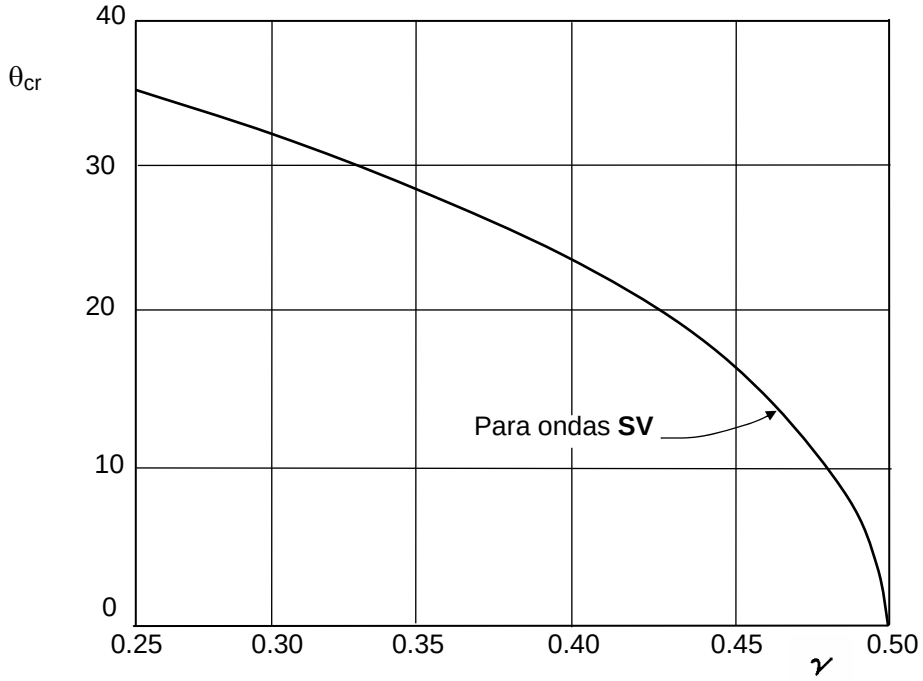



**FIGURA 4.12** ANGULO DE INCIDENCIA CRITICO PARA LAS ONDAS SV EN FUNCION DE LA RELACION DE POISSON $\nu$

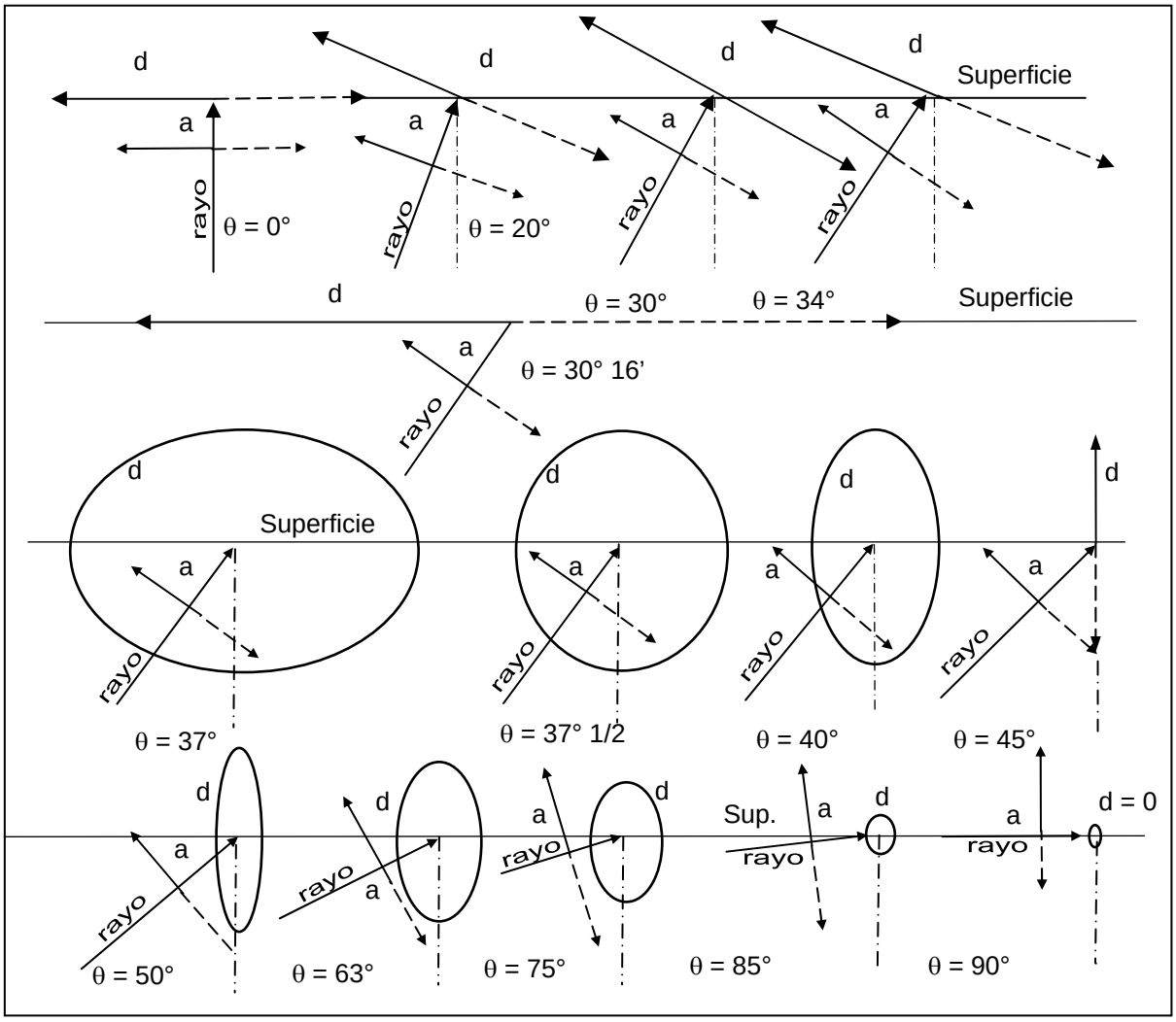



**FIGURA 4.13** DESPLAZAMIENTOS (AMPLITUD Y DIRECCION) DE UNA PARTICULA SUPERFICIAL PRODUCIDOS POR UNA ONDA SV QUE TIENE UN ANGULO DE INCIDENCIA $\theta$ (Ref. 2).

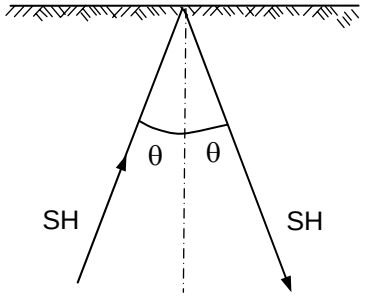
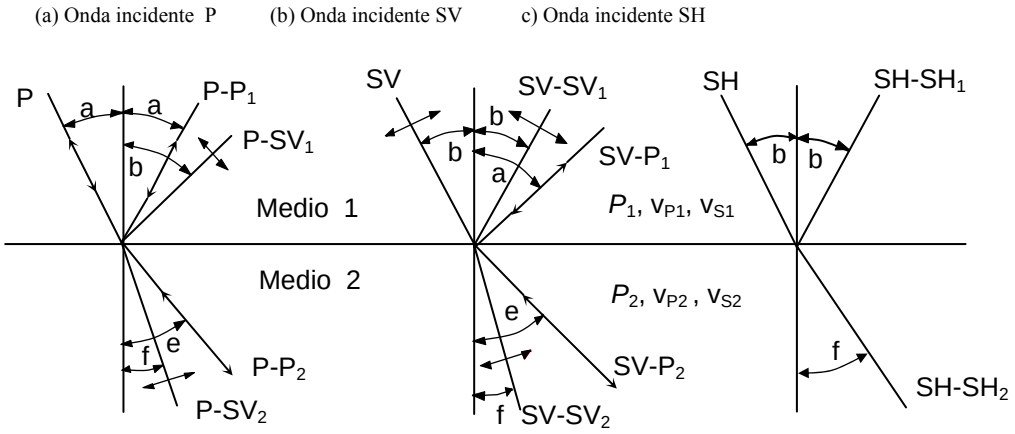



**FIGURA 4.14** INCIDENCIA Y REFLEXION DE UNA ONDA SH




$$\frac{\text{sen a}}{V_{P1}} = \frac{\text{sen b}}{V_{S1}} = \frac{\text{sen e}}{V_{P2}} = \frac{\text{sen f}}{V_{S2}}$$

**FIGURA 4.15** DISTRIBUCION DE ONDAS ELASTICAS EN LA INTERFASE DE DOS MEDIOS ELASTICOS

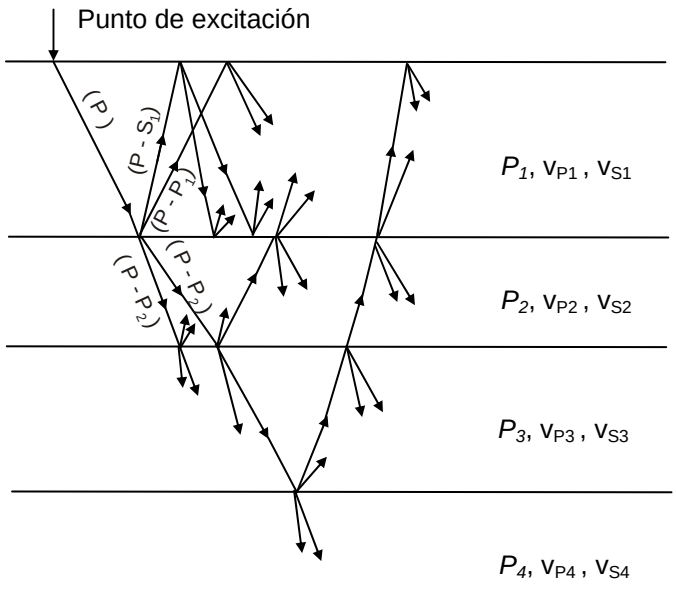



**FIGURA 4.16** REFLEXION Y REFRACCION MULTIPLE DE ONDAS EN UN SISTEMA ESTRATIFICADO (Ref. 1)

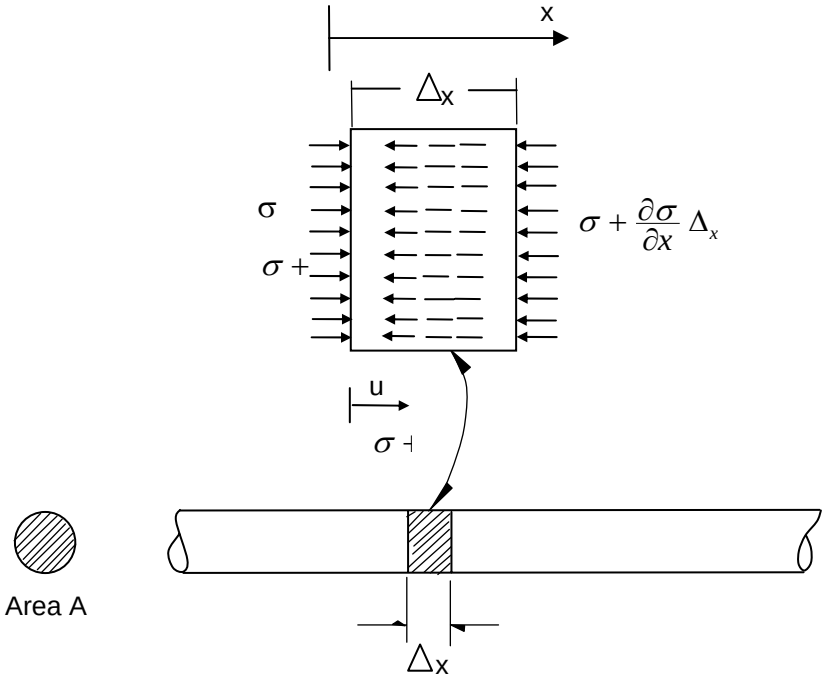



**FIGURA 4.17** FUERZAS ACTUANDO SOBRE UN ELEMENTO DE UNA BARRA CONTINUA

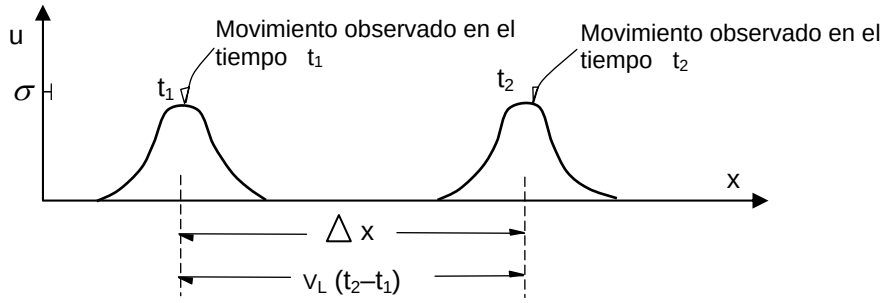



**FIGURA 4.18** DESPLAZAMIENTOS OBSERVADOS EN LOS TIEMPOS $t_1$ y $t_2$, PARA UNA FUNCION DEL TIPO SEÑALADO POR LA EC. 2 - 5

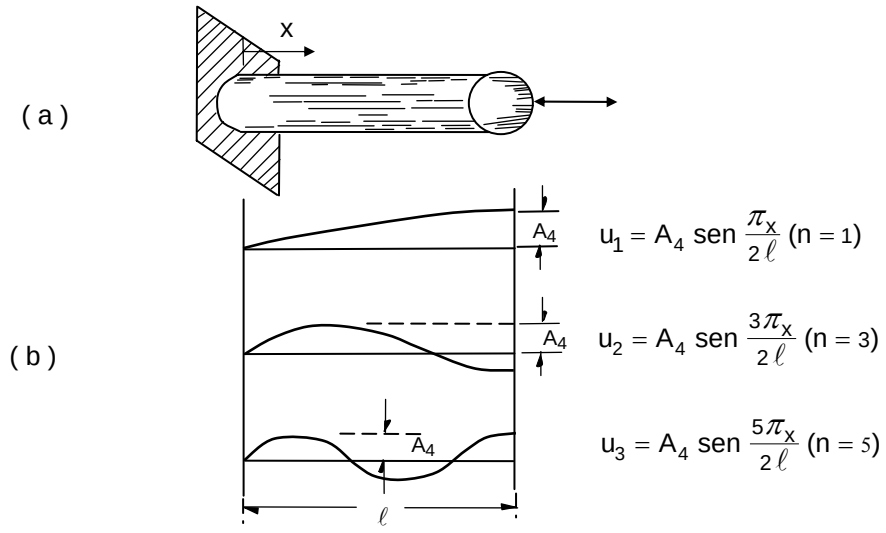



**FIGURA 4.19** PRIMEROS TRES MODOS NATURALES DE VIBRACION DE UNA BARRA CON UN EXTREMO FIJO Y EL OTRO LIBRE

# DISTRIBUCIÓN DE MÁXIMAS INTENSIDADES SÍSMICAS OBSERVADAS EN EL PERÚ

Jorge E. Alva Hurtado [1]
Jorge Meneses Loja [2]
Vladimiro Guzmán León [3]

## RESUMEN

Se presenta en este artículo la versión más reciente del mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú, preparado por la Universidad Nacional de Ingeniería como parte del Proyecto SISRA: Mitigación de Daños Causados por un Terremoto en la Región Andina. Este proyecto ha sido patrocinado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur, CERESIS.

En este trabajo se documenta la confección de dicho mapa, indicando la utilización de treinta isosistas de sismos peruanos y datos de intensidades puntuales de sismos históricos y de sismos recientes. El mapa elaborado representa los niveles de daños producidos por los terremotos, sin distinguir si tales daños se debieron a la vibración localizada del suelo, a la licuación de suelos, a deslizamientos u otros fenómenos locales. Se presentan en este artículo las referencias utilizadas para la confección del mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú y una versión del mismo a escala 1:5'000,000.

## INTRODUCCIÓN

La primera etapa del Proyecto SISRA (Mitigación de Daños Causados por un Terremoto en la Región Andina), patrocinado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur (CERESIS), consistió en recopilar y evaluar los datos históricos y geológicos referentes a la sismicidad andina y la información instrumental de eventos sísmicos, para estimar el peligro sísmico de la región. El compromiso mínimo del Grupo de Peligro Sísmico del Proyecto SISRA era confeccionar a nivel regional un mapa de Intensidades Máximas en la escala Mercalli Modificada. También se prepararían separadamente mapas de Distribución de Areas de Licuación de Suelos y de Deslizamientos Producidos por Sismos en la Región Andina. En este trabajo se presenta el mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú.

---

(1) Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.
(2) Ingeniero Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.
(3) Ingeniero Civil, ELECTROPERU S.A. Lima, Perú.

Ponencia presentada en el V Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Tacna, 12-18 Noviembre de 1984.

En este mapa se expresan las intensidades máximas por medio de curvas isosistas en la escala Mercalli Modificada, incluyendo eventos históricos de importancia ocurridos en el Perú hasta el 31 de Diciembre de 1981. La principal diferencia de la versión reciente del mapa de Intensidades Máximas con la versión anterior (Alva Hurtado y Torres Cabrejos, 1983) es la incorporación de tres mapas de isosistas de sismos históricos preparados por Silgado (1983) y la revisión actualizada de la información disponible. El mapa presentado para el Perú ha sido compatibilizado con los mapas de intensidades máximas de los países vecinos por el Coordinador Regional del Grupo de Peligro Sísmico del Proyecto SISRA, Ing. Juan Carlos Castano, del Instituto Nacional de Prevención Sísmica (INPRES) de la República Argentina.

## DOCUMENTACIÓN BÁSICA

Se recopiló y revisó la información disponible en la literatura (Alva Hurtado, 1981) sobre datos de intensidades sísmicas históricas y mapas de isosistas de sismos peruanos. La información más importante se presenta en las referencias de este trabajo.

La información existente de sismos históricos consistió principalmente en las descripciones de sismos publicadas por el Dr. Enrique Silgado en 1973, 1977, 1978 y 1983. También se contó con la información de sismos históricos del Dr. Leonidas Ocola del Instituto Geofísico del Perú, presentada en el Mapa Preliminar de Intensidades Máximas (Escala MSK) de 1471-1974, elaborado como parte del proyecto SISAN: Sismicidad de la Región Andina (Ocola, 1982).

De la información sísmica revisada se pudo determinar la existencia de treinta mapas de isosistas de sismos peruanos, con fechas de ocurrencia de 1619 a 1981. Estos mapas de isosistas se dibujaron en un mismo formato (Guzmán, 1983), consultando los trabajos originales para corregir algunos errores existentes en copias recientes. La Tabla 1 presenta una descripción de los mapas de isosistas utilizados.

Adicionalmente a la información sobre sismos históricos y mapas de isosistas, se obtuvieron datos puntuales de intensidades de sismos a partir de 1945 hasta el 31 de Diciembre de 1981. La información publicada por el Dr. Enrique Silgado cubre intensidades de sismos por localidades de 1945 a 1955 en los boletines Nos. 3, 7, 11 y 13 del Instituto Geológico del Perú; en los boletines Nos. 4 y 8 del Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros y en el Tomo 29 de la Sociedad Geológica del Perú (Silgado, 1946, 1947, 1948a, 1948b, 1952a, 1953 y 1957b). Durante dichos años el Dr. Silgado publicó para cada sismo importante las intensidades sísmicas determinadas en localidades cercanas al epicentro. Para sismos recientes se utilizó la información puntual de intensidades publicada por el Instituto Geofísico del Perú, así como toda otra información disponible que se documenta en las referencias.

## METODOLOGÍA UTILIZADA

La metodología utilizada consistió en compatibilizar los valores de intensidades sísmicas disponibles y superponer dichos valores en un mapa del Perú a escala 1:2'000,000 del Instituto Geográfico Nacional, en el que se indican coordenadas y localizaciones geográficas. En la compatibilización se transformaron escalas de intensidad sísmica a la escala Mercalli Modificada y se realizaron algunas modificaciones a los valores de intensidad, que se documentan en este trabajo.

En el mapa indicado se ubicaron en primer lugar los valores de intensidades por localidades, realizando previamente la transformación a escala Mercalli Modificada si fuera necesario, de acuerdo a la conversión indicada por el Ing. Juan Carlos Castano. Los treinta mapas de isosistas de sismos peruanos disponibles fueron convertidos a intensidades MM y redibujados en mapas a escala 1:2'000,000, modificando en algunos casos los valores de las intensidades siguiendo los criterios de Silgado (1977) y Ocola (1982) y las propias interpretaciones de los autores en los casos de discrepancia. Los mapas de isosistas modificados se superpusieron en el mapa en 1:2'000,000 que contenía los valores de intensidades por localidades. A este mapa se añadieron los valores extremos históricos de Ocola (1982). Finalmente, en base a la información anterior superpuesta en el mapa, se trazaron las curvas de intensidades máximas. Se procuró en todos los casos presentar líneas de contornos de intensidades máximas observadas en el Perú. Sin embargo, por tener algunos sismos valores extremos de carácter local o por contar para algunos sismos solamente con un valor máximo de intensidad, se consideró representar dichos valores separadamente en el mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú.

Con el objeto de documentar toda modificación realizada por los autores a los valores de intensidades publicadas, se presenta una lista que resume dichas modificaciones:

- Sismo de 1581. Se incorporó el valor extremo de intensidad de IX MM en Yanaoca, Cuzco (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 22 de Enero de 1582. Se incorporó el valor extremo de intensidad de X MM en Socabaya, Arequipa (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismos del 19 y 28 de Febrero de 1600. Se incorporaron los valores extremos de intensidad de XI MM en la zona del volcán Huaynaputina y de X MM en Omate (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 31 de Marzo de 1650. Se incorporaron valores máximos de intensidad de IX MM en Yaurisque, Oropesa y Paucartambo, en Cuzco (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 12 de Mayo de 1664. Se incorporó el valor extremo de intensidad de X MM en Ica (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo de 1747. Se incorporó el valor extremo de intensidad de VIII MM en Ayapata, Puno (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 13 de Agosto de 1868. Se incorporó el valor extremo de intensidad de XI MM en el cerro La Caldera en Yura, Arequipa (Silgado, 1983).

- Sismo del 24 de Julio de 1912. Se disminuyeron los valores de intensidades, hasta valores máximos de VIII MM y el epicentro se situó al oeste del mapa original (Silgado, 1977).

- Sismos del 6 de Agosto de 1913, 4 de Noviembre de 1913 y 2 de Diciembre de 1914. Se disminuyeron los valores de intensidades, hasta valores máximos de VIII MM (Silgado, 1977 y Ocola, 1982).

- Sismo del 14 de Mayo de 1928. Se disminuyó el valor de la máxima intensidad a IX MM en Chachapoyas. Se incorporó el valor extremo de intensidad de IX MM en el valle del río Chinchipe (Silgado, 1977 y Ocola, 1982).

- Sismo del 9 de Abril de 1928. Se incorporaron los valores de intensidades de VIII MM en Ayapata y de VII MM en Ituata, Macusani y Ollachea, en Puno (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 24 de Diciembre de 1937. Se incorporaron los valores de intensidades de IX MM en Chontabamba y de VIII MM en Huancabamba y Oxapampa, en Pasco (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 10 de Noviembre de 1946. Se incorporó el valor extremo de intensidad de XI MM en Quiches, Cerros Palta y Sillapata (Silgado, 1978 y Ocola, 1982).

- Sismo del 1 de Noviembre de 1947. Se incorporó el valor extremo de intensidad de X MM en Satipo (Ocola, 1982).

- Sismo del 21 de Mayo de 1950. Se incorporó el valor extremo de intensidad de VIII MM en Cuzco (Ocola, 1982).

- Sismo del 12 de Diciembre de 1953. Se incorporaron valores máximos de intensidades de VIII MM en Corrales, Tumbes (Silgado y De las Casas, 1971).

- Sismo del 19 de Junio de 1968. Se aumentaron los valores de intensidades máximas a X MM en Angaisha, Moyobamba (Kuroiwa y Deza, 1968).

- Sismo del 1 de Octubre de 1969. Se aumentó el valor de la máxima intensidad a XI MM en Huaytapallana, Junín (Ocola, 1982).

- Sismo del 31 de Mayo de 1970. Se aumentaron los valores de intensidades máximas a IX MM en Chimbote y Casma (Silgado, 1978).

- Sismo del 20 de Marzo de 1972. Se incorporó el valor extremo de intensidad de VIII MM en Juanjui (Perales y Agramonte, 1972 y Ocola, 1982).

El mapa presentado a escala 1:5'000,000 en este artículo fue dibujado teniendo como base el mapa original a escala 1:2'000,000, por lo que pueden haberse incorporado algunas imprecisiones en la localización de las curvas.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú presenta líneas de contorno de intensidades máximas y puntos representando valores extremos de carácter local o valores máximos de intensidades sísmicas cuyas isosistas no se conocen. Se recomienda continuar con el estudio de sismos históricos para incorporar en el futuro su distribución de intensidades en el mapa.

Existe suficiente información de intensidades sísmicas del pasado en la Costa, Sierra y Selva Alta del Perú para poder elaborar un mapa de distribución de intensidades. Sin embargo, dicha información es escasa en la zona de Selva Baja.

Además de la alta sismicidad existente en la Costa del Perú, se aprecia una gran actividad sísmica en la denominada Zona Subandina, localizada en la Selva Alta.

Existe alguna similitud entre el mapa presentado y el mapa de Zonificación Sísmica del Perú de las Normas de Diseño Sismo-Resistente en vigencia (RNC, 1977). La zona 3 (sismicidad baja) coincide con la zona de intensidades menores que IV MM en el mapa. Como se indicó anteriormente, existe una gran escasez de información en esta área. La zona 2 (sismicidad media) se asemeja a la zona de intensidad V MM, aún cuando existen diferencias en los departamentos de Huancavelica, Ayacucho, Cuzco y Puno. El mapa presentado indica en dichas zonas mayor sismicidad. La zona 1 (sismicidad alta) está representada en el mapa presentado por áreas de intensidad mayor que VI MM. Esta zona presenta un gran rango de valores de intensidad, por lo que podría subdividirse.
En base a la información presentada, se concluye que es recomendable actualizar el mapa de Zonificación Sísmica del Perú existente en las Normas de Diseño Sismo-Resistente vigentes.

Se recomienda a las instituciones encargadas, la continuación de la toma sistemática de datos de intensidades sísmicas en todo el Perú, así como se recomienda el estudio de sismos históricos para determinar la distribución de intensidades que puedan ser incorporadas al trabajo presentado.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece a los Drs. Enrique Silgado y Leonidas Ocola por haber puesto a disposición de los autores las publicaciones relevantes. Igualmente se agradece el apoyo brindado a este Proyecto por el Ing. Alberto Giesecke, Director del Centro Regional de Sismología para América del Sur. Se agradece a los Ings. Edgar Arévalo, Abel Ordoñez y Luis Chang, ex-alumnos del primer autor por su colaboración en la búsqueda de la información pertinente; de igual manera se agradece a la Srta. Elizabeth Zegarra por el paciente mecanografiado.

## REFERENCIAS

Alva Hurtado, J.E. (1981) "Bibliografía sobre los Terremotos Peruanos: Aspectos Ingenieriles", Revista el Ingeniero Civil, Año 3, No. 15, pp. 50-55.

Alva Hurtado, J.E. y Torres Cabrejos, R. (1983), "Mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas en el Perú", Revista TECNIA de la Universidad Nacional de Ingeniería, Vol. 2, No. 2, pp. 33-36.

Arrigoni, H. (1928), Mapa aparecido en el diario El Comercio el 18 de Mayo de 1928 por H. Arrigoni, Cartógrafo de la Sociedad Geográfica de Lima.

Deza, E. (1971), "The Pariahuanca Earthquakes Huancayo, Peru: July-October 1969", Recent Crustal Movements, Royal Society of New Zealand, Bulletin 9, pp. 77-83.

Espejo, G. (1974), "Evaluación de Intensidades y Efectos Geológicos Asociados con el Terremoto del 3 de Octubre de 1974 en la zona de Pisco-Yauca", Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

Espinosa, A.F., Husid, R., Algermissen, S.T. y De las Casas, J. (1977), "The Lima Earthquake of October 3, 1974: Intensity Distribution", Bulletin of the Seismological Society of América, Vol. 67, No. 5, pp. 1429-1439.

Giesecke. A., Ocola, L. y Silgado, E. (1980), "El Terremoto de Lima del 3 de Octubre de 1974", Informe preparado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur a UNESCO, Contrato SC/RP-601.013.

Guzmán, V. (1983), "El Riesgo Sísmico en Proyectos de Ingeniería Civil", Tesis de Grado, Programa Académico de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

Hansen, W. (1968), "Earthquake Activity Near the Tarapoto Rio Nieva Highway", Woodward-Clyde and Associates, Report to ENKAY S.A.

Herrera Cano, J. y Giuliani, H. (1975), "El Terremoto de Lima (Perú) del 3 de Octubre de 1974 - Espectro de la Componente N 82°W del Acelerograma", Informe preparado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur a UNESCO, Contrato SC/RP - 601.013.

Huaco, P., Lescano, W., Bueno, A., Vásquez, M. y Chávez, J. (1974), "Evaluación de Intensidades, Sismo del 3 de Octubre de 1974 en la zona de Lima-Río Pisco", Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

Huaco, D., Rodríguez, A. y Rodríguez, L., "Sismicidad de Arequipa", Informe Inédito, Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

IGP (1974), "Boletín del Instituto Geofísico del Perú del Sismo del 3 de Octubre de 1974", Instituto Geofísico del Perú, 18 de Octubre de 1974.

Kuroiwa, J. y Deza, E. (1968), "Daños Causados en Moyobamba por el Sismo del 19 de Junio de 1968", Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

Ministerio de Agricultura y Alimentación (1978), "Desarrollo Integral de los Recursos Hídricos de Tacna y Moquegua", Vol. IV, Estudios Básicos Generales, Apéndice 6, Sismología, Oficina de Estudios, Estudios Integral de las Cuencas de Tacna y Moquegua, Diciembre.

Ocola, L. (1981), "Actividad Sísmica en la zona de Ayacucho y Programa de Estudios", Dirección de Investigación Científica y Geofísica Aplicada, Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

Ocola, L. (1982), "Mapa Preliminar Intensidades Máximas (MSK) 1471-1974", Proyecto SISAN, Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

Orihuela, P. (1981), "Influencia de las Condiciones Locales en el Sismo de Arequipa 16.02.79", Tesis de Grado, Programa Académico de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

Perales, F. y Agramonte, J. (1972), "Reconocimiento Geotécnico entre Juanjuí y Moyobamba con motivo del Sismo del 20 de Marzo de 1972", Servicio de Geología y Minería, Lima, Perú.

RNC (1977), "Reglamento Nacional de Construcciones - Normas de Diseño Sismo-Resistente", Ministerio de Vivienda y Construcción, Oficina de Investigación y Normalización Coordinadora, Lima, Perú.

Shikiya, J. y Alemán, H. (1974), "Evaluación de Intensidades y Daños producidos por el Sismo del 3 de Octubre de 1974 en la Zona de San Juan", Institu to Geofísico del Perú, Lima, Perú.

Sieberg, A. (1930), "Los Terremotos en el Perú", Capítulo VI, Geología del Perú de G. Steinmann, Heidelberg Carl Winster Universitat-Shuchhan-Lunc, p. 406.

Silgado, E. (1946), "Datos Sismológicos del Perú", Boletín No. 3, Instituto Geológico del Perú, Lima, Perú.

Silgado, E. (1947), "Datos Sismológicos del Perú-1946", Boletín No. 7, Instituto Geológico del Perú, Lima, Perú.

Silgado, E. (1948a), "Datos Sismológicos del Perú-1947", Boletín No. 11, Instituto Geológico del Perú, Lima, Perú.

Silgado, E. (1948b), "Datos Sismológicos del Perú-1948", Boletín No. 13, Instituto Geológico del Perú, Lima, Perú.

Silgado, E. (1951), "The Ancash Earthquake of November 10, 1946", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 41, No. 2, pp. 83-99.

Silgado, E. (1952a), "Estadística Sísmica del Perú, 1949-1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima, Perú, pp. 7-26.

Silgado, E. (1952b), "El Sismo del 9 de Diciembre de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima, Perú, pp. 47-51.

Silgado, E. (1953), "Datos Sismológicos del Perú-1951", Boletín No. 8, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima, Perú.

Silgado, E. (1957a), "El Movimiento Sísmico del 12 de Diciembre de 1953", Anales del Primer Congreso Nacional de Geología, Sociedad Geológica del Perú, Lima, Perú, Parte II, Tomo 32, pp. 225-238.

Silgado, E. (1957b), "Datos Sismológicos del Perú 1952-1955", Boletín de la Sociedad Geológica del Perú, Lima, Perú, Tomo XXIX.

Silgado, E. (1973), "Historia de los Sismos más Notables Ocurridos en el Perú (1513-1970)", Geofísica Panamericana, Vol. 2, No.1, pp. 179-243.

Silgado, E. (1977), "Datos Macrosísmicos de Terremotos Ocurridos en Territorio Peruano 1912-1974. Mapas de Isosistas y Apreciaciones", Centro Regional de Sismología para América del Sur, Lima, Perú.

Silgado, E. (1978), "Historia de los Sismos más Notables Ocurridos en el Perú (1513-1974)", Instituto de Geología y Minería, Boletín No. 3, Serie C, Geodinámica e Ingeniería Geológica, Lima, Perú.

Silgado, E. (1983), "Isosistas de los Sismos del 14 de Febrero de 1619, 28 de Octubre de 1746 y el 13 de Agosto de 1868", Comunicación Personal.

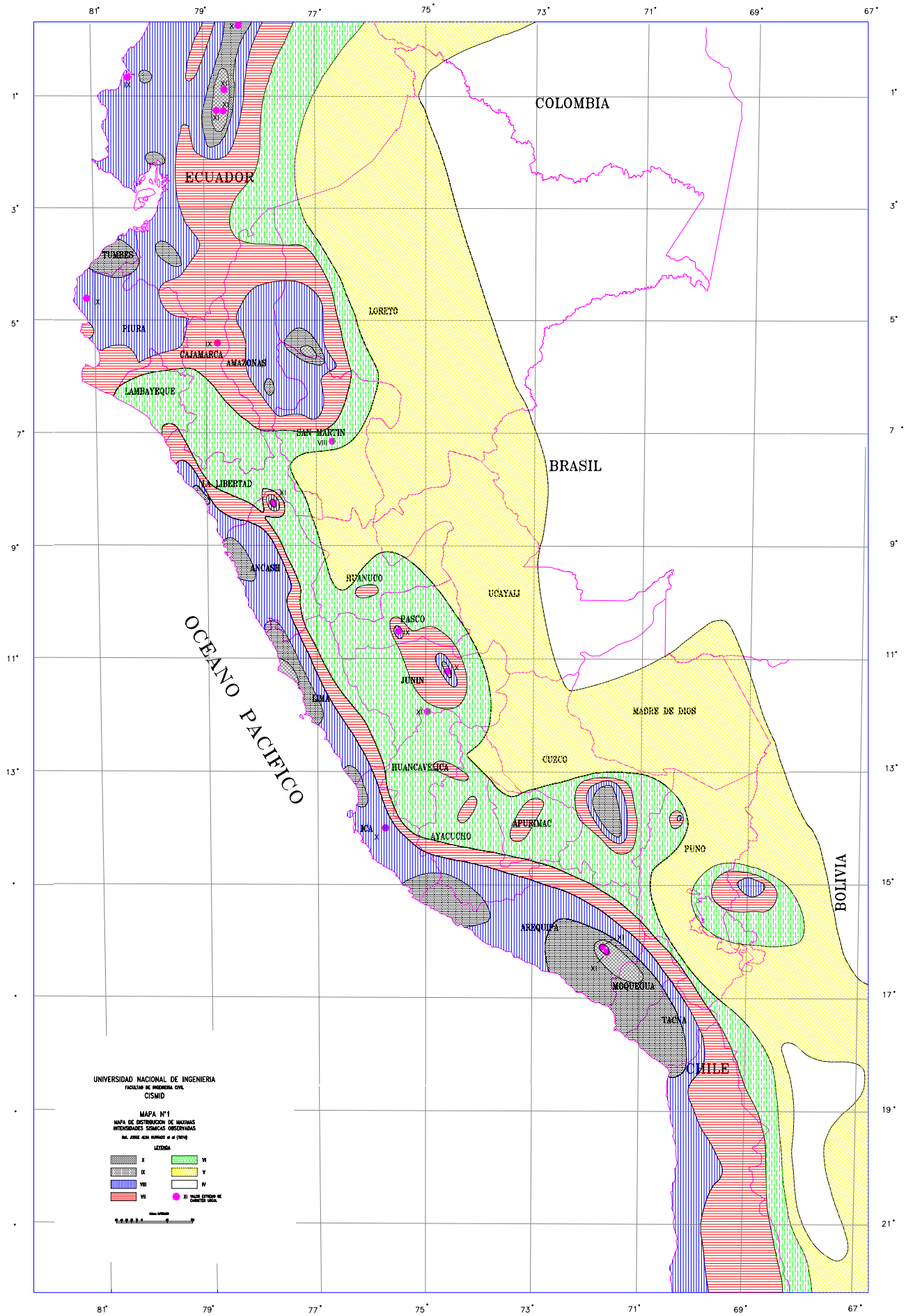
Silgado, E., Fernández-Concha, J. y Ericksen, G.E. (1952), "El Terremoto del Cuzco del 21 de Mayo de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima, Perú, pp. 27-46.

Silgado, E. y De las Casas, J. (1971), "Seismological Report on Chira Piura Project", Submitted to Energoprojekt, Lima, Perú.

Umlauff, A.F. (1915), "La Región Sísmica de Caravelí", Boletín de la Sociedad Geográfica de Lima, Tomo XXXI, Segundo Trimestre, Lima, Perú.

# TABLA 1 DESCRIPCIÓN DE LOS MAPAS DE ISOSISTAS EN EL PERÚ

| NOMBRE DEL SISMO O LOCALIDAD | FECHA | | | ESCALA INTENSIDADES | MAX. IMM UTILIZADA | MAGNITUD | PROFUNDIDAD (Km) | REFERENCIA MAPA ISOSISTAS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Trujillo | 14 | Febrero | 1619 | Mercalli Modificada | IX | | | Silgado (1983) |
| Lima | 28 | Octubre | 1746 | Mercalli Modificada | X | | | Silgado (1983) |
| Arica | 13 | Agosto | 1868 | Mercalli Modificada | XI | | | Silgado (1983) |
| Piura | 24 | Julio | 1912 | Mercalli-Sieberg | VIII | | | Sieberg (1930) |
| Caravelí | 6 | Agosto | 1913 | Rossi-Forel | VIII | MS = 7.8 | | Umlauff (1915) |
| Aimaraes | 4 | Noviembre | 1913 | Rossi-Forel | VIII | | | Umlauff (1915) |
| Parinacochas | 2 | Diciembre | 1914 | Rossi-Forel | VIII | | | Umlauff (1915) |
| Chachapoyas | 14 | Mayo | 1928 | Rossi-Forel | IX | MS = 7.3 | | Arrigoni (1928) |
| Lima | 24 | Mayo | 1940 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 8.0 | 60 | Silgado (1978) |
| Nazca | 24 | Agosto | 1942 | Mercalli Modificada | IX | MS = 8.1 | 60 | Silgado (1973) |
| Moyobamba | 6 | Agosto | 1945 | Mercalli Modificada | VII | | | Silgado (1946) |
| Ancash | 10 | Noviembre | 1946 | Mercalli Modificada | XI | MS = 7.3 | | Silgado (1951) |
| Satipo | 1 | Noviembre | 1947 | Mercalli Modificada | X | MS = 7.3 | | Silgado (1948) |
| Cañete | 28 | Mayo | 1948 | Mercalli Modificada | VII | MS = 7.0 | 60 | Silgado (1977) |
| Cuzco | 21 | Mayo | 1950 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 6.0 | | Silgado, Fernández-Concha y Ericksen (1952) |
| Ica | 10 | Diciembre | 1950 | Mercalli Modificada | VII | MS = 7.0 | 80 | Silgado (1952b) |
| Tumbes | 12 | Diciembre | 1953 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 7.8 | | Silgado (1957a, 1977), Silgado y De Las Casas (1971). |
| Arequipa | 15 | Enero | 1958 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 7.0 | 100 | Ministerio de Agricultura (1978), Huaco et al. |
| Arequipa | 13 | Enero | 1960 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 7.5 | 200 | Ministerio de Agricultura (1978), Huaco et al. |
| Lima | 17 | Octubre | 1966 | Mercalli Modificada | VIII | mb = 6.3 | 38 | Silgado (1977) |
| Moyobamba | 19 | Junio | 1968 | Mercalli Modificada | X | MS = 6.9<br>mb = 6.4 | 33 | Hansen (1968), Kuroiwa y Deza (1968) |
| Pariahuanca | 1 | Octubre | 1969 | Mercalli Modificada | XI | MS = 6.2<br>mb = 5.9 | 43 | Deza (1971) |
| Chimbote | 31 | Mayo | 1970 | Mercalli Modificada | IX | MS = 7.8<br>mb = 6.6 | 48 | Silgado (1977) |
| Tumbes | 10 | Diciembre | 1970 | Mercalli Modificada | IX | MS = 7.6<br>mb = 6.3 | 15 | Silgado (1978) |
| Lima | 3 | Octubre | 1974 | Mercalli Modificada | VIII | MS = 7.5<br>mb = 6.2 | 9 | IGP (1974), Herrera y Guiliani (1975), Giesecke et al (1980), Huaco et al (1974), Espejo (1974), Shikiya y Alemán (1974), Espinosa et al (1977). |
| Arequipa | 16 | Febrero | 1979 | Medvedev-Sponheuer-Karnik (MSK) | VII | MS = 6.9<br>mb = 6.2 | | Orihuela (1981) |
| Cusco | 3 | Junio | 1980 | Medvedev-Sponheuer-Karnik (MSK) | VII | mb = 4.9 | 20 | Ocola (1981) |
| Ayacucho | 10 | Noviembre | 1980 | Medvedev-Sponheuer-Karnik (MSK) | VII | mb = 4.9 | 48 | Ocola (1981) |
| Ayacucho | 18 | Abril | 1981 | Medvedev-Sponheuer-Karnik (MSK) | VII | mb = 5.5 | 40 | Ocola (1981) |


81°
79°
77°
75°
73°
71°
69°
67°
1°
3°
5°
7°
9°
11°
13°
15°
17°
19°
21°
COLOMBIA
ECUADOR
BRASIL
BOLIVIA
CHILE
OCEANO PACIFICO
TUMBES
PIURA
LAMBAYEQUE
CAJAMARCA
AMAZONAS
LORETO
SAN MARTIN
LA LIBERTAD
ANCASH
HUANUCO
UCAYALI
PASCO
JUNIN
LIMA
HUANCAVELICA
ICA
AYACUCHO
APURIMAC
CUZCO
MADRE DE DIOS
PUNO
AREQUIPA
MOQUEGUA
TACNA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL
CISMID
MAPA N°1
MAPA DE DISTRIBUCION DE MAXIMAS INTENSIDADES SISMICAS OBSERVADAS
LEYENDA
X
IX
VIII
VII
VI
V
IV
XI VALOR EXTREMO DE CARACTER LOCAL

# BREVE HISTORIA DEL FENÓMENO DE LICUACIÓN DE SUELOS EN EL PERÚ

Dr. Ing. Jorge E. Alva Hurtado [1]

## RESUMEN

Se presenta la información disponible sobre el fenómeno de licuación de suelos en el Perú debido a la acción sísmica y su representación en un mapa de áreas de licuación de suelos. Este trabajo ha sido elaborado como parte del proyecto SISRA (Sismicidad de la Región Andina), patrocinado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur, CERESIS. El objetivo del Grupo de Evaluación del Peligro Sísmico de dicho proyecto era confeccionar mapas de intensidades máximas en la escala Mercalli Modificada, de licuación de suelos y de deslizamientos producidos por sismos en la región andina. En este artículo se presenta el mapa de licuación de suelos para el Perú.

El mapa de áreas de licuación de suelos está dibujado a la escala 1:5'000,000 y presenta distinciones entre casos de licuación seguros y probables, de acuerdo a la interpretación de la información disponible en la literatura. Toda la documentación que presenta evidencias del fenómeno de licuación, tales como la formación de pequeños volcanes de barro y arena, la expulsión violenta de agua del suelo, la presencia de intenso agrietamiento y los asentamientos diferenciales debido a la acción sísmica, ha sido detallada en este artículo.

## INTRODUCCIÓN

El Grupo de Evaluación del Peligro Sísmico del Proyecto SISRA (Sismicidad de la Región Andina), patrocinado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur (CERESIS), se fijó como objetivo obtener un producto final que expresara de alguna manera niveles relativos del peligro sísmico y que fuera homogéneo para la región andina. Se tomó en cuenta el desarrollo alcanzado en cada país en esta clase de estudios y el tiempo disponible para ejecutar el trabajo. El resultado final en común con los países andinos consistió en confeccionar mapas regionales a partir de los antecedentes históricos, graficando intensidades máximas, áreas de licuación de suelos y zonas de deslizamiento asociadas a terremotos.

---

(1) Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.

Ponencia presentada en el V Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, Setiembre de 1983.

El mapa de intensidades máximas en la escala Mercalli Modificada para el Perú, que representa los niveles de daños alcanzados sin distinguir si tales daños se debieron a la vibración del suelo, licuación o deslizamientos, ha sido presentado por Alva Hurtado y Torres Cabrejos (1983). El mapa de áreas de licuación de suelos presentado en este artículo se realizó para completar la información condensada en el mapa de intensidades máximas, con la correspondiente al fenómeno de licuación de suelos ocasionado por terremotos y documentar la ocurrencia del fenómeno de licuación en el Perú.

## DOCUMENTACIÓN BÁSICA

Se estudió detalladamente la información disponible sobre sismos peruanos (Alva Hurtado, 1981), recopilando la información histórica y del presente siglo referente al fenómeno de licuación de suelos. Se trató de encontrar evidencias sobre este fenómeno, tales como la formación de pequeños volcanes de barro y arena, la expulsión violenta de agua del suelo, la presencia de intenso agrietamiento del terreno, los asentamientos diferenciales, la pérdida de capacidad portante y el hundimiento de estructuras, la pérdida de resistencia de taludes y terraplenes y la pérdida de resistencia lateral de pilotes y caissones durante los terremotos. La literatura sobre sismos peruanos que señala la ocurrencia del fenómeno de licuación de suelos se presenta en la lista de referencias.

Se distinguió entre casos de licuación de suelos seguros y probables. La distinción la realizó el autor, en base a la literatura existente. Los casos probables son por lo general aquellos asociados a sismos históricos y a sismos recientes, en los que la descripción del fenómeno de licuación de suelos no era muy detallada. En el mapa de áreas de licuación de suelos se incluye el nombre de la localidad y el año en que se produjo el fenómeno, así como la red hidrográfica nacional.

## BREVE HISTORIA DEL FENÓMENO DE LICUACIÓN

**22 de Enero de 1582**
Silgado (1978), basado en la obra de Fray Víctor Barriga, "Los Terremotos de Arequipa", indica un terremoto que dejó en ruinas a la ciudad de Arequipa. Después del mismo toda la ciudad quedó anegada por la mucha agua que corrió por sus calles, probablemente debido al asentamiento y compresión de la napa freática. En la costa se sumergió un arroyo de agua que entraba al Puerto de Islay. También se referencia este fenómeno en la Historia del Perú del Padre Rubén Vargas Ugarte, S.J. La máxima intensidad de este sismo fue de X MM.

**14 de Febrero de 1619**
Terremoto en el norte del Perú, que arruinó los edificios de Trujillo. Silgado (1978) refiere la crónica del Padre Calancha que indica que se agrietó la tierra en varias partes, de las cuales surgió un lodo negruzco. Además Feijoo decía que el “material viscoso y pestilente expelido envuelto en agua gredosa de que se formaron ríos que corrieron por las campiñas de la Villa del

Santa, el de Barranca y otros, tiñeron sus corrientes con tal maligna inundación". De los relatos se desprende que hubo otros efectos en las vertientes, en algunos lechos secos de ríos apareció agua, mientras que en otros riachuelos el agua dejó de correr. La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM.

**31 de Marzo de 1650**

Terremoto en el Cuzco que derribó todos los templos y la mayor parte de las edificaciones. Según Silgado (1978), la tierra se agrietó en varios lugares, observándose disturbios en el nivel freático de las aguas de escorrentía cerca del pueblo de Oropesa. La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM.

**12 de Mayo de 1664**

Terremoto en Ica. Silgado (1978) refiere el relato del cura de la Iglesia Parroquial de San Jerónimo, Licenciado Cristóbal Rodríguez Alvarez: "otra vez abrióse la tierra por muchas partes, en los montes y campos se desunía la tierra formando abras y horribles profundidades que parecían bocas para tragarnos. Corrió el río en más de seis riegos de agua, rebosaron algunos pozos de la ciudad, arrancándose de raíz muchos y grandísimos árboles, sauces y espinos". La máxima intensidad de este sismo fue de X MM.

**10 de Febrero de 1716**

Terremoto en Pisco que La Barbinais relata: "al cuarto de hora tembló de nuevo la tierra, que abriéndose en algunos lugares, expelió chorros de polvo y agua con ruido pavoroso" (Silgado, 1978). La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM.

**28 de Octubre de 1746**

Terremoto en Lima y tsunami en el Callao. Bachmann (1935) indica que "en la quebrada mineral del río Viseca, de la Provincia de Lucanas, se abrió la tierra y salieron sabandijas; reventando también un volcán de agua caliente que lo inundó todo. En las Misiones de Cajamarquilla de los Franciscanos, en Pataz, reventaron dos volcanes de cieno y lodo". La máxima intensidad de este sismo fue de X MM.

**1747**

Toribio Polo en su "Sinopsis de los Temblores y Volcanes del Perú" señala que en dicho año ocurrió un fuerte sismo, que por haberse producido en una región apartada de Puno no se pudo obtener fecha. Se sabe que ocasionó grandes destrozos en Ayapata, provincia de Carabaya; agua cenagosa brotó de la tierra y pereció mucha gente (Silgado, 1978). La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM.

**30 de Marzo de 1813**

Silgado (1978) refiere un terremoto en Ica que destruyó casas y templos, muriendo 32 personas. Se formaron grandes grietas en el cauce del río, del cual surgió gran cantidad de lodo. La máxima intensidad de este sismo fue de VII MM.

**20 de Agosto de 1857**

Silgado (1978) indica un fuerte sismo en Piura que destruyó muchos edificios. Se abrió la tierra, de la cual emanaron aguas negras. Daños menores en el puerto de Paita. La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM.

**13 de Agosto de 1868**

Terremoto acompañado de tsunami en Arica. Silgado (1978) refiere el relato de Toribio Polo: "Agrietamientos del suelo se observaron en varios lugares, especialmente en Arica, de los que brotó agua cenagosa". Bachmann (1935) reporta que en Sama y Locumba se perdió gran parte de las cosechas y la tierra se abrió a trechos en hondas grietas que vomitaban agua cenagosa. La máxima intensidad de este sismo fue de XI MM.

**24 de Julio de 1912**

Terremoto en Piura y Huancabamba. En el cauce seco del río Piura se formaron grietas con surgencia de agua, otros daños afectaron el terraplén del ferrocarril. En el puerto de Paita se produjeron agrietamientos del suelo (Silgado, 1978). La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM.

**24 de Diciembre de 1937**

Terremoto en las vertientes orientales de la Cordillera Central. Afectó los pueblos de Huancabamba y Oxapampa. Silgado (1978) indica que en el Fundo Victoria se abrió una grieta de la que emanó abundante cantidad de agua que arrasó corpulentos árboles, aumentando el caudal del río Chorobamba. La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM y la magnitud fue de Ms = 6.3.

**24 de Mayo de 1940**

Terremoto en la ciudad de Lima y poblaciones cercanas. Valencia (1940) reporta que en el Callao quedaron efectos del sismo, sobretodo en terrenos formados por relleno hidráulico. En estas zonas el terreno se agrietó y brotó a la superficie masas de lodo semilíquido. Las grietas del terreno atravezaron algunas construcciones. La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM y su magnitud fue de Ms = 8.0.

**6 de Agosto de 1945**

Fuerte temblor en la ciudad de Moyobamba y alrededores. De acuerdo a Silgado (1946), se formaron algunas grietas en la quebrada de Shango. Posteriormente, el temblor del día 8 produjo nuevas grietas vecinas a las primeras, una de ellas semicircular de 15 m. de diámetro y 4 cm. de separación, de las cuales emanaron aguas cargadas de limo durante dos días. Las grietas se presentaron también en los bordes de los barrancos en Tahuisco, cerca del río Mayo y en la quebrada Azungue. A unos cinco km. de los baños sulfurosos y a diez km. de la ciudad se había producido la aparición de nuevos manantiales. La máxima intensidad de este sismo fue de VII MM.

**28 de Mayo de 1948**

Fuerte sismo destructor en Cañete. En las inmediaciones del lugar denominado Calavera se produjeron varios deslizamientos en terrenos pantanosos. En las faldas del Cerro Candela se formaron grietas, observándose en el lugar pequeños derrumbes debido a la saturación del terreno (Silgado, 1978). La máxima intensidad de este sismo fue de VII MM y su magnitud fue de Ms = 7.0.

**21 de Mayo de 1950**

Terremoto en la ciudad del Cuzco. Silgado, Fernández-Concha y Ericksen (1952) notaron en el lado sur del Valle, al sureste del pueblo de San Sebastián, una zona de extensa fisuración. También observaron dos pequeñas fracturas en una zona pantanosa situada a 300 m. al sur de San Sebastián, de las cuales surgió agua y arena durante el terremoto. Los hoyos producidos por la eyección tenían cerca de 2 m. de diámetro y la arena alrededor de la fractura un espesor de 1 a 2 cm. Durante el movimiento sísmico estas fracturas y otras producidas a lo largo del cerro, vertieron chorros de agua que alcanzaron 1 a 2 m. de altura. El nivel de la napa freática se levantó en el lado sur del Valle. Areas que habían estado casi secas antes del terremoto, aparecieron cubiertas con 10 a 40 cm. de agua, semana y media después del sismo. El agua en un pozo de la Hacienda San Antonio subió a 1.80 m. por encima de su nivel normal, después del terremoto. La máxima intensidad de este sismo fue de VII MM y su magnitud fue de Ms = 6.0.

**9 de Diciembre de 1950**

Fuerte temblor en Ica. En el Fundo La Vela se produjeron algunas pequeñas grietas en el terreno de sembrío, de los cuales se dice, salió agua hasta unas horas después del sismo (Silgado, 1951). La máxima intensidad del sismo fue de VII MM y su magnitud de Ms = 7.0.

**12 de Diciembre de 1953**

Un fuerte y prolongado movimiento sísmico afectó la parte noroeste del Perú y parte del territorio ecuatoriano. Silgado (1957) indicó que se produjeron grietas largas en los terrenos húmedos. Se apreciaron eyecciones de lodo en la quebrada de Bocapán, en los esteros de Puerto Pizarro y en otros lugares. En Bocapán, que había estado seco antes del movimiento, corrió momentáneamente agua a causa de los surtidores. En Puerto Pizarro se originaron chorros de agua de 60 cm. de altura y grietas. La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de Ms = 7.8.

**15 de Enero de 1958**

Terremoto en Arequipa. Silgado (1978) indicó agrietamiento del terreno cerca de la zona de Camaná, con eyección de aguas negras. La máxima intensidad del sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de Ms = 7.0.

**17 de Octubre de 1966**

La ciudad de Lima fue estremecida por un sismo. En la Hacienda San Nicolás, a 156 km. al norte de Lima, aparecieron numerosas grietas y de varias de ellas surgió agua de color amarillo (Silgado, 1978). La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de mb = 6.3.

**19 de Junio de 1968**

Terremoto en Moyobamba. Kuroiwa y Deza (1968) describieron agrietamientos del suelo, surgimiento de arena y agua por las grietas y grandes deslizamientos de tierra en la región epicentral. Los fenómenos de agrietamientos y surgimiento de agua fueron los más numerosos, especialmente a lo largo de las márgenes del río Mayo. Martínez Vargas (1969) presentó vistas del afloramiento de arenas en forma de conitos de 10 a 20 cm. de diámetro producidos por el fenómeno de licuación en la terraza de Moyobamba. La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de Ms = 6.9.

**31 de Mayo de 1970**

Terremoto que afectó todo el departamento de Ancash y sur de La Libertad. Ericksen et al (1970) y Plafker et al (1971) indicaron que en Casma, Puerto Casma y en zonas cercanas al litoral en Chimbote, se produjo desplazamiento lateral del terreno causado por licuación de depósitos deltaicos y de playa, ocasionando grietas en el terreno que derrumbaron las estructuras que las cruzaron. Las áreas más extensas de volcanes de arenas se formaron a lo largo del río Casma, entre Casma y Puerto Casma. Los volcanes tenían un cráter central de unos cuantos centímetros a 1 m. de diámetro, cercados por un montículo de arena y limo de hasta 15 m. de diámetro. Se produjeron eyecciones de agua de un metro de altura. La zona central de Chimbote fue evidentemente un área de licuación de suelos, así como de compactación diferencial de la cimentación. El puente de Casma fue dañado por licuación de la cimentación de los estribos. En Chimbote y Casma y a lo largo de la Carretera Panamericana se notaron subsidencias superficiales producto de la licuación. La sección residencial de Puerto Casma mostró evidencias de asentamientos y eyección de agua. Cluff (1971) reportó fallas del terreno en Chimbote debido a depósitos de playa saturados y sueltos. En Casma se produjo compactación diferencial y desplazamiento lateral del terreno debido a licuación. Se produjeron inundaciones del terreno por agua freática, debido a la compactación diferencial. En muchas áreas se produjeron volcanes de arenas y eyección de agua por existir nivel freático alto. Berg y Husid (1973) indicaron evidencia de licuación de suelos en la cimentación del Colegio Mundo Mejor, en Chimbote. Carrillo (1970) indicó descensos en los terraplenes de acceso de casi todos los puentes de la Carretera Panamericana y asentamientos en las plataformas del Terminal Marítimo de Chimbote. También se presentó evidencias del fenómeno de licuación en los depósitos de arenas saturadas en la calle Elías Aguirre en Chimbote y en el km. 380 de la Carretera Panamericana, cerca de Samanco. Corporación Hidrotécnica y C. Lotti (1979) reportaron licuación generalizada en Puerto Casma, produciendo agrietamientos de suelo y eyecciones de agua con arena. En Chimbote se produjeron numerosos casos de licuación y

Puerto Casma se inundó totalmente. Morimoto et al (1971) describieron el fenómeno de licuación de suelos en la ciudad de Chimbote. En la zona pantanosa se produjo licuación generalizada, con grietas debido a compactación diferencial; y en la zona aluvial licuación subsuperficial con grietas y volcanes de arena. La máxima intensidad del sismo fue de IX MM y su magnitud fue de Ms = 7.8.

**9 de Diciembre de 1970**

Terremoto en el noroeste del Perú. En el área de Querecotillo en terraza fluvial y aluvial se formó un sistema de grietas en echelón, de longitud de 500 m. con aberturas de 0.30 m. y saltos de 0.25 m. Se notó efusión de arena formando sumideros de 0.60-1.00 m. de diámetro. Cerca al caserío La Huaca se agrietó el suelo, brotando arena y lodo. En Tumbes cerca al Puerto Cura, en las terrazas fluviales, se observó efusión de aguas negras acompañadas de arena que salieron a la superficie a través de grietas (Taype, 1971). La máxima intensidad de este sismo fue de IX MM y su magnitud fue de Ms = 7.1.

**20 de Marzo de 1972**

Sismo en el nororiente. Según Perales y Agramonte (1972), en el área urbana de Juanjuí se produjo el fenómeno de licuación de suelos con sumideros alineados de hasta 1 m. de diámetro. En la Carretera Marginal se produjeron asentamientos. Las aguas subterráneas variaron su nivel estático en más de un metro. Se inspeccionaron dos pozos de agua que al momento de la visita se encontraban secos y taponeados con arena. La máxima intensidad de este sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de Ms = 6.9.

**3 de Octubre de 1974**

Terremoto en Lima. Según Huaco et al (1975) y Giesecke et al (1980), ocurrieron fenómenos locales de licuación en el valle de Cañete, donde el nivel freático es muy superficial. El fenómeno local más importante se encontraba en la Cooperativa La Quebrada, cubriendo un área de 30,000 $m^2$. Maggiolo (1975) indicó licuación generalizada en Tambo de Mora, asociada a una subsidencia o hundimiento, con densificación posterior a lo largo de 4 km. paralelos a la línea de playa. En la zona norte se desarrollaron eyecciones de agua con arena a través de volcanes de arena. Espinosa et al (1977) indicaron posibles asentamientos diferenciales en El Callao debido a licuación de suelos y Moran et al (1975) presentaron vistas de posible licuación en Ancón. La máxima intensidad del sismo fue de VIII MM y su magnitud fue de Ms = 7.5.

## CONCLUSIONES

La revisión de la literatura indica que el fenómeno de licuación de suelos se ha producido en la Costa, Sierra y Selva Alta del Perú. Existe una mayor incidencia de dicho fenómeno en la Costa, que es donde la concentración de la población ha sido mayor y la sismicidad es más alta.

Se considera que el mapa de áreas de licuación de suelos presentado puede estar incompleto y no ser totalmente representativo de dicho fenómeno en el Perú. Se espera que en el futuro se realicen estudios adicionales que aporten nuevas evidencias sobre la ocurrencia de este fenómeno, que servirán para modificar o completar el mapa propuesto.

## AGRADECIMIENTO

Se agradece el apoyo brindado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur para la ejecución de este trabajo, en especial a su director el Ing. Alberto Giesecke.

## REFERENCIAS


1. Alva Hurtado, J. (1981), "Bibliografía sobre los Terremotos Peruanos: Aspectos Ingenieriles", El Ingeniero Civil, No. 15, pp 50-51, Lima, Perú.

2. Alva Hurtado, J. (1982), "Estudio del Potencial de Licuación del Suelo de Cimentación de las Obras del Proyecto Central Hidroeléctrica de Curumuy", Informe presentado a la Gerencia de Estudios de Electroperú.

3. Alva Hurtado, J. y Orihuela, P. (1982), "Estudio de Licuación y Amplificación Sísmica en Chimbote, Perú", IV Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Chiclayo, Perú.

4. Alva Hurtado, J. y Torres Cabrejos, R. (1983), "Mapa de Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas en el Perú", Revista TECNIA de la Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

5. Bachmann, C.J. (1935), "Fenómenos Sísmicos Notables Habidos en Lima en los Cuatrocientos Años que tiene de Fundada", Boletín de la Sociedad Geográfica de Lima, Tomo 4-D, Lima, Perú.

6. Berg, G.V. y Husid, R. (1973), "Structural Behavior in the 1970 Peru Earthquake", 5th. World Conference on Earthquake Engineering, Rome, Italy.

7. Carrillo Gil, A. (1970), "Algunas Apreciaciones del Comportamiento del Suelo en la Zona del Sismo de Ancash", II Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, Perú.

8. Cluff, L.S. (1971), "Perú Earthquake of May 31, 1970, Engineering Geology Observations", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 61, No. 3, pp. 511-534.

9. Corporación Hidrotécnica y C. Lotti & Asociados (1979), "Estudio de Factibilidad del Sistema General de Abastecimiento de Agua Dulce a Bayóvar", Organismo de Desarrollo del Complejo de Bayóvar, ODECOB, Febrero.

10. Ericksen, G.E., Plafker, G. y Fernández-Concha, J. (1970), "Preliminary Report on the Geologic Events Associated with the May 31, 1970 Peru Earthquake", U.S. Geological Survey Circular 639.

11. Espinosa, A.F., Husid, R., Algermissen, S.T. y De las Casas, J. (1977), "The Lima Earthquake of October 3, 1974: Intensity Distribution", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 67, No.5, pp. 1429-1439.

12. Giesecke, A., Ocola, L. y Silgado, E. (1980), "El Terremoto de Lima del 3 de Octubre de 1974", Informe Preparado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur a UNESCO, Contrato SC/RP 601-013.

13. Huaco, D., Huaco, P. y Espejo, G. (1975), "Comportamiento del Suelo de Cañete Asociado al Sismo del 3 de Octubre de 1974", Reunión Andina de Seguridad Sísmica, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.

14. Kuroiwa, J. y Deza, E. (1968), "Daños Causados en Moyobamba por el Sismo del 19 de Junio de 1968", Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.

15. Maggiolo, O. (1975), "Algunos Aspectos de Mecánica de Suelos y Comportamiento de Construcciones durante el Sismo del 3 de Octubre de 1974", Reunión Andina de Seguridad Sísmica, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.

16. Martínez Vargas, A. (1969), "Apreciaciones Geológicas de Campo sobre los Efectos del Terremoto del 19 de Junio de 1968 en Moyobamba y Alrededores del Nor-Oriente Peruano", Primer Congreso Nacional de Sismología e Ingeniería Antisísmica, pp. 107-116, Lima, Perú.

17. Moran, D., Ferver, G., Thiel, C. Jr., Stratta, J., Valera, J. y Wyllie, L. Jr. (1975), "Engineering Aspects of the Lima, Peru Earthquake of October 3, 1974", Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, California.

18. Morimoto, R., Koizumi, Y., Matsuda, T., Hakuno, M. y Yamaguchi, I. (1971), "Seismic Microzoning of Chimbote Area, Peru", Overseas Technical Cooperation Agency, Government of Japan, March.

19. Perales, F. y Agramonte, J. (1982), "Reconocimiento Geotécnico entre Juanjuí y Moyobamba con Motivo del Sismo del 20 de Marzo de 1972", Servicio de Geología y Minería, Lima, Perú.

20. Plafker, G., Ericksen , G.E. y Fernández-Concha, J. (1971), "Geological Aspects of the May 31, 1970, Peru Earthquake", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 61, No. 3, pp. 543-578.

21. Silgado, E. (1946), "El Temblor Destructivo de Moyobamba del 6 de Agosto de 1945", Datos Sismológicos del Perú, Boletín 3, Instituto Geológico del Perú, pp. 29-38.

22. Silgado, E. (1952), "El Sismo del 9 de Diciembre de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, pp. 47-51.

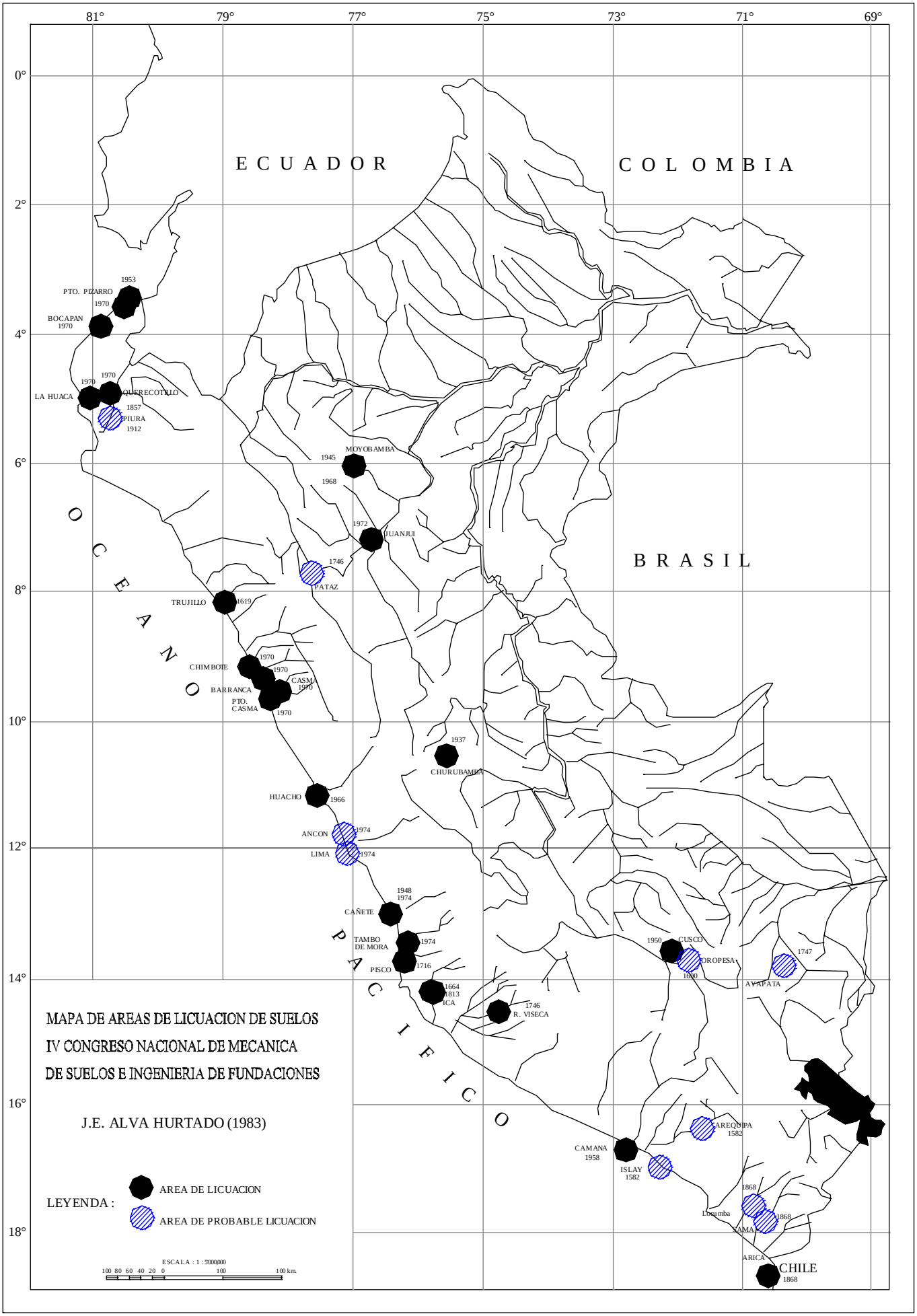
23. Silgado, E. (1957), "El Movimiento Sísmico del 12 de Diciembre de 1953", Anales del Primer Congreso Nacional de Geología, Parte II, Boletín de la Sociedad Geológica del Perú, Tomo 32, pp. 225-238.

24. Silgado, E. (1978), "Historia de los Sismos más Notables Ocurridos en el Perú (1513-1974)", Instituto de Geología y Minería, Boletín No. 3 Serie C, Geodinámica e Ingeniería Geológica, Lima, Perú.

25. Silgado, E., Fernández-Concha, J. y Ericksen, G.E. (1952), "El Terremoto del Cusco del 21 de Mayo de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, pp. 27-46.

26. Taype, R.V., (1971), "Observaciones Geológicas de los Daños Producidos por el Sismo del 9 de Diciembre de 1970 en los Departamentos de Piura y Tumbes", Servicio Nacional de Geología y Minería, Lima, Perú.

27. Valencia, R. (1940), "El Terremoto del 24 de Mayo de 1940, sus Efectos y sus Enseñanzas", Revista de la Universidad Católica del Perú, Tomo VIII, pp. 294-329, Lima, Perú.


81°
79°
77°
75°
73°
71°
69°
0°
2°
4°
6°
8°
10°
12°
14°
16°
18°
ECUADOR
COLOMBIA
BRASIL
CHILE
OCEANO PACIFICO
PTO. PIZARRO 1953 1970
BOCAPAN 1970
LA HUACA 1970 1970
QUERECOTILLO
PIURA 1857 1912
MOYOBAMBA 1945 1968
JUANJUI 1972
PATAZ 1746
TRUJILLO 1619
CHIMBOTE 1970
CASMA 1970 1970
BARRANCA
PTO. CASMA 1970
CHURUBAMBA 1937
HUACHO 1966
ANCON 1974
LIMA 1974
CAÑETE 1948 1974
TAMBO DE MORA 1974
PISCO 1716
ICA 1664 1813
R. VISECA 1746
CUSCO 1950
OROPESA 1690
AYAPATA 1747
AREQUIPA 1582
CAMANA 1958
ISLAY 1582
1868
Locumba
1868
TAMA
ARICA
1868
MAPA DE AREAS DE LICUACION DE SUELOS
IV CONGRESO NACIONAL DE MECANICA
DE SUELOS E INGENIERIA DE FUNDACIONES
J.E. ALVA HURTADO (1983)
LEYENDA :
AREA DE LICUACION
AREA DE PROBABLE LICUACION
ESCALA : 1 : 5000000
100 80 60 40 20 0 100 100 km.

# MAPA DE AREAS DE DESLIZAMIENTOS POR SISMOS EN EL PERÚ

Jorge E. Alva Hurtado [1]
Luis A. Chang Chang [1]

## RESUMEN

Se presenta la información disponible sobre el fenómeno de deslizamientos por sismos ocurridos en el Perú, y su representación en un mapa de áreas de deslizamientos por sismos. El mapa de áreas de deslizamientos por sismos está dibujado a la escala 1:5'000,000 y presenta distinciones entre casos seguros y probables de ocurrencia, de acuerdo a la interpretación de la información disponible en la literatura. Este artículo documenta además la información que evidencia el fenómeno de deslizamientos por sismos.

## INTRODUCCIÓN

El Grupo de Evaluación del Peligro Sísmico del Proyecto SISRA (Sismicidad de la Región Andina), patrocinado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur (CERESIS), se fijó como objetivo obtener del Proyecto un producto final que expresara de algún modo los niveles relativos del peligro sísmico en el área andina, y que fuera además homogéneo.

Se tomó en consideración el desarrollo alcanzado en cada país del área andina en esta clase de estudios y el tiempo disponible para realizar el proyecto. El resultado final en común con los países andinos del Grupo de Peligro Sísmico consistió en preparar mapas regionales a partir de los antecedentes históricos existentes, graficando intensidades máximas, áreas de licuación de suelos y zonas de deslizamientos asociados a terremotos.

El mapa de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú ha sido presentado por Alva Hurtado et al (1984). El mapa de Licuación de Suelos en el Perú se presentó en Alva Hurtado (1983). Este artículo presenta el mapa de Areas de Deslizamientos por Sismos.

---

(1) Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú.

Ponencia presentada en el V Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, 13–15 Abril de 1987.

## DOCUMENTACIÓN BÁSICA

Se recopiló y revisó la información disponible en la literatura sobre sismos peruanos. Un listado de las referencias se presenta en Alva Hurtado (1981).

En la revisión de la literatura se trató de encontrar evidencias sobre el fenómeno de deslizamientos por sismos, interpretando los casos como seguros y probables. Los casos probables por lo general fueron aquellos asociados a sismos históricos y a sismos recientes, donde la descripción del fenómeno no era muy detallada. También se contó con una versión preliminar del Mapa de Deslizamientos por Terremotos presentado por el Instituto Geológico, Minero y Metalúrgico, INGEMMET (1983).

En el mapa de áreas de deslizamientos por sismos se incluye el nombre de la localidad en donde se produjo el fenómeno, así como la fecha de su ocurrencia. También se incluye la red hidrográfica nacional en el mapa.

## CRONOLOGÍA DE LOS DESLIZAMIENTOS POR SISMOS

**1513 a 1515**
Silgado (1978), en base a la obra de Esquivel y Navia, reporta que en esos años ocurrieron grandes sismos, acompañados de formidables deslizamientos de tierras en el Cuzco.

**22 de Enero de 1582**
Terremoto en Arequipa. Fray Victor Barriga (1915) comenta que "los cerros conmovidos ayudaron al temor con el ruido, desgalgo de piedras, la tierra y el mucho polvo parecía que unos con otros se apresuraban a sepultar a los vivientes".

**28 de Febrero de 1600**
Hubo un fortísimo temblor en Arequipa el 19 de Febrero causado por la explosión del cráter del volcán Huaynaputina (Omate). Esta explosión fue precedida y seguida por una serie de temblores. El Padre Descourt (1600) indicó que el 28 de Febrero quedaron en Omate sepultados 6 ó 7 pueblos, pereciendo todos sus habitantes. El río Tambo quedó represado por los torrentes de escombros y lavas; la rotura posterior de ese dique terminó por asolar el valle.

**31 de Marzo de 1650**
Terremoto en el Cuzco. Silgado (1978) se refiere a la obra de Esquivel y Navia para indicar que se produjeron grandes deslizamientos en las partes altas de Pisac y Paucartambo; uno de ellos represó el curso del río Apurimac. La tierra se agrietó en varios lugares.

**6 de Enero de 1725**
Movimiento sísmico en Trujillo. Silgado (1978) indica que en los nevados de la Cordillera Blanca el sismo originó la rotura de una laguna glaciar, la cual desbordándose, arrasó un pueblo cercano a Yungay, muriendo 1,500 personas.

**28 de Octubre de 1746**
Terremoto en Lima y tsunami en El Callao. Silgado (1978) indicó que en algunos parajes de Lucanas (Ayacucho) ocurrieron agrietamientos del terreno y deslizamientos debido a este sismo.

**4 de Marzo de 1904**
Intenso movimiento sísmico en Lima. Silgado (1978) indica que en Matucana hubo desprendimientos del material meteorizado de la parte alta de los cerros, y en Pasamayo fueron profusos los deslizamientos en los acantilados de arena.

**6 de Agosto de 1913**
Terremoto en Caravelí. Según Umlauff (1915) el movimiento de pocos segundos de duración produjo desplomes de edificios y derrumbes en las laderas, ocasionando varios muertos.

**11 de Setiembre de 1914**
Se repitió en Caravelí otro violento sismo que la volvió a dejar en escombros y ocasionó derrumbes en los cerros que rodeaban a la ciudad (Umlauff, 1915).

**28 de Diciembre de 1915**
Según Umlauff (1915), fortísimo temblor en Caravelí donde cuarteó viviendas, agrietó parte de las torres de la iglesia y causó deslizamientos en las partes sueltas de los cerros.

**8 de Febrero de 1916**
Sismo de origen coordillerano. Silgado (1978) indica que afectó Ayacucho y Huancavelica. En Ocros se cayeron viviendas y hubo deslizamientos en la parte alta de los cerros.

**9 de Abril de 1928**
Terremoto en Ayapata, Puno. Silgado (1978) refiere que en el pueblo de Ollachea se oían detonaciones subterráneas y luego venían sacudimientos de tierra. Del nevado Allinocapae se desprendieron con estrépido enormes masas de hielo. Los derrumbes de los taludes del río Esquilaya formaron una represa natural que más tarde se rompió.

**14 de Mayo de 1928**
Terremoto en Chachapoyas, Amazonas. Silgado (1978) indica daños graves en Huancabamba, Cutervo, Chota y Jaén. La formación de grietas en el suelo, algunas de ellas hasta de dos metros de profundidad y grandes derrumbes fueron comunes en el área epicentral. Uno de los deslizamientos, en el valle del Chamaya, sepultó al pueblo de Pimpincos (Kuroiwa y Deza, 1968).

**24 de Diciembre de 1937**
Terremoto en las vertientes orientales de la Cordillera Central. Silgado (1978) anotó que hubo grandes deslizamientos en los cerros boscosos de Chontabamba y Chorobamba, en una extensión aproximada de 50 km. En los caminos de herradura a Huancabamba se produjeron enormes grietas y derrumbes de cerros.

**2 de Julio de 1938**
La ciudad de Tarma y poblaciones situadas en los valles del Mantaro y Chanchamayo fueron sacudidas por dos violentos sismos (Silgado, 1978). En Tarma el segundo movimiento causó el derrumbe de varios cerros.

**24 de Agosto de 1942**
Terremoto en Nazca. Silgado (1978) indica derrumbes en los cerros de los tramos de la carretera de acceso al interior, especialmente a la altura de Puquio y en otros lugares de la vertiente occidental, así como al noroeste de Cangallo, en la vertiente atlántica.

**10 de Noviembre de 1946**
Terremoto en Ancash. Heim (1949) destaca que grandes derrumbes se produjeron en las quebradas de Pelagatos, Shuitococha, Huaychihuaco, Llama, San Miguel, Mayas, Mirador y Quiches. Desprendidas de los cerros Novillo, Bandera y Acobamba. Silgado (1951) comenta que en la quebrada Pelagatos se estimó en unos 25 millones de metros cúbicos la masa del material granítico descompuesto que había caído al valle. En el derrumbe de Huaychayaco, en la parte alta de Quiches, se desprendieron de las faldas del cerro unos 5 millones de metros cúbicos de material calizo-margoso. Un deslizamiento de grandes proporciones sepultó al caserío de Acobamba, donde murieron 217 personas. Otros derrumbes notables ocurrieron en Portachuelo, cerca del nevado Pelagatos y sobre el río Marañón.

**1 de Noviembre de 1947**
Terremoto en Satipo. Silgado (1948) comenta que desde los vuelos de reconocimiento entre San Ramón y Satipo se observó infinidad de derrumbes y desprendimientos de las partes altas de las zonas boscosas hacia el fondo de las quebradas, los cuales causaron represamientos. Deslizamientos en Carrizales, Calabazas y Cerro Pelado.

**14 de Febrero de 1948**
Violento temblor en Quiches. Silgado (1978) indica que los derrumbes de los cerros ocasionaron la muerte de 7 personas, numerosos heridos y la interrupción de varios tramos de los caminos de herradura.

**28 de Mayo de 1948**
Terremoto en Cañete. Silgado (1978) reporta que en las inmediaciones de Calaveras se produjeron varios deslizamientos en terrenos pantanosos. En las faldas del cerro Candela se formaron grietas, observándose en el lugar pequeños derrumbes debido a la saturación del terreno.

**21 de Mayo de 1950**

Terremoto en el Cuzco. Silgado et al (1952) indican que en el lado sur del valle, al sur-este del pueblo de San Sebastián, se observó en una longitud de 5 km. una zona de extensa fisuración. Las grietas eran de forma irregular, de abertura variable y de 10 a 50 m. de longitud. Los deslizamientos fueron de magnitud reducida y ocurrieron principalmente en algunas laderas escarpadas y en los taludes de gravas aluviales.

**9 de Diciembre de 1950**

Fuerte temblor en Ica. Ocurrieron derrumbes en la carretera de Ica a Córdova; en Pacarán y en el pueblo de Huaytará hubo deslizamientos. (Silgado, 1952).

**12 de Diciembre de 1953**

Un fuerte y prolongado movimiento sísmico afectó la parte noroeste del Perú y parte del territorio ecuatoriano. Silgado (1957) indicó deslizamientos de material suelto en El Alto, en los alrededores de Zorritos y de las partes altas del Cañón del río Tumbes.

**21 de Abril de 1954**

Movimiento ligeramente destructor en el sur del Departamento de Lima. Derrumbe en el sector de Pasamayo y entre Chincha y la Florida se produjo un deslizamiento de arena en el talud de falla de Jahuay (Silgado, 1957).

**18 de Febrero de 1956**

Sismo destructor en el Callejón de Huaylas. Silgado y Castro (1956) indicaron daños intensos en Carhuaz. Se produjo deslizamiento del talud de un cerro en el sector de Shapasmarca, así como grietas y deslizamientos en un sector del Cerro Runto frente a Shilla.

**18 de Febrero de 1957**

Movimiento sísmico sentido a lo largo de la costa, desde Huarmey hasta Chincha. Silgado (1978) anota que en las cercanías del pueblo de Sayán, en el río Huaura, los deslizamientos de grandes bloques de piedra rompieron el muro de contención de un canal de irrigación. Derrumbes de arena en los acantilados de Pasamayo.

**15 de Enero de 1958**

Terremoto en Arequipa. Silgado (1978) indica que por efecto, tanto del Misti como de los cerros vecinos, se desprendieron enormes piedras que al rodar cuesta abajo, levantaron gran polvareda. Hacia la cordillera, los derrumbes dañaron en varios tramos la línea del ferrocarril a Puno. La Carretera Panamericana entre Chala y Arequipa fue cubierta en varios trechos por deslizamientos de magnitud variable, siendo la zona más afectada entre Atico y Camaná.

**3 de Mayo de 1962**

Fuerte sismo en el anexo de Yungul, distrito de Ulcumayo, provincia de Junín. Deslizamiento de las partes altas (Silgado, 1978).

**17 de Octubre de 1966**

La ciudad de Lima fue estremecida por un sismo. Las vías de acceso al interior, especialmente el km. 51 de la Carretera a Canta y el km. 22 de la Carretera Central quedaron bloqueadas a consecuencia de los derrumbes. En la costa hubo deslizamientos de material suelto de los acantilados de Chorrillos, Miraflores y Magdalena, que causaron gran polvareda. En Pasamayo se produjeron desprendimientos de arena eólica (Lomnitz et al, 1967).

**19 de Junio de 1968**

Terremoto en Moyobamba. Desde el avión, Kuroiwa y Deza (1968) pudieron divisar varios deslizamientos en zonas de fuertes y moderadas pendientes en los cerros de Angaisha. Martínez Vargas (1969) indicó derrumbes en el área afectada.

**1 de Octubre de 1969**

Terremoto en Pariahuanca, producido por la falla de Huaytapallana. Deza (1971) indicó que se produjeron derrumbes en las partes altas; en el terreno hubo agrietamientos y se evidenciaron cambios en el nivel freático por la desecación de cuatro lagunas.

**31 de Mayo de 1970**

Terremoto que afectó el departamento de Ancash y el sur de La Libertad. A consecuencia del terremoto se produjo un gran aluvión que arrasó la población de Yungay, en el Callejón de Huaylas. La cornisa norte del nevado Huascarán se desprendió arrastrando piedras, hielo y lodo y cubrió Yungay y parte de Ranrahirca. Martínez Vargas (1971) reporta que más de 30,000 personas quedaron sepultadas en Yungay y Ranrahirca, bajo una masa de lodo y rocas cuyo volumen se estimó en más de 250 millones de metros cúbicos y una altura de más de 6 metros. Otros aludes de menor magnitud se produjeron sobre la laguna de Llanganuco y sobre la de Parón (Plafker et al, 1971). Los más grandes deslizamientos estuvieron concentrados en los cursos bajos del río Santa y tributarios (Ericksen et al, 1970). Un gran deslizamiento de forma rotacional se observó a lo largo de la margen derecha del río Santa, a la altura de Recuay, que represó el río (Silgado, 1978).

**5 de Mayo de 1971**

Violento sismo estremeció la provincia de Sihuas (Ancash). Como consecuencia de los desplomes y deslizamientos que se produjeron en el caserío de San Miguel de Chingalpo y pueblo de Quiches, murieron cinco personas y treinta quedaron heridas. Otros deslizamientos inutilizaron las vías de acceso a esa provincia (Silgado, 1978).

**14 de Octubre de 1971**

Sismo en la provincia de Aimaraes, Apurímac. Perales et al (1972) observaron agrietamientos del terreno en las localidades de Sañaica, Ihuayllo, Chacapuente, Mosecca, Hurquizo y Huaracci. También observaron derrumbes en la localidad de Toraya (Cerro Gentilnayoc que afectó a la Carretera Chalhuanca-Abancay, Cerro Etarca), Ihuayllo, Chacapuente, y en las quebradas Mosecca y Mamani a lo largo del valle Pachachaca.

**20 de Marzo de 1972**

Sismo en el nororiente. Perales y Agramonte (1972) identificaron tres derrumbes alrededor de Saposoa. En Tarapoto se produjeron derrumbes de taludes en la banda derecha del Shilcayo. En Moyobamba se produjo un aluvión en Jepelacio.

**3 de Octubre de 1974**

Terremoto en Lima. Giesecke et al (1980) observaron derrumbes de material aluvial en los acantilados situados entre Magdalena y Chorrillos.

**10 de Noviembre de 1980**

Sismo en Ayacucho. Ocola (1981) indica que ocurrieron fenómenos geológicos de asentamientos y deslizamientos de grandes porciones de tierra, principalmente en taludes de fuerte pendiente. También hubo deslizamientos menores en taludes rocosos.

**17 de Abril de 1981**

Sismo en Ayacucho. Ocola (1981) anota que en Opancca, Paccha y Ticllas se han podido observar deslizamientos de rocas y derrumbes. También en los cerros Moyo Orcco y Suyto Orcco y en las quebradas de Molinos y Cruzhuayro.

## CONCLUSIONES

La revisión de la literatura indica que el fenómeno de deslizamiento por sismos se ha producido en la costa, sierra y selva alta del Perú. La mayor incidencia del fenómeno está en la sierra y selva alta, por las condiciones topográficas, geológicas y climáticas de estas regiones.

El mapa de Areas de Deslizamientos por Sismos refleja el conocimiento de los autores sobre los efectos de los sismos en el Perú. Se espera que en el futuro se realicen estudios adicionales que aporten nuevas evidencias del fenómeno, que servirán para modificar o completar el mapa propuesto.

## AGRADECIMIENTO

Se agradece el apoyo brindado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur (CERESIS) para la ejecución del trabajo presentado, en especial a su Director el Ing. Alberto Giesecke Matto.

## REFERENCIAS


1. Alva Hurtado J.E. (1981), "Bibliografía sobre los Terremotos Peruanos: Aspectos Ingenieriles", El Ingeniero Civil, Año 3, No. 15, pp. 50-51.

2. Alva Hurtado J.E. (1983), "Breve Historia del Fenómeno de Licuación de Suelos en el Perú", IV Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones, Lima-Perú.

3. Alva Hurtado J.E., Meneses Loja J. y Guzmán León V. (1984), "Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú", V Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Tacna-Perú.

4. Barriga V.M. (1951), "Los Terremotos en Arequipa 1582-1868", Biblioteca Arequipa, Tomo Séptimo.

5. Descourt B. (1600), "El Terremoto de 1600 en Arequipa", Carta escrita en 1600, Colección Zugger, Londres.

6. Deza E. (1971), "The Pariahuanca Earthquake, Huancayo, Peru. July-October 1969", Recent Crustal Movements, Royal Society of New Zealand, Bulletin 9, pp. 77-83.

7. Ericksen G.E., Plafker G. y Fernández-Concha J. (1970), "Preliminary Report on the Geological Events Associated with the May 31, 1970 Peru Earthquake",U.S. Geological Survey Circular 639.

8. Esquivel y Navia D. (1740), "Apuntes Históricos del Perú y Noticias Cronológicas del Cuzco (Anales). Período 1543-1610", Cuzco.

9. Giesecke A., Ocola L. y Silgado E. (1980), "El Terremoto de Lima del 3 de Octubre de 1974", Informe Preparado por el Centro Regional de Sismología para América del Sur a UNESCO Contrato SC/RP 601-013.

10. Heim A. (1949), "Observaciones Geológicas en la Región del Terremoto de Ancash en Noviembre de 1946", Vol. Jubilar de la Sociedad Geológica del Perú, Fascículo 6, Lima.

11. INGEMMET (1983), "Memoria Descriptiva del Mapa de Deslizamientos del Perú", Proyecto SISRA-CERESIS, Instituto Geológico, Minero y Metalúrgico, Lima-Perú.

12. Kuroiwa J. y Deza E. (1968), "Daños Causados en Moyobamba por el Sismo del 19 de Junio de 1968", Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima-Perú.

13. Lomnitz C., Esteva L., Flores R. y Cabré R. (1967), "Informe de la Misión de Reconocimiento Sismológico del Terremoto del 17 de Octubre de 1966", UNESCO, París.
14. Martínez Vargas A. (1969), "Apreciaciones Geológicas de Campo sobre los Efectos del Terremoto del 19 de Junio de 1968 en Moyobamba y Alrededores del Nor-Oriente Peruano", Primer Congreso Nacional de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Lima-Perú.

15. Martínez Vargas A. (1971), "Análisis sobre los Huaycos, Aluviones y Alud-Aluviones ante el Efecto Sísmico en el Perú", III Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Acapulco, Mexico.

16. Ocola L. (1981), "Actividad Sísmica en la Zona de Ayacucho y Programa de Estudios", Dirección de Investigación Científica de Geofísica Aplicada, Instituto Geofísico del Perú, Lima-Perú.

17. Perales F., Perez G. y Taype V. (1972), "Apreciaciones Geológicas en el Area Afectada por el Sismo del 14 de Octubre de 1971", Servicio de Geología y Minería, Ministerio de Energía y Minas, Lima-Perú.

18. Perales F. y Agramonte J. (1972), "Reconocimiento Geotécnico entre Juanjuí y Moyobamba con Motivo del Sismo del 20 de Marzo de 1972", Servicio de Geología y Minería, Ministerio de Energía y Minas, Lima-Perú.

19. Plafker G., Ericksen G.E. y Fernández-Concha J. (1971), "Geological Aspects of the May 31, 1970, Peru Earthquake", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 61, No. 3, pp. 543-578.

20. Silgado E. (1948), "Datos Sismológicos del Perú-1947", Boletín No. 11, Instituto Geológico del Perú, Lima-Perú.

21. Silgado E. (1951), "The Ancash Earthquake of November 10, 1946", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 41, No. 2, pp. 83-99.

22. Silgado E. (1952), "El Sismo del 9 de Diciembre de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima-Perú, pp. 47-51.

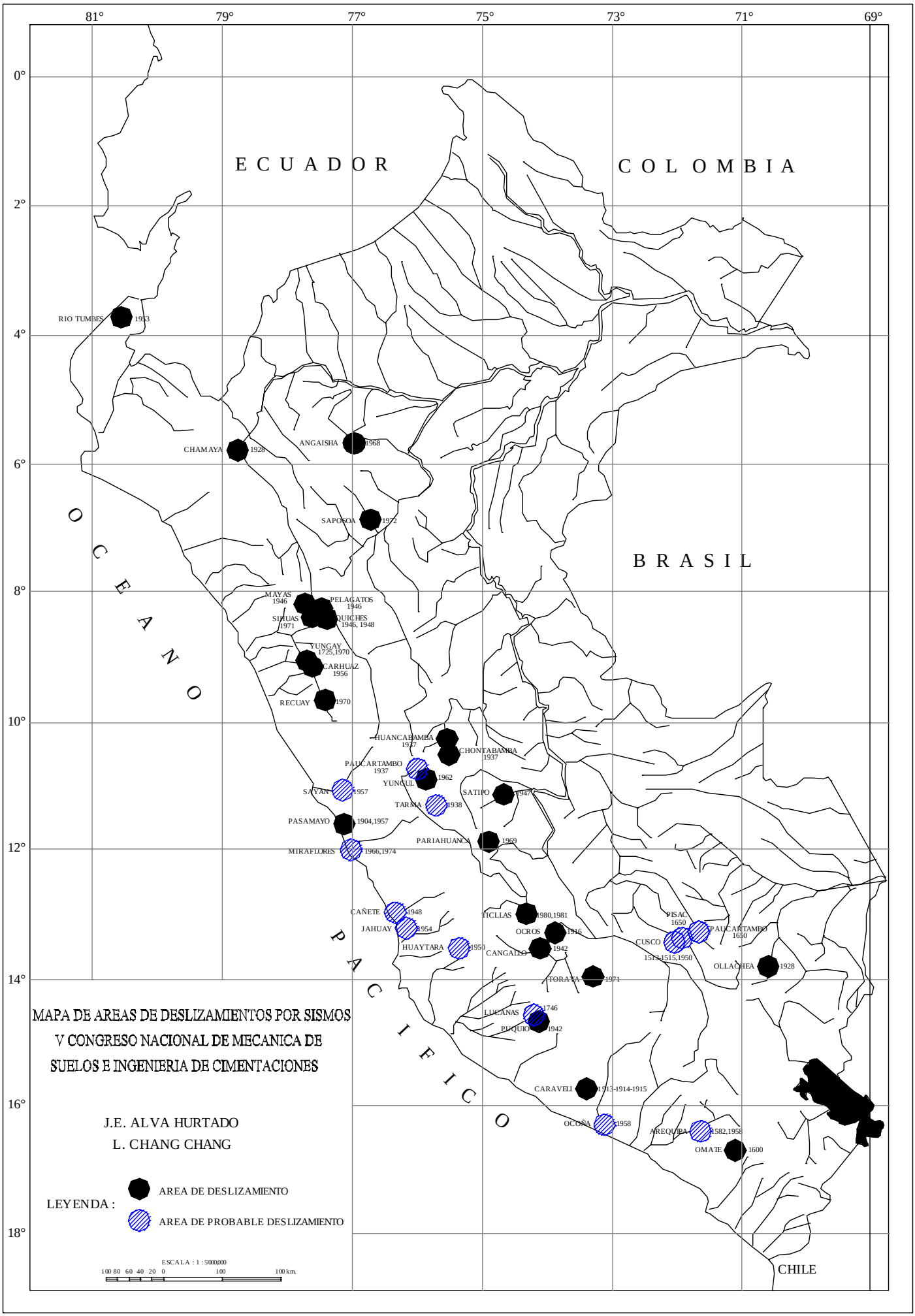
23. Silgado E. (1957), "El Movimiento Sísmico del 12 de Diciembre de 1953", Anales del Primer Congreso Nacional de Geología, Parte II, Boletín de la Sociedad Geológica del Perú, Tomo 32, pp. 225-238.

24. Silgado E. (1957), "Datos Sismológicos del Perú 1952-1953", Boletín de la Sociedad Geológica del Perú, Tomo XXIX, Lima-Perú.

25. Silgado E, (1978), "Historia de los Sismos más Notables Ocurridos en el Perú (1513-1974)", Instituto de Geología y Minería, Boletín No. 3, Serie C, Geodinámica e Ingeniería Geológica, Lima-Perú.
26. Silgado E. y Castro L. (1956), "Informe sobre los Sismos de Carhuaz", Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima-Perú.

27. Silgado E., Fernández-Concha J. y Ericksen G.E. (1952), "El Terremoto del Cuzco del 21 de Mayo de 1950", Datos Sismológicos del Perú 1949-1950, Boletín No. 4, Instituto Nacional de Investigación y Fomento Mineros, Ministerio de Fomento y Obras Públicas, Lima-Perú, pp. 27-46.

28. Umlauff A.F. (1915), "La Región Sísmica de Caravelí", Boletín de la Sociedad Geográfica de Lima, Tomo XXXI, Segundo Trimestre, Lima.


81°
79°
77°
75°
73°
71°
69°
0°
2°
4°
6°
8°
10°
12°
14°
16°
18°
E C U A D O R
C O L O M B I A
B R A S I L
C H I L E
O C E A N O
P A C I F I C O
RIO TUMBES 1933
CHAMAYA 1928
ANGAISHA 1968
SAPOSOA 1972
MAYAS 1946
PELAGATOS 1946
SIHUAS 1971
QUICHES 1946, 1948
YUNGAY 1725,1970
CARHUAZ 1956
RECUAY 1970
HUANCABAMBA 1977
CHONTABAMBA 1937
PAUCARTAMBO 1937
YUNGUL 1962
SAYAN 1957
SATIPO 1947
TARMA 1938
PASAMAYO 1904,1957
PARIAHUANCA 1969
MIRAFLORES 1966,1974
CAÑETE 1948
JAHUAY 1954
HUAYTARA 1950
TICLLAS 1980,1981
OCROS 1916
CANGALLO 1942
TORATA 1971
PISAC 1650
PAUCARTAMBO 1650
CUSCO 1513-1515,1950
OLLACHEA 1928
LUCANAS 1746
PUQUIO 1942
CARAVELI 1913-1914-1915
OCOÑA 1958
AREQUIPA 1582,1958
OMATE 1600
MAPA DE AREAS DE DESLIZAMIENTOS POR SISMOS
V CONGRESO NACIONAL DE MECANICA DE
SUELOS E INGENIERIA DE CIMENTACIONES
J.E. ALVA HURTADO
L. CHANG CHANG
LEYENDA :
AREA DE DESLIZAMIENTO
AREA DE PROBABLE DESLIZAMIENTO
ESCALA : 1 : 5000,000
100 80 60 40 20 0 100 100 km.

# PELIGRO SÍSMICO EN EL PERÚ

Jorge L. Castillo Aedo [1]
Jorge E. Alva Hurtado [2]

## INTRODUCCIÓN

El Perú está comprendido entre una de las regiones de más alta actividad sísmica que existe en la tierra, por lo tanto está expuesto a este peligro, que trae consigo la pérdida de vidas humanas y pérdidas materiales. Es necesario efectuar estudios que permitan conocer el comportamiento más probable de este fenómeno para poder planificar y mitigar los grandes efectos que trae consigo. Una forma de conocer el probable comportamiento sísmico de un lugar es mediante la evaluación del peligro sísmico en términos probabilísticos, es decir predecir las posibles aceleraciones que podrían ocurrir en un lugar determinado.

En las normas de diseño se especifican las cargas sísmicas, por lo que no es necesario realizar investigaciones detalladas de la actividad sísmica del área donde se construirán estructuras comunes. El coeficiente de diseño sísmico a ser usado en el diseño sísmico pseudo-estático se determina en base a la zona, condición del suelo e importancia de la estructura. Si la estructura es flexible, la carga sísmica se modifica tomando en cuenta su periodo fundamental. Sin embargo, cuando se planifican estructuras importantes, deben evaluarse sus capacidades de resistir terremotos en base a estudios detallados de peligro sísmico. Tales estructuras incluyen: grandes presas, puentes con luces grandes, túneles y centrales nucleares. También se necesitan estudios detallados para la evaluación del peligro sísmico en una zona grande por urbanizar.

El análisis de peligro sísmico se realiza aplicando la metodología desarrollada por Cornell (1968) en términos probabilísticos, metodología que fue modificada e implementada en el programa de cómputo RISK por McGuire (1976). Esta metodología integra información sismotectónica, parámetros sismológicos y leyes de atenuación regionales para los diferentes mecanismos de ruptura. El resultado es una curva de peligro sísmico, donde se relaciona la aceleración y su probabilidad anual de excedencia.

(1) Asistente de Investigación del CISMID-FIC-UNI
(1) Director del CISMID-FIC-UNI

Ponencia presentada en el VII Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, 6-10 Diciembre 1993.

# SISMOTECTÓNICA

La actividad sísmica en el país es el resultado de la interacción de las placas tectónicas de Nazca y Sudamericana y de los reajustes que se producen en la corteza terrestre como consecuencia de la interacción y la morfología alcanzada por el Aparato Andino.

## Principales Rasgos Tectónicos

Los principales rasgos tectónicos de la región occidental de Sudamérica, como son la Cordillera de los Andes y la Fosa Oceánica Perú-Chile, están relacionados con la alta actividad sísmica y otros fenómenos telúricos de la región, como una consecuencia de la interacción de dos placas convergentes cuya resultante más saltante precisamente es el proceso orogénico contemporáneo constituido por los Andes. La teoría que postula esta relación es la Tectónica de Placas o Tectónica Global (Isacks et al, 1968). La idea básica de esta teoría es que la envoltura más superficial de la tierra sólida, llamada Litósfera (100 Km), está dividida en varias placas rígidas que crecen a lo largo de estrechas cadenas meso-oceánicas casi lineales; dichas placas son transportadas en otra envoltura menos rígida, la Astenósfera, y son comprimidas o destruidas en los límites compresionales de interacción, donde la corteza terrestre es comprimida en cadenas montañosas o donde existen fosas marinas (Berrocal et al, 1975). Los rasgos tectónicos superficiales más importantes en el área de estudio son :

- La Fosa Oceánica Perú-Chile.
- La Dorsal de Nazca.
- La porción hundida de la costa norte de la Península de Paracas, asociada con un zócalo continental más ancho.
- La Cadena de los Andes.
- Las unidades de deformación y sus intrusiones magmáticas asociadas.
- Sistemas regionales de fallas normales e inversas y de sobreescurrimientos.

## Sismicidad

Sismicidad Histórica

Silgado (1978) realizó la más importante descripción ordenada de la historia sísmica del Perú. Desde el siglo XVI hasta el siglo XIX solo se reportan los sismos sentidos en las ciudades principales, indicando que dicha actividad sísmica no es totalmente representativa, ya que pueden haber ocurrido sismos importantes en regiones remotas, que no fueron reportados. Dorbath et al (1990) analizaron los grandes sismos históricos y obtuvieron cantidades estimadas de longitudes de ruptura en un diagrama espacio-tiempo de los grandes sismos históricos del Perú. Se muestra la existencia de tres zonas diferentes correspondientes a la segmentación de la placa de Nazca subducida en la placa Sudamericana. La actividad sísmica en el Norte y

Centro del país es compleja debido a la irregularidad de las longitudes de ruptura, la zona Sur tiene un modelo sísmico simple y regular, ya que ha experimentado cuatro grandes sismos cuyo tiempo de recurrencia es del orden de un siglo; ésta es una zona de alto riesgo sísmico.

Sismicidad Instrumental

La información sismológica instrumental del Perú se encuentra recopilada en el Catálogo Sísmico del Proyecto SISRA (Sismicidad de la Región Andina, 1985), que tiene eventos desde el año de 1900. Este catálogo fue actualizado hasta 1990-I con los datos verificados por el ISC (International Seismological Centre). Para la elaboración de este catálogo se consideraron los registros cuya magnitud $m_b$ es mayor ó igual a 4.0, ya que a partir de este valor los sismos adquieren importancia ingenieril. La información sismológica de 1990-II a 1991-II tiene carácter preliminar y ha sido recopilada del NEIC (National Earthquake Information Center) y del IGP (Instituto Geofísico del Perú).

Dentro de la metodología para el cálculo del peligro sísmico se considera que los eventos sísmicos presentan una distribución de Poisson, que se caracteriza por suponer independencia entre los tiempos de ocurrencia, ya que cada uno de los sismos se considera como un evento aislado e independiente. Por ello es necesario depurar del catálogo todas las réplicas y premonitores, quedando los sismos como eventos principales.

En el catálogo sísmico (1900,1990-I) depurado se cuenta con 4276 sismos. La estadística sísmica no es homogénea o íntegra; la mayor parte de los eventos ocurridos antes de 1960 no tienen reportada su magnitud. Sólo a partir de 1963 los datos instrumentales son más precisos, año en el cual la red de sismógrafos WWSSN (World Wide Standard Seismograph Network) estaba finalmente instalada. La base de datos que se utilizó en el presente trabajo está conformada por los sismos comprendidos entre 1963 y 1990, los mismos que corresponden a 3892 eventos principales e independientes.

El análisis de peligro sísmico se realiza en función de la magnitud. Las escalas de magnitud utilizadas son $m_b$ y $M_s$ , calculadas a partir de las ondas de cuerpo y de superficie respectivamente. Se calculó la siguiente relación entre estas dos magnitudes, de manera que se pueda utilizar cualquiera de ellas para homogenizar la muestra de datos.

$$m_b = 3.30 + 0.40\ M_s$$

La distribución espacial de la actividad sísmica no es uniforme. Está principalmente concentrada en los bordes de los grandes bloques tectónicos, denominados placas tectónicas. La actividad sísmica en el Perú y áreas vecinas es el resultado de la interacción de las placas tectónicas de Nazca y Sudamericana, y el proceso de reajuste tectónico del Aparato Andino (Ocola, 1989).

En la Figura 1 se presentan todos los hipocentros del Catálogo Sísmico SISRA (1963-1990) y los rasgos neotectónicos indicados por Macharé et al (1991). Se observa que la actividad sísmica en la zona Norte y Centro del país está distribuida en dos fajas sísmicas longitudinales a los Andes; una occidental a los Andes y exclusivamente producto de la subducción con hipocentros mayormente superficiales y algunos intermedios; y la otra, oriental a los Andes que involucra tanto a procesos de subducción (para hipocentros de profundidades intermedias, hasta 300 Km), como también a procesos secundarios, tal como la acción compresiva del escudo brasilero contra el cinturón andino. Estas dos fajas sísmicas se unen en la zona de transición sismotectónica ($13^{o}$-$14^{o}$ Sur), para constituir una sola amplia faja sísmica en la región sismotectónica del Perú (Deza, 1990).

Existe una actividad sísmica superficial causada por el proceso de reajuste tectónico del Aparato Andino. En la Figura 1 se observa agrupamientos importantes de eventos en algunas estructuras neotectónicas, tales como las fallas de Huaytapallana, fallas ubicadas en la sierra central y en Moyobamba, en donde la actividad sísmica se encuentra en los primeros 40 Km de profundidad. Los sismos recientes e históricos de Ayacucho, Cusco, Urcos y norte del lago Titicaca, son manifestaciones de esta zona sísmica, muy superficial y destructiva (Ocola, 1989).

En el Ecuador se observa concentración de la actividad sísmica superficial en la zona de Pisayambo y en los alrededores de Quito, que está relacionada con la actividad generada por el volcán Guagua Pichincha (Bonilla y Ruiz, 1992). En la zona norte de Chile la actividad sísmica está asociada al proceso de subducción.

## DETERMINACIÓN DE LAS FUENTES SISMOGÉNICAS Y LOS PARÁMETROS DE RECURRENCIA PARA LA EVALUACIÓN DEL PELIGRO SÍSMICO

### Determinación de las Fuentes Sismogénicas

La distribución espacial de la actividad sísmica y las características neotectónicas en el Perú, han permitido definir 20 fuentes sismogénicas con características sismotectónicas particulares. Se presentan estas fuentes como áreas, ya que no existen suficientes datos como para modelar las fallas como fuentes lineales.

El hecho que la actividad sísmica en el Perú es el resultado de la interacción de las placas Sudamericana y de Nazca y el proceso de reajuste tectónico del Aparato Andino, nos permite agrupar a las fuentes en: Fuentes de Subducción y Fuentes Continentales.
Las Fuentes de Subducción modelan la interacción de las placas Sudamericana y de Nazca. Las Fuentes 1, 2, 3, 4 y 5 están ubicadas a lo largo de la costa y representan la sismicidad superficial en la zona de Benioff (0-70 Km). Las Fuentes 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19 representan la sismicidad intermedia (71 a 300 Km). La Fuente 20 representa la sismicidad profunda en la superficie de Benioff (500 a 700 Km). Las Fuentes Continentales 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 están

relacionadas con la actividad sísmica superficial andina. Las fuentes ubicadas en la zona Norte, frontera con el Ecuador y en el Sur, frontera con Chile, fueron definidas considerando las fuentes propuestas por Bonilla y Ruiz (1992) y Aiquel (1990), respectivamente. En la Figura 2 se muestra la ubicación de las Fuentes Continentales y Fuentes de Subducción Superficiales (0-70 Km), formando 2 fajas longitudinales a los Andes. En la Figura 3 están ubicadas las Fuentes de Subducción Intermedias (71-300 Km) y Profundas (500-700 Km).

**Determinación de los Parámetros Sismológicos**

Cada una de las fuentes sismogénicas tiene características propias definidas por sus parámetros sismológicos: magnitud mínima de homogeneidad ($M_{min}$), pendiente de la distribución Gutenberg-Richter (b), tasa media anual de actividad sísmica (m) y magnitud máxima ($M_{max}$). Las escalas de magnitud más utilizadas son $m_b$ y $M_s$. Dependiendo de la escala utilizada, los sismos muestran valores asintóticos a partir de una cierta magnitud (Idriss, 1985). Para evitar este problema de saturación de la magnitud se utilizará la magnitud M definida como max{$m_b$, $M_s$}.

Para determinar la sismicidad de cada zona sismogénica se utiliza la expresión de Gutenberg y Richter:

$$\text{Log } N = a - b\,M$$

donde:

N = Número acumulativo de sismos de magnitud M ó mayor por unidad de tiempo.
a,b= Parámetros que dependen de la sismicidad de la zona.

La expresión anterior se puede escribir como:

$$N = 10^{a}\, e^{-\beta M}$$

donde:

$$\beta = b\,\ell n\,10$$

Para determinar los valores de a y b se utilizó el método de la máxima verosimilitud que ajusta la recta al valor medio de los datos sobre la magnitud mínima de homogeneidad, incluida la máxima magnitud observada, normalizando el aporte que hacen los sismos de diferentes magnitudes. Esto hace que el valor de b refleje de mejor forma las características de la región (Bonilla y Ruiz, 1992).

La tasa $\mu$ es la tasa media anual de ocurrencia de eventos mayores o iguales que la magnitud mínima de homogeneidad. Para determinar la tasa $\mu$ se utiliza una variación del diagrama de Gutenberg y Richter, que consiste en dibujar un número acumulativo de eventos mayores a una determinada magnitud versus el tiempo. De estos gráficos se puede determinar la magnitud mínima de homogeneidad ($M_{min}$) y la tasa $\mu$. La magnitud mínima de homogeneidad corresponderá al gráfico cuyo diagrama acumulativo versus tiempo muestre un comportamiento lineal y monotónicamente creciente, mostrando que a partir de esa magnitud el catálogo es homogéneo y completo. La tasa $\mu$ es la pendiente de la curva acumulativa de eventos mayores o iguales a $M_{min}$ versus el tiempo. $M_{max}$ es la magnitud máxima probable que puede ser liberada como energía sísmica (McGuire,1976). Para determinar esta magnitud se utiliza el criterio de que el más grande evento que ha ocurrido en la fuente en el pasado, es el máximo sismo que se espera en el futuro.

En la Tabla 1 se presentan los parámetros sismológicos de las veinte fuentes sismogénicas. Para determinar las profundidades representativas de los hipocentros en las zonas sismogénicas se realizó un análisis estadístico de cálculo de frecuencias de sismos versus profundidad.

**Leyes de Atenuación**

Se utilizaron dos leyes de atenuación de aceleraciones, la primera es la propuesta por Casaverde y Vargas (1980) y ha sido empleada para las fuentes asociadas al mecanismo de subducción. Esta ley está basada en los registros de acelerógrafos de las componentes horizontales de diez sismos peruanos registrados en Lima y alrededores. La segunda ley de atenuación de aceleraciones utilizada es la propuesta por McGuire (1974) para la Costa Oeste de los Estados Unidos y ha sido empleada para las fuentes asociadas a sismos continentales.

## EVALUACIÓN DEL PELIGRO SÍSMICO

El peligro sísmico se define por la probabilidad que en un lugar determinado ocurra un movimiento sísmico de una intensidad igual o mayor que un valor fijado. En general, se hace extensivo el término intensidad a cualquier otra característica de un sismo, tal como su magnitud, la aceleración máxima, el valor espectral de la velocidad, el valor espectral del desplazamiento del suelo, el valor medio de la intensidad Mercalli Modificada u otro parámetro. La ocurrencia de un evento sísmico es de carácter aleatorio y la Teoría de las Probabilidades es aplicable en el análisis del riesgo de su ocurrencia. Aplicando esta teoría se puede demostrar que si la ocurrencia de un evento A depende de la ocurrencia de otros eventos : $E_1$, $E_2$, ..... $E_n$, mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos; entonces, de acuerdo al teorema de la "Probabilidad Total" se tiene para la probabilidad de ocurrencia de A:

$$P(A) = \sum_{i}^{n} P\,(A/\,E_i) * P\,(E_i)$$

donde P (A/$E_i$) es la probabilidad condicional que A ocurra, dado que $E_i$ ocurra.

La intensidad generalizada (I) de un sismo en un lugar fijado puede considerarse dependiente del tamaño del sismo (la magnitud o intensidad epicentral) y de la distancia al lugar de interés. Si el tamaño del sismo (S) y su localización (R) son considerados como variables aleatorias continuas y definidas por sus funciones de densidad de probabilidad, $f_S(s)$ y $f_R(r)$ respectivamente; entonces, el peligro sísmico definido por la probabilidad que la intensidad I sea igual o mayor que una intensidad dada, será: P ( $I \exists \epsilon$ ) y está dada por:

$$P\,(I \geq i) = \int\int P\,[I/(s,r)]\, f_S\,(s)\, f_R\,(r)\, ds\, dr$$

Esta es la expresión que resume la teoría desarrollada por Cornell en 1968, para analizar el peligro sísmico. La evaluación de esta integral es efectuada por el programa de cómputo RISK desarrollado por McGuire (1976) en el cálculo del peligro sísmico.

**Nivel de Confidencia**

En el presente estudio de peligro sísmico, el nivel de excedencia ($RISK_t$) y probabilidad extrema se definen como la probabilidad que, en un tiempo determinado (tiempo de vida útil) ocurra un sismo de intensidad igual o mayor a una intensidad dada. El nivel de excedencia se expresa de la manera siguiente:

$$RISK = 1 - e^{-\frac{t}{Ry(a)}}$$

donde:

t : tiempo de vida útil

Ry(a) : periodo de retorno promedio en años de un sismo de intensidad > a.

El nivel de confidencia se expresa como:

$$Nivel\ de\ confidencia\ =\ 1 - RISK_t$$

Los movimientos de diseño que el ingeniero debe seleccionar están asociados a un nivel de excedencia suficientemente pequeño durante la vida útil de la edificación. En la Tabla 2 se muestran valores representativos de criterios empleados en la selección de movimientos sísmicos de diseño (Grases, 1989). La selección de los movimientos sísmicos dependen del tipo de obra.

En el presente estudio se considera el 90% de nivel de confidencia para 50 y 100 años de vida

útil (t) que corresponden a 475 y 950 años de período de retorno respectivamente, es decir el 10% de nivel de excedencia en un periodo de t años.

**Determinación del Peligro Sísmico**

Calculados los parámetros sismológicos de las fuentes ($M_{min}$, $M_{max}$, ß, $\mu$), las profundidades representativas de los hipocentros de las fuentes y seleccionadas las leyes de atenuación, se calcularon las aceleraciones horizontales mediante el programa RISK en una malla de puntos (malla de 50x50 Km aproximadamente) en todo el territorio peruano y áreas vecinas. En las Figuras 4 y 5 se muestran los mapas de isoaceleraciones con un 10% de excedencia para 50 y 100 años de vida útil.

Se observa que los valores más altos de aceleraciones máximas están localizados a lo largo de toda la costa y van disminuyendo a medida que se avanza hacia al Este. Así, las zonas de Tumbes, Piura, Ica, Tacna y el Norte de Chile tienen los valores más altos de aceleración, 0.50g y 0.60g para 50 y 100 años de vida útil respectivamente. Debe considerarse que en estas zonas se han producido históricamente sismos muy grandes y además son las zonas que presentan una mayor tasa de ocurrencia de sismos. Los valores obtenidos en el Norte de Chile coinciden con los encontrados por Aiquel (1990) para los mismos periodos de vida útil. Se observa también altas aceleraciones en las zonas de Moyobamba, norte del departamento de Amazonas y en la zona ecuatoriana de Cuenca con 0.32g y 0.38g en 50 y 100 años respectivamente. Los valores más bajos de aceleración están localizados en la zona oriental, en el departamento de Loreto, con valores de 0.06g y 0.08g. Otra región con valores bajos de aceleración es la zona de Madre de Dios con valores de 0.10g y 0.14g.

Las curvas de isoaceleraciones prácticamente se mantienen paralelas a la costa, lo que coincide con el mecanismo de subducción. En la zona Noreste del país se produce una separación y cambios en la orientación de las curvas asociadas a la alta sismicidad de esta zona, especialmente el nido sísmico de Rioja-Moyobamba. Se observa también cambios en la inclinación de las curvas a la altura de la Contorsión Norte de Arequipa, zona en la cual se produce la más importante inclinación de la Placa de Nazca.

Casaverde y Vargas (1980) han presentado distribuciones de aceleraciones en el Perú, aunque los valores no son comparables por haberse usado otro porcentaje de probabilidad, nuevas fuentes sismogénicas y otra metodología para determinar los parámetros sismológicos.

Los resultados que muestran las Figuras 4 y 5 tienen una buena correlación con el mapa de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas (Alva et al, 1984), en el cual se observa que las zonas de Tumbes, Piura, Lima, Arequipa, Tacna y el Norte de Chile tienen intensidades entre VIII y IX Mercalli Modificada y las intensidades más bajas se presentan en la zona oriental con valores por debajo de V MM.
Los valores de aceleraciones máximas deben considerarse como valores medios esperados en

suelo firme, donde no se considera la influencia de las condiciones locales del suelo, ni los efectos de la interacción suelo-estructura. Por estar el país en una zona altamente sísmica, debe realizarse una evaluación del peligro sísmico más específico en los emplazamientos de las estructuras tales como grandes presas, puentes, autopistas, edificios, etc. El costo de construir cada una de estas estructuras y su importancia para el país es demasiado alto como para permitir apoyarse solamente en mapas generales de peligro sísmico.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Considerando que el territorio peruano se halla ubicado en una de las regiones de más alto índice de actividad sísmica de la tierra, ha sido necesario evaluar apropiadamente el peligro sísmico existente, prediciendo probabilísticamente las aceleraciones máximas que podrían ocurrir en cualquier punto del país, utilizando leyes de atenuación de aceleraciones y correlacionando la sismicidad y la tectónica para determinar las fuentes sismogénicas y sus respectivos parámetros sismológicos.

La subducción de la placa de Nazca bajo el Continente Sudamericano y los reajustes que se producen en la corteza terrestre como consecuencia de la interacción y morfología alcanzada por el aparato andino, constituyen los principales elementos que afectan la sismicidad en el país.

La sismicidad histórica proporciona criterios cualitativos de la actividad sísmica del país a partir del siglo XVI, pero dicha actividad no es totalmente representativa pues los registros históricos de sismos no son homogéneos.

En la sismicidad instrumental (a partir de 1963), la estadística sísmica es homogénea, aunque el período de registros es significativamente menor al de la sismicidad histórica. Se realizó un filtrado del catálogo, eliminando réplicas y premonitores, quedando los sismos como eventos principales para ser modelados como una distribución de Poisson.

La distribución espacial de la actividad sísmica está distribuida en dos fajas sísmicas longitudinales a los Andes; una occidental a los Andes y exclusivamente producto de la subducción; y la otra, oriental a los Andes que involucra tanto a procesos de subducción, como también a procesos secundarios, tal como la acción compresiva del escudo brasilero contra el cinturón andino.

Correlacionando la información tectónica y la sismicidad instrumental se definieron 20 fuentes sismogénicas asociadas al proceso de subducción y al proceso del reajuste del aparato andino. Se determinaron los parámetros sismológicos dentro de un esquema estadístico confiable.

Se evaluó el peligro sísmico, basado en la teoría de Cornell, utilizando el programa de cómputo

RISK, obteniéndose mapas de isoaceleraciones para una excedencia de 10% en 50 y 100 años de vida útil.

La concentración de valores más altos de aceleración ocurre a lo largo de la costa y van disminuyendo a medida que se avanza hacia el Este. Estos valores deben considerarse al nivel de suelo firme, donde no se considera la influencia de las condiciones locales, ni los efectos de interacción suelo-estructura.

Los valores de aceleración obtenidos en la evaluación del peligro sísmico dependen fundamentalmente de las leyes de atenuación utilizadas, las que dependen de los registros de aceleración disponibles. Sería recomendable completar la red nacional de acelerógrafos y proponer leyes de atenuación con la información existente y la que se obtenga de futuros sismos.

Los resultados obtenidos en el presente estudio pueden ser utilizados para fines de regionalización sísmica y otros estudios tales como, análisis de vulnerabilidad, riesgo sísmico, efectos de amplificación y obtención del espectro corregido de diseño, etc. Este estudio no es un trabajo final, pues existen parámetros que cambiarán a medida que avancen las investigaciones, produciendo mejores estimaciones del peligro sísmico en el Perú.

## REFERENCIAS


1. Aiquel A. (1990), "Hacia una Nueva Regionalización y Cálculo del Peligro Sísmico en Chile", Tesis de Grado, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

2. Alva J., Meneses J. y Guzmán V. (1984), "Distribución de Máximas Intensidades Sísmicas Observadas en el Perú", V Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Tacna, Perú.

3. Bender B. y Campbell K. (1989), "A Note on the Selection of Minimun Magnitude for use in Seismic Hazard Analysis", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 79, No. 1, pags 199-204.

4. Berrocal J. (1974), "South American Seismotectonics from SAAS Data", Thesis submitted for the Degree of Doctor of Philosophy in the University of Edinburg.

5. Berrocal J., Deza E. y Shikiya J. (1975), "Estudio de Sismicidad para el Proyecto de Derivación del Río Mantaro a Lima", Informe del Instituto Geofísico del Perú a ELECTROPERU S.A.

6. Bolt B. (981), "Terremotos", University of California, Berkeley.

7. Bonilla F. y Ruiz M. (1992), "Evaluación del Peligro Sísmico en el Ecuador", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador.

8. Casaverde L. y Vargas J. (1980), "Zonificación Sísmica del Perú", II Seminario Latinoamericano de Ingeniería Sismo-Resistente, Organización de Estados Americanos y Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.

9. Cornell A. (1968), "Engineering Seismic Risk Analysis", Bulletin of the Seismological Society of America", Vol 58, No. 5 pags. 1538-1606.

10. Deza E. (1969), "Estudio Preliminar sobre las Zonas de Transición que separan posibles Regiones Sismotectónicas del Margen Occidental de Sudamérica: Zona de Transición en el Perú", I Congreso Nacional de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Lima, Perú.

11. Deza E. y Carbonell C. (1978), "Regionalización Sismotectónica Preliminar del Perú", IV Congreso Peruano de Geología, Lima, Perú.

12 Deza E. (1990), "Identificación de una Posible Estructura en Bloques en el Sur del Perú", Seminarios CISMID-UNI, Lima, Perú.

13. Dorbath L., Cisternas A. y Dorbath C. (1990), "Assessment of the Size of Large and Great Historical Earthquakes in Peru", Bulletin of the Seismological Society of America", Vol 80, No. 3 pags. 551-576.

14. Grases J. (1989), "Peligro Sísmico con fines de Ingeniería", Revista Geofísica 31, págs. 261-279.

15. Idriss M. (1985), "Evaluating Seismic Risk in Engineering Practice", Proceedings of the 11th ICSMFE, Vol. 1, San Francisco, USA.

16. Isacks B., Oliver J. y Sykes L.R. (1968), "Seismology and Global Tectonics", Journal of Geophysical Research, Vol 73, No. 18, pág. 5855-5899.

17. Kelleher J. (1972), "Rupture Zones of Large South America Earthquake and Some Predictions", Journal of Geophysical Research, Vol 77, No. 11.

18. Macharé J., Leureyro J. y Sebrier M. (1991), "Actualización del Mapa Neotectónico del Perú a Escala 1:2'000,000", VII Congreso Peruano de Geología, Lima, Perú.

19. McGuire R. (1974), "Seismic Structural Response Risk Analysis incorporating Peak Response Regresion on Earthquake Magnitude and Distance", MIT Report R74-51, Cambridge, Mass. USA.

20. McGuire R. (1976), "Fortran Computer Program for Seismic Risk Analysis", Open-File Report 76-67, U.S. Geological Survey.

21. Ocola L. (1989), "Patrones de Sismicidad en el Perú y Areas Vecinas", Seminarios CISMID-UNI, Lima, Perú.

22. Pacheco J. y Sykes L. (1992), "Seismic Moment Catalog of Large Shallow Earthquakes, 1900 to 1989", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 82, No. 3, pags. 1306-1349.

23. Sebrier M., Huamán D., Blanc J.L., Macharé J., Bonnot D. y Cabrera J. (1982), "Observaciones acerca de la Neotectónica del Perú", Instituto Geofísico del Perú, Lima, Perú.

24. Silgado E. (1978), "Historia de los Sismos más Notables ocurridos en el Perú (1513-1974)", Instituto de Geología y Minería, Boletín No. 3, Serie C, Geodinámica e Ingeniería Geológica, Lima, Perú.

25. SISRA (1985), "Catálogo de Terremotos para América del Sur", Vol 7a, 7b y 7c, Proyecto SISRA, CERESIS, Lima, Perú.

**TABLA 1 PARÁMETROS SISMOLÓGICOS DE LAS FUENTES SISMOGÉNICAS**

| FUENTE | Mmin | Mmax | TASA | BETA | PROF (Km) |
|---|---|---|---|---|---|
| F1 | 4.8 | 8.1 | 1.49 | 2.51 | 50 |
| F2 | 4.8 | 7.9 | 3.28 | 2.60 | 40 |
| F3 | 4.8 | 8.0 | 6.43 | 3.14 | 30, 60 |
| F4 | 4.8 | 8.2 | 3.79 | 3.24 | 40, 60 |
| F5 | 4.8 | 8.2 | 3.95 | 2.82 | 60 |
| F6 | 4.9 | 7.4 | 0.44 | 2.67 | 50 |
| F7 | 4.9 | 7.4 | 0.17 | 3.57 | 40 |
| F8 | 4.9 | 7.0 | 0.19 | 2.42 | 65 |
| F9 | 4.9 | 7.5 | 0.88 | 3.30 | 60 |
| F10 | 4.9 | 7.3 | 0.71 | 2.57 | 50 |
| F11 | 4.9 | 7.1 | 3.60 | 3.55 | 40, 60 |
| F12 | 4.9 | 7.1 | 0.75 | 4.55 | 50 |
| F13 | 4.9 | 6.9 | 0.18 | 2.52 | 100 |
| F14 | 4.9 | 6.5 | 0.86 | 4.75 | 100 |
| F15 | 4.9 | 7.2 | 1.64 | 2.69 | 100 |
| F16 | 4.9 | 7.2 | 3.09 | 3.76 | 115 |
| F17 | 4.9 | 7.5 | 12.82 | 3.69 | 90, 125, 160 |
| F18 | 4.9 | 7.5 | 2.43 | 2.29 | 110, 180 |
| F19 | 4.9 | 7.0 | 2.87 | 3.33 | 120, 160 |
| F20 | 4.9 | 7.5 | 0.75 | 1.69 | 610 |

**TABLA 2 VALORES REPRESENTATIVOS DE CRITERIOS EMPLEADOS EN LA SELECCIÓN DE MOVIMIENTOS SÍSMICOS DE DISEÑO**

| TIPO DE OBRA | VIDA UTIL (t años) | PROBABILIDAD DE EXCEDENCIA | TIEMPO DE RETORNO (años) |
|---|---|---|---|
| - Instalaciones esenciales con capacidad muy limitada para resistir deformaciones inelásticas y peligro de contaminación (contenedor de reactores nucleares). | 50 a 100 | 0.01 | >5,000 |
| - Equipos de S/E eléctricas de alto voltaje. | 50 | 0.03 | 1,600 |
| - Puentes o viaductos de arterias principales. | 100 | 0.10 | 950 |
| - Tanques de almacenamiento de combustible. | 30 | 0.05 | 590 |
| - Edificaciones para viviendas. | 50 | 0.10-0.20 | 225/500 |
| - Construcciones temporales que no amenacen obras de importancia mayor. | 15 | 0.30 | 40 |

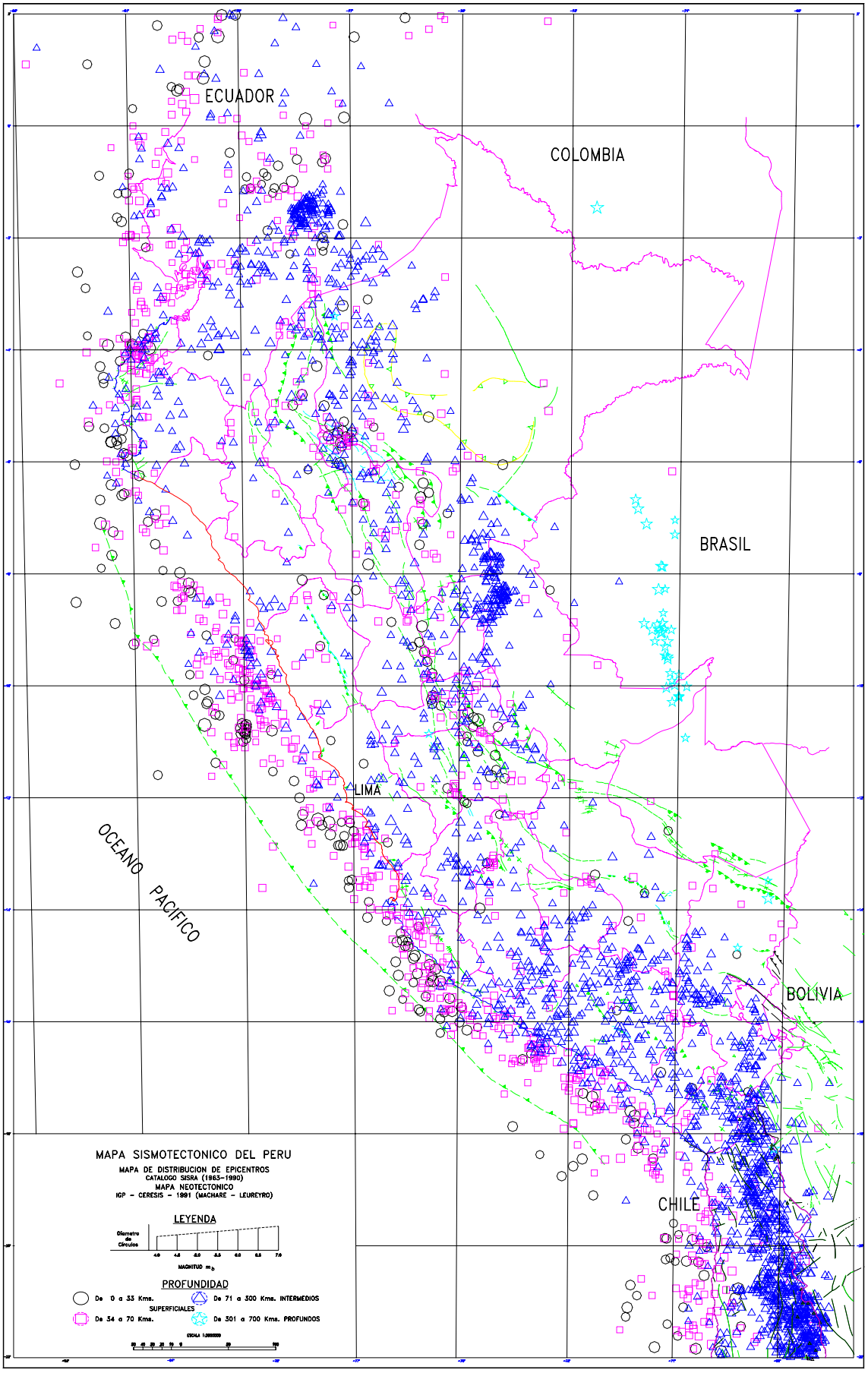



**Figura Nº 1: Mapa Sismotectónico del Perú**

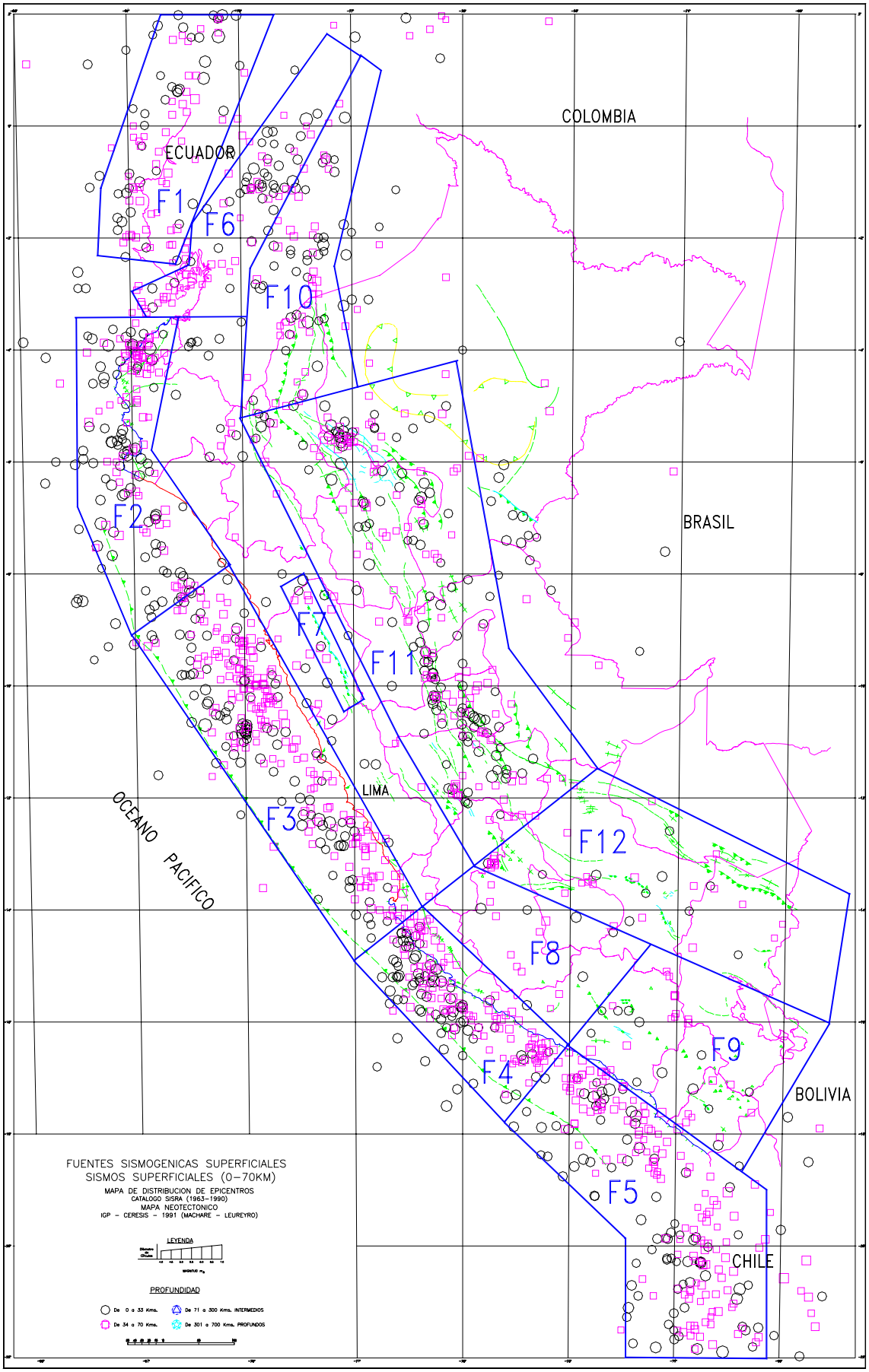



**Figura Nº 2: Fuentes Sismogénicas Superficiales**

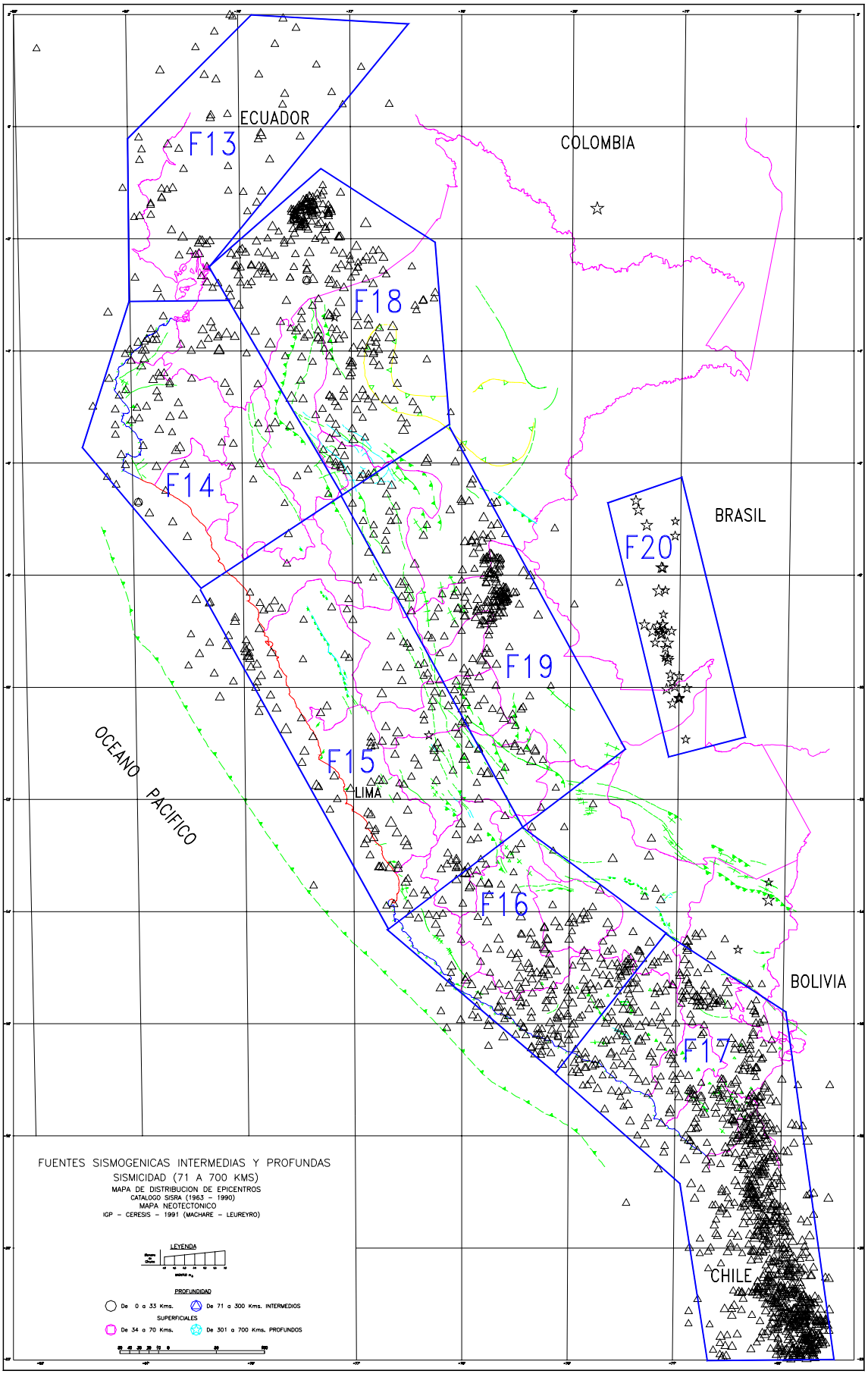



**Figura Nº 3 : Fuentes Sismogénicas Intermedias y Profundas**

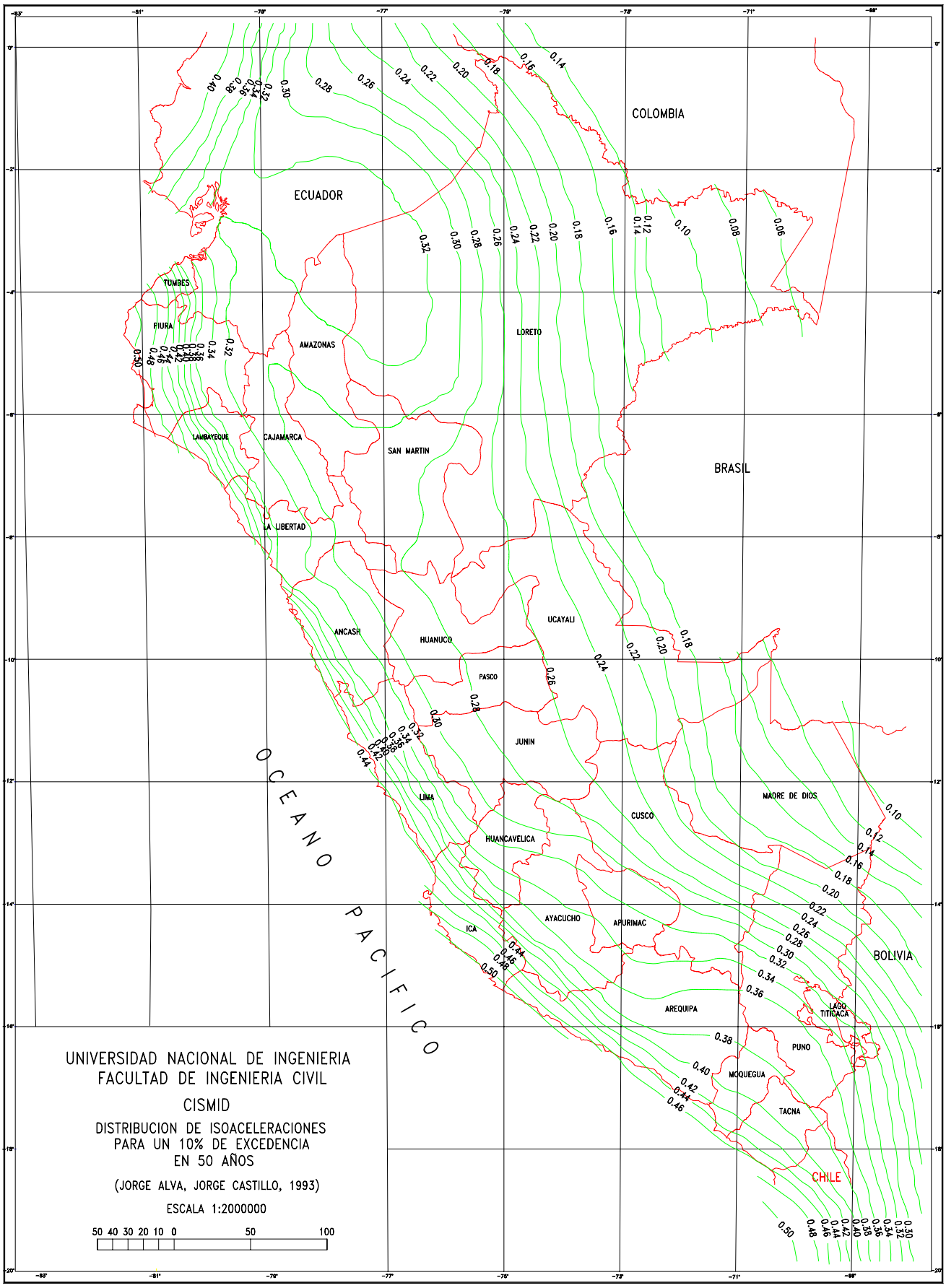



**Figura Nº 4: Distribución de Isoaceleraciones para 10% de Excedencia en 50 años**

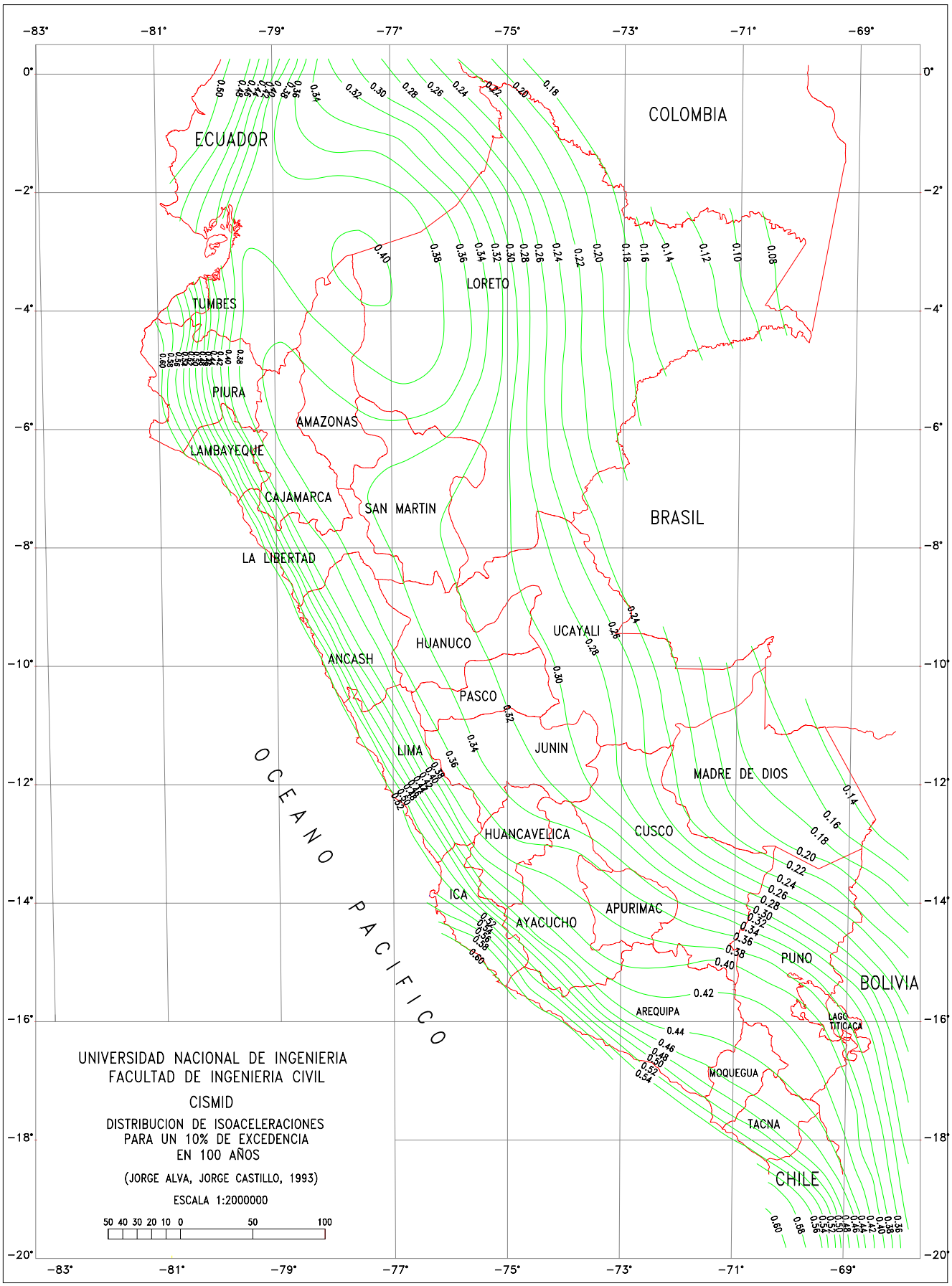



**Figura Nº 5: Distribución de Isoaceleraciones para 10% de Excedencia en 100 años**

# DISEÑO SISMICO DE PRESAS DE TIERRA Y ENROCADO (*)

Jorge E. Alva Hurtado ([1])
Miguel Infantes Quijano ([1])

**RESUMEN**

Se presenta una revisión de los métodos existentes para realizar el diseño sísmico de presas de tierra y enrocado. En primer lugar se presenta el método pseudo-estático que utiliza un coeficiente lateral sísmico. Después se ilustra el método simplificado de deformación permanente y finalmente se describe el análisis de estabilidad dinámico en base a la respuesta sísmica de la presa. Los casos de ocurrencia de licuación de suelos en materiales susceptibles no serán tratados en este artículo. Con el objeto de ilustrar la metodología se presenta su aplicación a la Presa Palo Redondo del Proyecto Chavimochic, diseño a nivel de factibilidad.

## 1. INTRODUCCION

En tiempos recientes se ha logrado un progreso notable en el entendimiento del comportamiento de las presas de tierra y enrocado sometidas a la acción sísmica. Se tienen disponibles métodos analíticos para calcular la respuesta dinámica de estructuras de tierra y enrocado, se realizan ensayos estáticos y dinámicos para determinar las propiedades del suelo bajo cargas estáticas y dinámicas y se disponen de métodos de diseño para evaluar la estabilidad sísmica y el potencial de deformación de éstas (Seed et al, 1978, Seed, 1979).

Cualquier presa bien construida puede soportar sismos moderados, con aceleraciones máximas de 0.2 g, sin daños. Las presas de material arcilloso con cimentación arcillosa o rocosa pueden soportar sismos fuertes con magnitudes Richter de 8.25 y aceleraciones máximas de 0.35 a 0.8 g, sin daños aparentes. Las presas de enrocado con pantalla de concreto se mantienen secas y son capaces de soportar sismos extremadamente fuertes, con pequeñas deformaciones. El esfuerzo de diseño debe concentrarse en las presas que pueden presentar daño por sismo severo o están constituidas por materiales granulares saturados, que pueden perder su resistencia o sufrir aumento de presión de poros. En este caso se requiere un análisis dinámico, que proporcione una base de diseño más confiable.

(1) Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingeniería Civil
Laboratorio Geotécnico del CISMID
(*) Ponencia Presentada al XII Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Huánuco, 1999

## 2. MÉTODO PSEUDO-ESTATICO

En este método se emplea el cálculo del factor de seguridad de la estabilidad de taludes por equilibrio límite, adicionando un coeficiente lateral sísmico. Uno de los principales problemas con este método es determinar el coeficiente lateral sísmico, que depende de la sismicidad del país y es de naturaleza semi-empírica (Seed y Martín,1966). Ruesta et al (1988) han propuesto valores del coeficiente lateral sísmico para presas de tierra y enrocado en el Perú, que se presentan en la Figura 1. Los valores propuestos son consistentes con los valores utilizados en presas de tierra y enrocado diseñadas y construidas en el Perú y en el mundo. Además, el análisis de estabilidad pseudo-estático sirve también para determinar el valor de la aceleración de fluencia que se emplea en el método de deformación permanente.

Para realizar el análisis de la estabilidad de los taludes en condiciones estáticas y pseudo-estáticas se utiliza el método de equilibrio límite de Bishop (1955), tal como el implementado en el programa de cómputo SLOPE/W de Geoslope International (1998).

## 3. METODO DE DEFORMACION PERMANENTE

En este método la deformación permanente producida por un sismo se emplea como criterio de diseño. Es un método racional simple, que se aplica a presas formadas por suelos arcillosos compactos, arenas secas y suelos granulares densos. En estos casos existe poco potencial de desarrollo de presión de poros, se desarrollan deformaciones pequeñas y el material retiene su resistencia estática. En este método se evalúa la respuesta dinámica para calcular las deformaciones permanentes. La falla ocurre en una superficie de deslizamiento bien definida con comportamiento elástico hasta la falla y luego ocurre comportamiento perfectamente plástico.

Este método fue propuesto originalmente por Newmark (1965). Sarma (1975) propuso usar el modelo para analizar los efectos de las fuerzas de inercia y presión de poros en el factor de seguridad, la aceleración crítica y el desplazamiento. Makdisi y Seed (1977) desarrollaron un método simplificado basado en el concepto original de Newmark. La descripción del método es la siguiente:

1. Se determina la aceleración de fluencia, es decir el coeficiente lateral sísmico con el cual una superficie potencial de falla desarrollará un factor de seguridad igual a la unidad. Los valores de la aceleración de fluencia están en función de la geometría del terraplén, la resistencia del material y la localización de la superficie potencial de deslizamiento.

2. Se determinan las aceleraciones producidas por el sismo en la presa por medio de un análisis de respuesta dinámica. Se emplean técnicas de elementos finitos con propiedades del suelo dependientes del nivel de deformación o técnicas unidimensionales más simples. De estos análisis se determinan los tiempo-historia de aceleraciones promedio para las superficies potenciales de falla.

3. En una masa potencial de deslizamiento, cuando la aceleración inducida excede a la aceleración calculada, se asume que los movimientos ocurrirán a lo largo de la dirección del plano de falla y la magnitud del desplazamiento se evalúa por un procedimiento simple de doble integración.

La aceleración máxima en la corona de la presa se denomina ümax y la aceleración máxima promedio para una masa deslizante potencial a una profundidad y, se denomina Kmax. Seed y Martín (1966) y Ambraseys y Sarma (1967) presentaron relaciones de variación de aceleración máxima con profundidad en base a modelos de vigas de corte con material viscoelástico. Makdisi y Seed (1977) emplearon el método de elementos finitos para determinar relaciones de Kmax/ümax con la profundidad, que se presenta en la Figura 2. De esta figura, conociendo el valor de ümax y la superficie de falla, puede calcularse el valor de Kmax.

Las Figuras 3 y 4 presentan los valores de las deformaciones permanentes de la corona de una presa para diferentes magnitudes de terremotos. La deformación permanente se calcula en base a los valores de Ky/Kmax, el período de vibración de la presa y la magnitud del sismo

## 4. ANALISIS DE ESTABILIDAD DINAMICO

En este método de análisis se evalúa en primer lugar los esfuerzos estáticos existentes en la presa antes de la ocurrencia del sismo, tomando en consideración la influencia de la secuencia constructiva, el llenado de la presa y las condiciones de drenaje. Esta evaluación se realiza mediante el método de elementos finitos con programas como el FEADAM 84 (Duncan et al, 1984) o el GEOSOFT (Parra, 1996) desarrollado en el CISMID de la UNI. Generalmente se utilizan parámetros hiperbólicos estáticos para los materiales constituyentes de la presa (Duncan et al, 1980).

Después de calculados los esfuerzos estáticos, se evalúa la respuesta sísmica por medio de procedimientos analíticos o métodos numéricos. El programa SHAKE (Schnabel et al, 1972) y las versiones más modernas de SHAKE91 (Idriss y Sun, 1992) y SHAKE21 (Kagawa, 1995) evalúan la respuesta mediante el análisis unidimensional de propagación de ondas con el uso para el suelo de modelos lineales equivalentes (Seed e Idriss, 1970; Seed et al, 1984).

El análisis bidimensional de respuesta sísmica se efectúa mediante el programa QUAD4M (Hudson et al, 1994) entre otros programas disponibles. El programa QUAD4M utiliza los esfuerzos estáticos calculados por FEADAM84 para determinar el módulo de corte dinámico en cada elemento y emplea el método de Newmark para lograr la integración de la ecuación de movimiento en el tiempo; la matriz de masa es del tipo concentrada y el amortiguamiento es variable usando el esquema de dos frecuencias.

El programa GEOSOFT desarrollado inicialmente por Parra (1996) y actualizado en el CISMID realiza automáticamente el cálculo de los esfuerzos iniciales antes del sismo con un modelo es hiperbólico para las relaciones esfuerzo-deformación-cambio de volumen del suelo. Para el análisis dinámico se puede utilizar para la integración en el tiempo los métodos de Newmark y Wilson; además se puede emplear una matriz de masa consistente o concentrada y el amortiguamiento es variable usando el esquema de una frecuencia. El programa utiliza amortiguadores imperfectos en las fronteras infinitas del modelo. Los parámetros dinámicos del suelo son similares a los anteriores.

Para calcular las deformaciones permanentes producidas en una presa por la acción sísmica, tanto por los métodos simplificados como por el análisis de estabilidad dinámico se desarrollaron algoritmos y hojas de cálculo, Infantes (1999).

## 5. CASO ESTUDIADO: PRESA PALO REDONDO

El Proyecto Chavimochic requiere de un futuro embalse para regular los caudales derivados del Río Santa. Este embalse se ubicará en la Quebrada Palo Redondo, antes que el canal ingrese al túnel Intercuencas (Figura 5). El embalse tendrá un volumen total de 370 millones de metros cúbicos, de los cuales 70 corresponden al volumen muerto de sedimentos. La Presa Palo Redondo tendría una longitud de coronación de 770 m y cerca de 480 m en la base, con una altura máxima de 115 m sobre la cimentación de roca. En el estudio de factibilidad de la Presa Palo Redondo se han considerado tres alternativas de presa para el embalse:

- Presa de materiales gruesos con núcleo impermeable de arcilla.
- Presa de materiales gruesos con pantalla impermeable de concreto en el talud aguas arriba.
- Presa de gravedad, construida de concreto compactado con rodillo.

En este artículo se presenta el análisis sísmico de la alternativa de presa de materiales gruesos con pantalla de concreto, cuya sección máxima y materiales constituyentes se presenta en la Figura 6 (Alva Hurtado, 1990). El análisis sísmico original ha sido complementado recientemente por Infantes (1999), que ha ejecutado además el análisis de estabilidad sísmica.

El cuerpo principal de la presa estará formado por material de la Quebrada Palo Redondo, del cual deberá descartarse las partículas mayores de 12". En el talud aguas abajo, a modo de relleno estabilizador, se colocará el mismo material, pero con bloques de hasta 24" de diámetro. El material del cuerpo de presa se apoyará directamente sobre el material de quebrada previa limpieza de los 0.5 m superiores y se colocará en capas de 1 m compactado con rodillo vibratorio. El material aluvial de cimentación tiene un espesor variable de 5 a 20 m. La pantalla de concreto deberá cimentarse en roca, la que requiere una cortina de inyecciones de impermeabilización y consolidación. Existen además materiales de transición, filtros y materiales de protección.

## 5.1 Análisis de Estabilidad Estático y Pseudo- Estático

En base a los ensayos realizados en las muestras de los materiales de cantera y a la literatura existente se establecieron los parámetros de resistencia cortante de los materiales, éstos se presentan en la Tabla 1.

**Tabla 1**
**Parámetros de Resistencia Cortante de los Materiales de la Presa Palo Redondo**

| Material | Densidad ($KN/m^3$) | Resistencia | |
|---|---|---|---|
| | | C' (KPa) | ϕ' (°) |
| Roca de Cimentación | 24 | 100 | 45 |
| Material de Cimentación | 21 | 0 | 36 |
| Cuerpo Principal de Presa | 21 | 0 | 38 |
| Bloque Estabilizador | 22 | 0 | 42 |
| Material de Transición | 20 | 0 | 36 |

Se realizó el análisis de estabilidad para la condición al final de la construcción, por ser ésta la condición más desfavorable y estar la presa permanentemente seca. En el estudio original se recomendó el uso de un coeficiente lateral sísmico de 0.20 (Castillo y Alva Hurtado, 1993).

Para realizar los análisis de estabilidad de taludes para las condiciones establecidas se utilizó el programa de cómputo SLOPE/W. Los factores de seguridad calculados se detallan en la Tabla 2.

**Tabla 2**
**Factores de Seguridad Calculados en el Análisis de Estabilidad**

| Condición | Talud Aguas Abajo | | Talud Aguas Arriba | |
|---|---|---|---|---|
| | Estático | Pseudo-Estático | Estático | Pseudo-Estático |
| Al Final de la Construcción | 1.44 | 1.06 | 1.53 | 1.03 |

Si se comparan estos resultados con los factores mínimos establecidos por el US Corps of Engineers para presas de tierra, se podrá observar que los taludes de esta presa son adecuados.

## 5.2 Análisis de Respuesta Dinámica

Los parámetros utilizados en este análisis, así como las curvas de reducción del módulo cortante y factor de amortiguamiento se han estimado considerando que el

material de la cimentación corresponde a un suelo gravoso de mal a bien graduado (Seed et al, 1984). El análisis de respuesta sísmica se realizó con la componente horizontal N 82° O del sismo de Lima-Perú de Octubre de 1974. Según el Estudio de Peligro Sísmico de la zona (Castillo y Alva Hurtado, 1993), para el sismo de diseño se ha determinado un valor de aceleración máxima de 0.38 g con una magnitud Ms igual a 7.5; el acelerograma del sismo anteriormente nombrado fue escalado a este valor. Los parámetros dinámicos empleados se presentan en Infantes (1999).

### 5.2.1 Cálculo simplificado de la aceleración máxima en la corona y período natural

Este procedimiento fue desarrollado por Makdisi y Seed (1977). Para realizar este análisis se tomó en cuenta que el material del cuerpo de la presa es un material gravoso, para lo cual se utilizaron los valores de los factores de reducción del módulo cortante y la razón de amortiguamiento en función de la deformación cortante efectiva correspondientes a este material.

Las propiedades iniciales utilizadas fueron las siguientes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| * Altura de la Presa, h | : | 95.00 | m |
| * Peso Unitario, $\gamma$ | : | 21.00 | $KN/m^3$ |
| * Módulo Cortante Máximo, $G_{max}$ | : | 892,184.06 | KPa |
| * Velocidad de Corte Máxima, $V_{max}$ | : | 650.00 | m/s |
| * Aceleración Máxima, $a_{max}$ | : | 0.38 | g |

Luego se determina una velocidad de corte inicial ($V_s$), que fue de 330 m/s. Con esto se determina una relación $G/G_{max}$ y una deformación cortante inicial. Los resultados finales después de 5 iteraciones se presentan en la Tabla 3.

**Tabla 3**
**Resultados del Procedimiento Simplificado de Makdisi y Seed (1977)**

| Resultados | Lima 10/74 N 82° O |
|---|---|
| Aceleración Máxima en la Cresta (g) | 1.13 |
| Periodo Natural (s) | 0.737 |
| Deformación Cortante Promedio (%) | 0.064 |
| Amortiguamiento (%) | 13.40 |

Se observa que las aceleraciones máximas en la cresta son altas. Esto se debe a que el material es gravoso. Este valor de amplificación utilizando este procedimiento se ha obtenido en este tipo de material en otras oportunidades.

### 5.2.2 Cálculo de la respuesta dinámica

#### A. ANALISIS UNIDIMENSIONAL

La sección que se utilizó corresponde al eje de la presa. Su estratificación parte desde una cota de 230.00 m.s.n.m. donde se encuentra el basamento rocoso, hasta llegar a los 250.00 m.s.n.n.m, que corresponde al material gravoso de cimentación. El material del cuerpo de la presa alcanza hasta una cota de 345.00 m.s.n.m., que corresponde a la corona de la presa. Los valores de los factores de reducción del módulo cortante y la razón de amortiguamiento en función de la deformación cortante efectiva correspondientes al material de cimentación y al material del cuerpo de la presa son los mismos que en el caso anterior. Se obtuvo una aceleración en la cresta de 0.47 g con el programa SHAKE21 y de 0.41 g con el programa SHAKE91.

#### B. ANALISIS BIDIMENSIONAL

En la Figura 7 se ilustra la malla de elementos finitos que se utilizó para los análisis bidimensionales, tanto estáticos como dinámicos. Esta malla está compuesta por 769 nudos y 727 elementos. Para la evaluación de los esfuerzos estáticos se utilizó el modelo hiperbólico. La estimación de los parámetros hiperbólicos utilizados en el modelo constitutivo empleado se ha realizado a partir de la información existente en la literatura para materiales similares analizados (Duncan et al., 1980). Se utilizó el programa FEADAM84 (Duncan et al., 1984). En la Figura 8 se muestra la distribución de los esfuerzos cortantes obtenidos.

El siguiente paso es el cálculo bidimensional de la respuesta sísmica propiamente dicha, en donde se calcularán los esfuerzos dinámicos máximos producidos durante el evento sísmico. Para la determinación de las aceleraciones máximas y esfuerzos dinámicos máximos mediante el análisis bidimensional de respuesta sísmica se utilizó el programa QUAD4M (Hudson et al, 1994). Los valores de las propiedades dinámicas y de los materiales de la presa son los mismos que los utilizados anteriormente.

En las Figuras 9 y 10 se muestra la distribución de esfuerzos cortantes dinámicos máximos y la distribución de aceleraciones máximas obtenidas, respectivamente. Adicionalmente se realizó el mismo análisis bidimensional con el programa GEOSOFT. Los resultados son bastante similares. Por ejemplo, se obtuvo una aceleración en la cresta de 0.66 g con QUAD4M y de 0.60 g con GEOSOFT.

### 5.3 Análisis de Deformación Permanente

Este análisis se realizó con los métodos de Newmark, Sarma y Makdisi y Seed, cuyos resultados se presentan a continuación.

#### A. MÉTODO DE NEWMARK

Se consideró ocho superficies potenciales de falla, cuatro de ellas ubicadas aguas arriba y las demás ubicadas aguas abajo. Son superficies que pasan de la corona a 1/4, 1/2 , 3/4 y una altura total de la presa. Se calculó la aceleración de fluencia, $K_y$, para cada una de estas superficies potenciales de deslizamiento, es decir la aceleración que desarrollaría un factor de seguridad igual a la unidad. Para esto se empleó el programa SLOPE/W.

**Tabla 4**

Aceleración de Fluencia ($K_y$) de las Superficies de Falla - Presa Palo Redondo

| Profundidad/Altura Total (y /H) | Aceleración de Fluencia ($K_y$) | |
|---|---|---|
| | Talud Aguas Abajo | Talud Aguas Arriba |
| 1/4 | 0.29 | 0.32 |
| 1/2 | 0.27 | 0.29 |
| 3/4 | 0.25 | 0.26 |
| 1 | 0.23 | 0.23 |

En la Tabla 5 se presentan las aceleraciones inducidas máximas ($K_{max}$)

**Tabla 5**

Aceleraciones Inducidas Máximas ($K_{max}$) en g - Presa Palo Redondo

| Profundidad/Altura Total (y/H) | Sismo | |
|---|---|---|
| | Lima 10/74 N 82° 0 | |
| | Aguas Arriba | Aguas Abajo |
| 1/4 | 0.739 | 0.465 |
| 1/2 | 0.482 | 0.237 |
| 3/4 | 0.327 | 0.171 |
| 1 | 0.258 | 0.165 |

Como siguiente paso se calculan las deformaciones permanentes mediante un proceso simple de doble integración. En la Tabla 6 se resume las deformaciones permanentes calculadas para cada caso.

**Tabla 6**

**Deformaciones Permanentes Calculadas por el Método de Newmark**

| Profundidad/Altura Total (y/H) | Sismo | |
|---|---|---|
| | Lima 10/74 N 82° 0 | |
| | Aguas Arriba (cm) | Aguas Abajo (cm) |
| 1/4 | 41.196 | 1.532 |
| 1/2 | 13.253 | 0.000 |
| 3/4 | 1.498 | 0.000 |
| 1 | 0.094 | 0.000 |

Las deformaciones obtenidas son muy pequeñas, esto indica que la presa tiene una capacidad muy grande de resistir sismos extremadamente fuertes.

## B. MÉTODO DE SARMA

Para este cálculo se consideró un ángulo de fricción del material del cuerpo de la presa de 38° y un periodo predominante de vibración de 1.20 seg. En la Tabla 7 se presenta el resumen de resultados para cada uno de los taludes de la presa.

**Tabla 7**

Deformaciones Permanentes Calculadas por el Método de Sarma

### A. Talud Aguas Arriba

| y/H | $K_c$ | K | $K_m$ | $K_c / K_m$ | Deformación Permanente (cm) |
|---|---|---|---|---|---|
| ¼ | 0.294 | 1.35 | 0.513 | 0.573 | 80.002 |
| ½ | 0.266 | 1.00 | 0.380 | 0.700 | 36.376 |
| ¾ | 0.249 | 0.70 | 0.266 | 0.936 | 4.057 |
| 1 | 0.215 | 0.50 | 0.190 | 1.132 | 0.084 |

### B. Talud Aguas Abajo

| y/H | $K_c$ | K | $K_m$ | $K_c / K_m$ | Deformación Permanente (cm) |
|---|---|---|---|---|---|
| ¼ | 0.314 | 1.35 | 0.513 | 0.612 | 75.515 |
| ½ | 0.285 | 1.00 | 0.380 | 0.750 | 28.920 |
| ¾ | 0.255 | 0.70 | 0.266 | 0.954 | 2.326 |
| 1 | 0.232 | 0.50 | 0.190 | 1.221 | 0.083 |

## C. MÉTODO DE MAKDISI Y SEED

Para aplicar este método se tomó en cuenta los resultados obtenidos con el método simplificado de Makdisi y Seed para el cálculo de la aceleración máxima en la cresta y el periodo natural, por ser ésta la más conservadora en términos de la aceleración máxima calculada. Las aceleraciones de fluencia ($K_y$) se pueden obtener con algún procedimiento o programa de equilibrio límite. Para este caso se utilizaron las mismas calculadas para el Método de Newmark. En la Tabla 8 se presenta las deformaciones permanentes para cada una de las profundidades de la superficie potencial de deslizamiento para una magnitud Ms igual a 7.5.

**Tabla 8**
**Deformaciones Permanentes Calculadas por el Método de Makdisi y Seed**

Sismo de Lima – Perú 10/74 componente N82°O

Ms = 7.50 ümax = 1.1280 g To = 0.737 seg

### A. Talud Aguas Arriba

| y/H | $K_y$ | $\frac{K_{max}}{ü_{max}}$ | $K_{max}$ | $\frac{K_v}{K_{max}}$ | $\frac{U}{K_{max}.g.To}$ | Deformación Permanente (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/4 | 0.29 | 0.85 | 0.959 | 0.302 | 0.140 | 97.089 |
| 1/2 | 0.27 | 0.60 | 0.677 | 0.399 | 0.070 | 34.267 |
| 3/4 | 0.25 | 0.44 | 0.496 | 0.504 | 0.038 | 13.641 |
| 1 | 0.23 | 0.35 | 0.395 | 0.583 | 0.022 | 6.282 |

### B. Talud Aguas Abajo

| y/H | $K_y$ | $\frac{K_{max}}{ü_{max}}$ | $K_{max}$ | $\frac{K_v}{K_{max}}$ | $\frac{U}{K_{max}.g.To}$ | Deformación Permanente (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/4 | 0.32 | 0.85 | 0.959 | 0.334 | 0.118 | 81.832 |
| 1/2 | 0.29 | 0.60 | 0.677 | 0.428 | 0.058 | 28.392 |
| 3/4 | 0.26 | 0.44 | 0.496 | 0.524 | 0.032 | 11.488 |
| 1 | 0.23 | 0.35 | 0.395 | 0.583 | 0.021 | 5.997 |

Según Seed (1969), la deformación permanente inducida por un sismo en una presa no debe exceder de 3 pies, que es aproximadamente 1 m. Se observa que la presa cumple con este requisito para las condiciones de diseño.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

* En este artículo se presenta una metodología de diseño sísmico de presas de tierra y enrocado siguiendo un procedimiento por etapas. Primera etapa: método pseudo-estático. Segunda etapa: método simplificado de deformación permanente. Tercera etapa: análisis riguroso de la respuesta sísmica. Se comprueba que para presas de pequeña y mediana altura, los análisis pseudo-estáticos utilizados con un apropiado coeficiente sísmico y una verificación de las deformaciones permanentes, pueden ser adecuados.

* Debido a las limitaciones en la selección de un adecuado coeficiente sísmico, el análisis pseudo-estático no es suficiente para presas de tierra y enrocado de gran altura. Para esto existen diversos procedimientos más sofisticados de respuesta dinámica. No obstante, los métodos pseudo-estáticos siguen en vigencia por su sencillez y rapidez en el diseño sísmico de presas pequeñas y de mediana altura.

* El método de estabilidad pseudo-estático se aplica a presas o diques de enrocado, rellenos cohesivos y arenas compactadas.
* La zonificación del coeficiente sísmico propuesto por Ruesta et al. (1988), no exime al diseñador de la realización de estudios de peligro sísmico para determinar dicho coeficiente en el diseño sísmico definitivo de presas importantes.

* Para presas de enrocado los coeficientes sísmicos propuestos son menores que para presas de tierra debido a que éstas presentan un mayor ángulo de fricción interna y generalmente no presentan problemas de presión de poros.

* Para las presas construidas de o sobre suelos granulares saturados, sueltos a medianamente densos (presas de relave), sometidas a movimientos fuertes, una causa principal de daño o falla es el incremento en la presión de poros en el suelo granular y la posible pérdida de la mayor parte de su resistencia, producto de este aumento de presión de poros (licuación). No es posible predecir este tipo de falla mediante el análisis pseudo-estático. En este caso se requiere un procedimiento de análisis dinámico, que proporcione una base más confiable para evaluar el comportamiento sísmico de este tipo de presa. Esto significa realizar un análisis de estabilidad post-sismo. La descripción de este método está fuera del alcance de este artículo.

* El método de deformación permanente de Newmark sólo puede ser aplicado si previamente se realiza un análisis de respuesta sísmica para el cálculo de las aceleraciones promedio inducidas para una masa potencial de falla. Para la aplicación de este método se recomienda una apropiada selección de las propiedades dinámicas de los materiales.

* Se verificó que el método de Sarma es aplicable a cualquier tipo de estructura de tierra, además este procedimiento no es conservador. Cabe recalcar que este procedimiento también puede ser empleado para tener en cuenta el incremento de la presión de poros dentro de la estructura de tierra.

* Se comprueba que el método de Makdisi y Seed es un método muy simple de aplicar, ya que no requiere de mayores cálculos. Aunque su uso es demasiado conservador para ciertos casos, es suficiente para verificar las deformaciones permanentes en presas de tierra y enrocado de mediana altura.

* El uso de procedimientos unidimensionales para el análisis sísmico de presas no es recomendable para un estudio definitivo, pero si para tener una noción preliminar cuando no se tiene disponible otras herramientas numéricas.
* El análisis de estabilidad dinámico riguroso o de respuesta sísmica se aplica a presas o diques de arenas medianamente densas o cimentación similar. Se debe tener muy en cuenta el método de análisis a emplear, los programas más idóneos y la interpretación de resultados.

* Para el uso apropiado de nuevos programas de cómputo se recomienda la verificación de sus resultados con otros de uso generalizado.

* El análisis riguroso requiere determinar los esfuerzos estáticos iniciales antes que se produzca el movimiento sísmico. Para este caso se concluye que los métodos de elementos finitos son adecuados para simular la secuencia constructiva y la respuesta dinámica posterior. El programa GEOSOFT que integra el análisis estático y dinámico es conveniente y fácil de usar, por lo que se recomienda su empleo.

* La evaluación de la estabilidad sísmica en el caso de presas de tierra y enrocado está referida a su capacidad para soportar las solicitaciones dinámicas, manteniendo su integridad y operatividad durante y después de la ocurrencia del evento sísmico, particularmente limitando sus deformaciones permanentes.

* Del análisis del caso presentado se concluye que el procedimiento de evaluación propuesto fue el más indicado pues se verificó la validez de éste con métodos más sofisticados.

* Cabe indicar que la experiencia del proyectista juega un rol muy importante en la selección de los procedimientos, programas, métodos y parámetros más adecuados para el diseño sísmico de presas de tierra y enrocado.

## REFERENCIAS


1) Alva Hurtado J.E. (1990), " Análisis Dinámico de la Presa Palo Redondo-Nivel Factibilidad. Alternativa de Materiales Gruesos con Pantalla de Concreto". Informe presentado a GMI S.A., Proyecto Chavimochic.

2) Ambraseys N.N. y Sarma S.K. (1967), "The Response of Earth Dams to Strong Earthquakes", Geotechnique, London, Vol. 17, pp. 180-213.

3) Bishop A.W. (1955), "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Earth Slopes", Geotechnique, Vol. 5, pp. 7-17.

4) Castillo J. y Alva Hurtado J.E. (1993), "Peligro Sísmico en el Perú", VII Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones", Lima, pp. 409-431.

5) Duncan J.M., Byrne P., Wong K.S. y Mabry P. (1980), "Strength Stress-Strain and Bulk Modulus Parameters for Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Soil Masses", Geotechnical Engineering Research Report N° UCB/GT 80-01, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

6) Duncan J.M., Seed R.B., Wong K.S. y Ozawa Y. (1984), "FEADAM 84: A Computer Program for Finite Element Analysis of Dams", Department of Civil Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.

7) Geoslope International Ltd (1998), "User´s Guide for Slope/W for Slope Stabillty Analysis".

8) Hudson M., Idriss I.M. y Beckae M. (1994), "QUAD4M: A Computer Program to Evaluate the Seismic Response of Soil Structures using Finite Element Procedures and Incorporating a Compliant Base", Department of Civil and Environmental Engineering, University of California.

9) Idriss I. M. y Sun J.I (1992), "SHAKE91 A Computer Program for Conducting Equivalent Linear Seismic Response Analysis of Horizontally Layered Soil Deposits", National Institute of Standards and Technology of Maryland and University of California, Davis.

10) Infantes Quijano M.A., (1999), "Análisis Sísmico de Estructuras de Tierra", Tesis de Grado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería.

11) Kagawa T. (1995), "SHAKE 21: New Approach to Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Soil Stress using the Equivalent Lineal Method", Wayne State University, Detroit.

12) Makdisi F.I. y Seed H.B. (1977), "A Simplified Procedure for Estimating Earthquake-Induced Deformations in Dams and Embankments", Report EERC. 77-19, University of California, Berkeley.

13) Newmark N.W. (1965), "Effects of Earthquakes on Dams and Embankments", Geotechnique, London, Vol. 15, pp. 139-160.

14) Parra D. (1996), "Modelagen do Comportamento Estático e Sísmico de Barragens de Terra", Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica de Río de Janeiro, Brasil.

15) Ruesta P., Díaz J. y Alva Hurtado J.E. (1988), "El Coeficiente Sísmico en el Diseño de Presas de Tierra y Enrocado", VII Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Huaraz pp. 197-218.

16) Sarma S.K. (1975), "Seismic Stability of Earth Dams and Embankments", Geotechnique, Vol. 25, No. 4, pp. 743-761.

17) Seed H.B. (1979), "Considerations in the Earthquake-Resistant Design of Earth and Rockfill Dams", Geotechnique, Vol. 29, No 3 pp. 215-263.

18) Seed H.B. y Martin G.R. (1966), "The Seismic Coefficient in Earth Dam Design", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 92 SM3, pp. 25-58.

19) Seed H.B., Makdisi F.I. y De Alba P. (1978), "Performance of Earth Dams During Earthquakes", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 104, GT7, pp. 967-994.

20) Seed H.B., Wong R.T., Idriss I.M. y Tokimatsu K. (1984), "Moduli and Damping Factors for Dynamic Analysis of Cohesionless Soils", report EERC 84-14, University of California, Berkeley.

21) Seed H.B. e Idriss I.M. (1970), "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis", Report N° EERC 70-10, University of California, Berkeley.

22) Schnabel P.B., Lysmer J. y Seed H.B. (1972), "SHAKE: A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Soils", Report N° EERC 72-12, University of California, Berkeley.

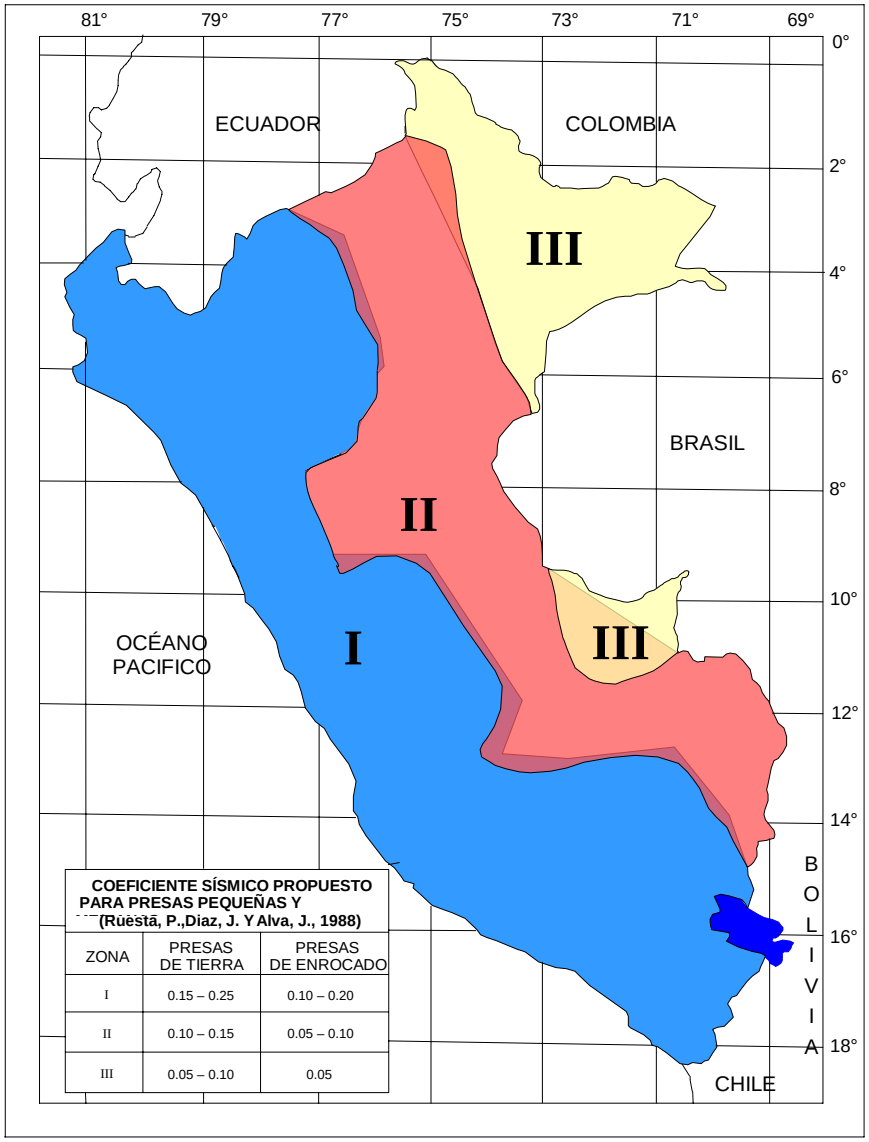



Fig. 1: Mapa de Zonificación del Coeficiente Sísmico en el Perú (Ruesta et. al., 1988)

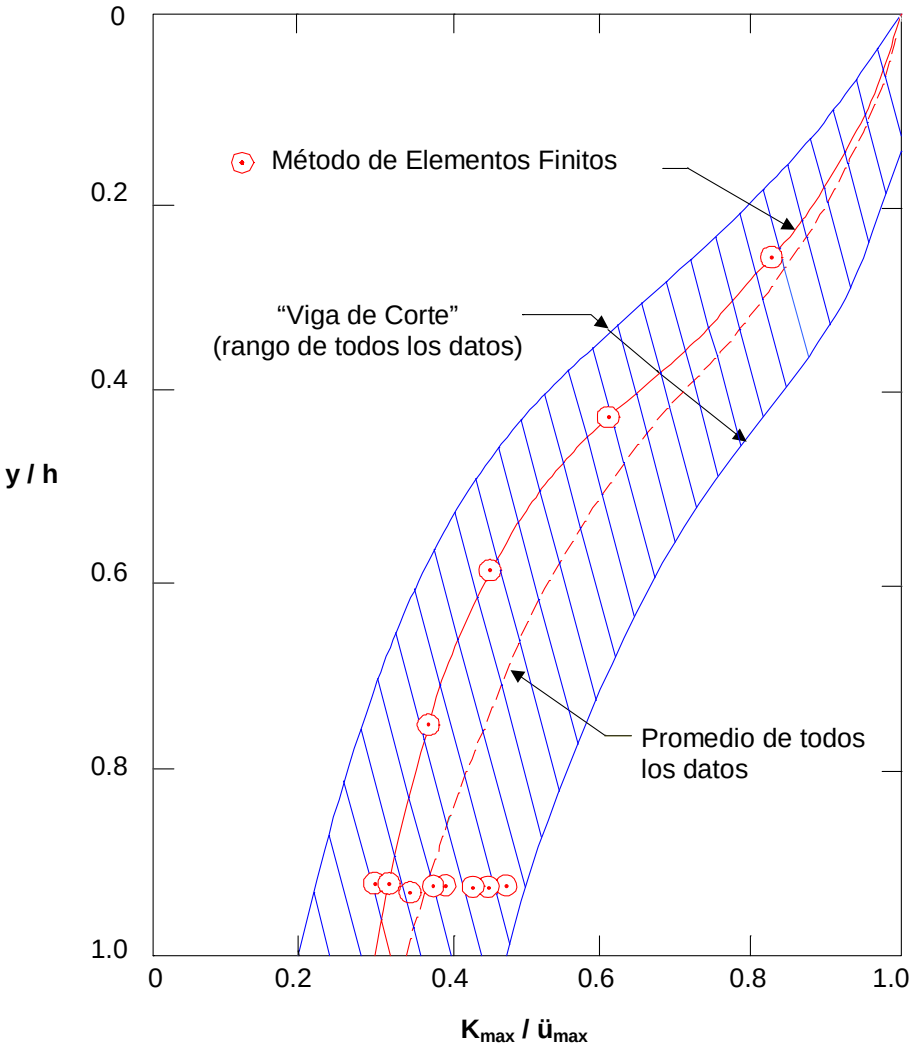



Fig.2: Variación de la relación de aceleraciones máximas con la profundidad de la masa deslizante (Makdisi y Seed, 1977)

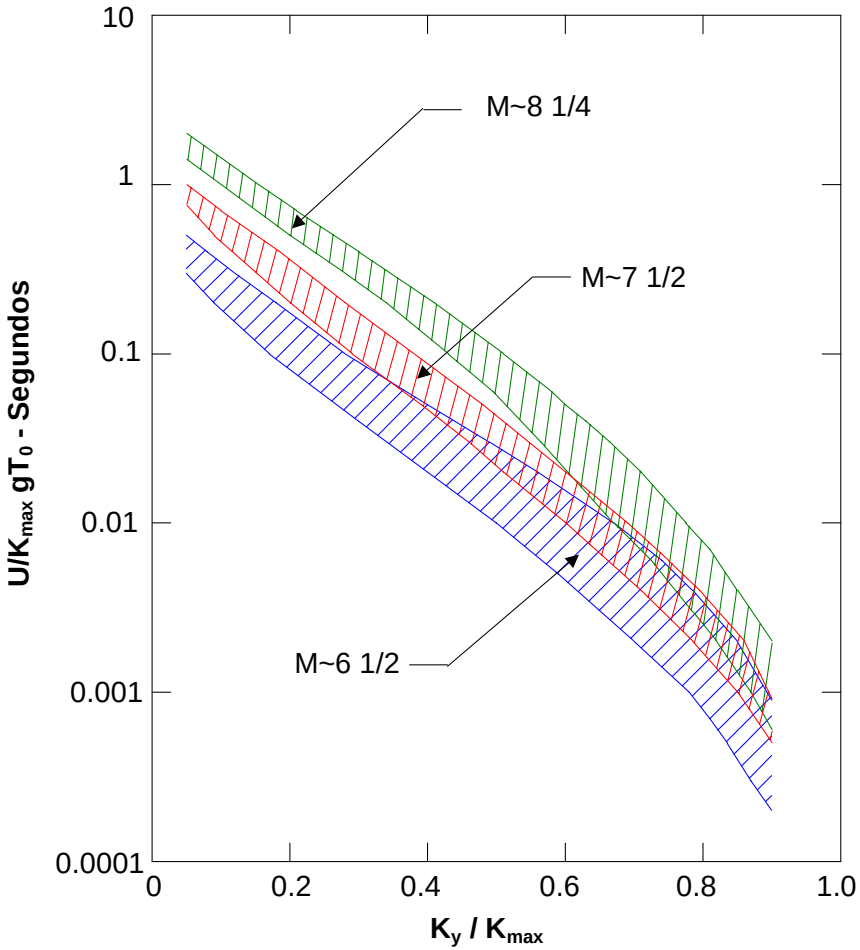



Fig. 3: Variación del desplazamiento permanente normalizado con la aceleración de fluencia. Resúmenes de datos (Makdisi y Seed, 1977)

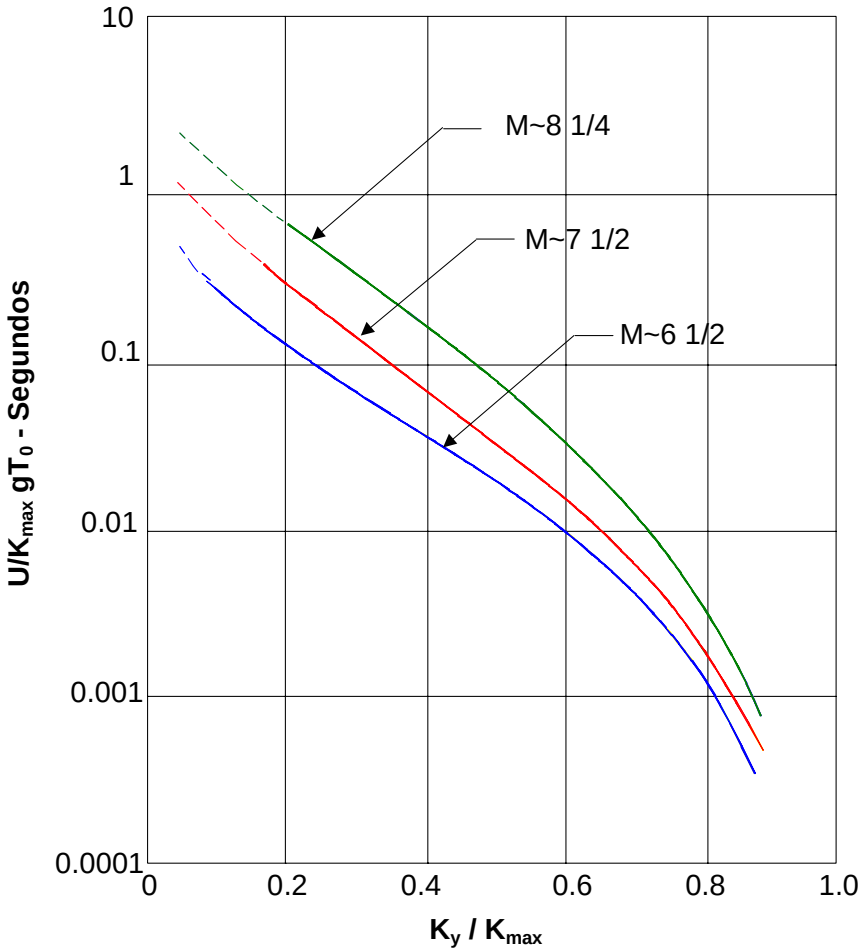



Fig. 4: Variación del desplazamiento permanente promedio normalizado con la aceleración de fluencia. (Makdisi y Seed 1977)

Fig. 5: Ubicación geográfica de la Presa Palo Redondo

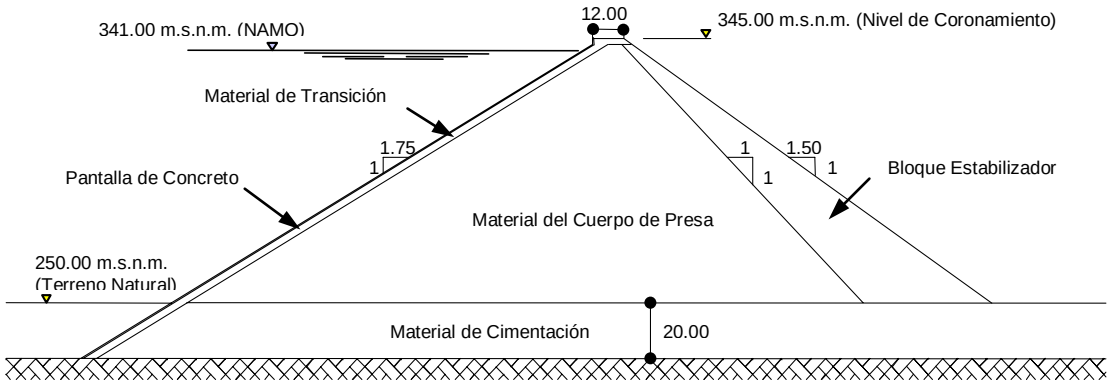



Fig. 6: Sección transversal de la Presa Palo Redondo

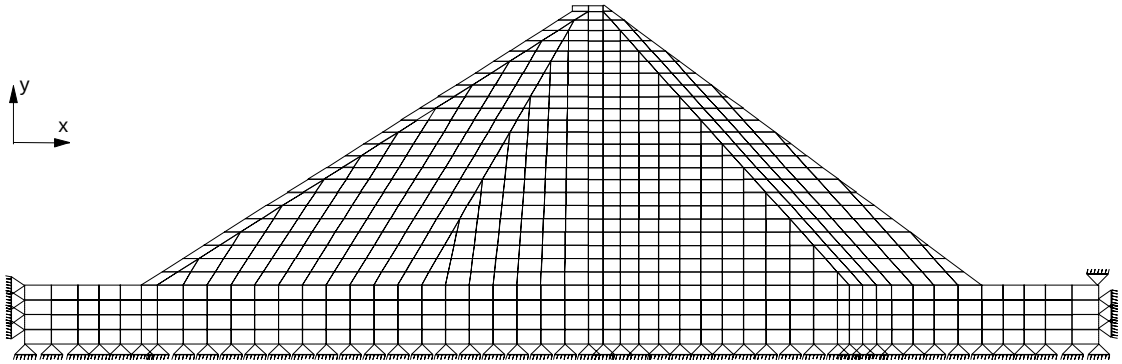



Fig. 7: Malla de Elementos Finitos – Presa Palo Redondo

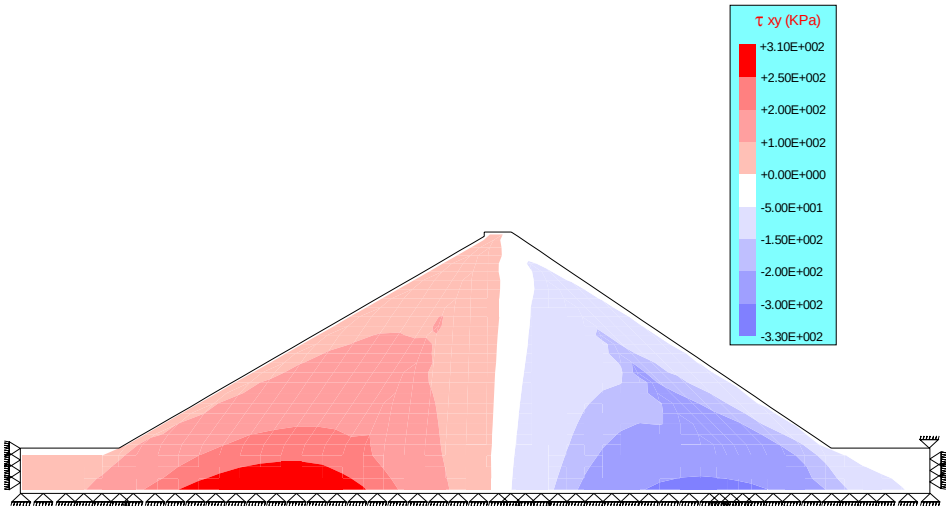



Fig. 8: Distribución de los Esfuerzos Cortantes al Final de la Construcción calculados con el Programa FEADAM84 – Presa Palo Redondo.

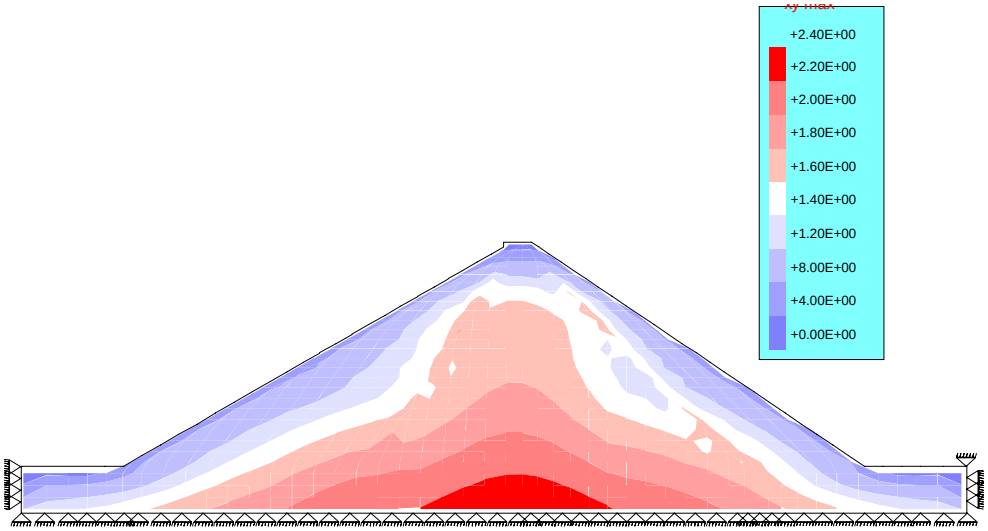



Fig. 9: Distribución de los Esfuerzos Cortantes Máximos calculados con el Programa QUAD4M para el Sismo de Lima – Perú 10/74 N 82° O – Presa Palo Redondo

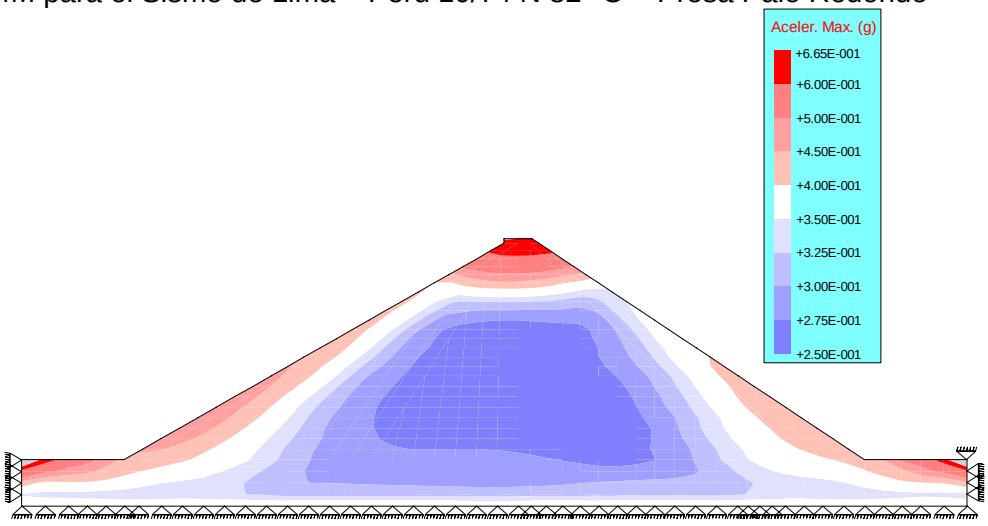



Fig. 10: Distribución de Aceleraciones Máximas calculadas con el Programa QUAD4M para el Sismo de Lima – Perú 10/74 N82° O – Presa Palo Redondo.

# ESTUDIO COMPARATIVO DE METODOLOGIAS PARA EL ANALISIS DE CIMENTACION DE MAQUINARIAS

**Rafael Salinas Basualdo** [(1)]
**Jorge E. Alva Hurtado** [(1)]

## RESUMEN

Se presenta un análisis comparativo de algunas metodologías presentadas en la literatura, empleadas en el estudio de cimentaciones sometidas a acciones vibratorias armónicas. Tales metodologías han sido implementadas en un programa de cómputo, con el cual se han realizado diversos análisis para determinar las dimensiones apropiadas para la cimentación de los generadores de algunas centrales térmicas a nivel nacional. Asimismo, fue evaluada la variación de la respuesta del sistema vibratorio ante los cambios de magnitud del módulo de corte del suelo.

La diferencia fundamental entre los métodos codificados radica en considerar las propiedades del sistema compuesto por la máquina, la cimentación y el suelo, como independientes o dependientes de la frecuencia de excitación, para fines de cálculo. Como producto del presente trabajo, se ha desarrollado una secuencia para el estudio de las cimentaciones superficiales ante acciones vibratorias. No obstante, debido a las simplificaciones asumidas en el análisis y la heterogeneidad del suelo, es recomendable la medición posterior de la vibraciones presentes en la maquinaria o equipo en operación.

## 1. INTRODUCCION

En instalaciones de producción permanente, entre las que se cuentan las centrales de generación de energía, las minas con sistemas de ventilación, plantas industriales, procesadoras de minerales y metales, etc., existen maquinarias de mediana o gran magnitud que generan fuerzas especiales de acción dinámica. Estas fuerzas serán trasmitidas al suelo a través de la cimentación. Sin embargo, puede tenerse como consecuencia la amplificación de tales solicitaciones debido a la interacción dinámica entre la cimentación y el suelo, y su manifestación en niveles vibracionales demasiado altos, los cuales pueden conducir no solamente a la falla de los equipos involucrados,

[(1)] Universidad Nacional de Ingeniería, Facultad de Ingenieria Civil
Laboratorio Geotécnico del CISMID
Ponencia Presentada en el XI Congreso Nacional de Ingeniería Civil, Trujillo, 1997

sino también a la de las estructuras adyacentes y a la inconfortabilidad de las personas trabajando cercanamente. Con el objeto de evitar estas situaciones es necesario establecer metodológicamente una secuencia en el análisis y diseño de las cimentaciones de maquinarias y sistematizar los métodos modernos en un programa de cómputo que facilite la determinación de las dimensiones de la cimentación superficial, sin dejar de puntualizar la necesidad de evaluar directamente las características del suelo de soporte.

El uso de bloques de cimentación de concreto masivo es una alternativa que presenta ventajas de construcción y de costo. Por otra parte, el estudio del comportamiento de los bloques de cimentación superficiales ante acciones vibratorias sobre los mismos es la base para las aplicaciones más complejas, tales como la cimentación de sección tipo cajón o aquella formada a base de pórticos. Las estrategias de solución analítica están basadas en las soluciones de la teoría lineal del semiespacio elástico aplicadas a modelos analógicos con parámetros globales equivalentes (Richart et al., 1970; Prakash, 1981; Arya et al., 1981; Gazetas, 1983; Moore, 1985). El criterio de diseño es limitar las vibraciones a niveles tolerables para las personas o para la operación normal de la maquinaria, o controlar las vibraciones para no afectar las estructuras adyacentes; las vibraciones admisibles usualmente son determinadas en función a la frecuencia de excitación (Richart, 1962; Nieto y Reséndiz, 1967; Richart et al., 1970).

## 2. METODOLOGIAS PARA EL ANALISIS

Las metodologías revisadas para el análisis fueron las siguientes:

### 2.1 Compilación de Whitman (1972) y Arya et al. (1981)

Los resultados de varias investigaciones sobre el problema de vibración de cimentaciones sobre el suelo, considerando a éste como un material semi-infinito, elástico e isotrópico, fueron compilados por Whitman (1972) y empleados con amplitud por Arya et al. (1981). Las expresiones para el cálculo de las rigideces y el amortiguamiento del sistema son calculados como independientes de la frecuencia, además de incluir la influencia del empotramiento (restricción lateral de una cimentación a cierta profundidad en el suelo). En sentido general, las rigideces son de la forma:

$$K = f\,(G, \mu, B, L, R)\ .\ \beta\ .\ \eta \qquad (1)$$

Donde:

$\beta$ = factor de forma en cimentaciones rectangulares (depende de la relación L/B)
$\eta$ = factor de empotramiento (función de $\mu$ y h/R)
G = módulo de corte del suelo
$\mu$ = coeficiente de Poisson del suelo
h = profundidad de empotramiento
R = radio equivalente de la base
B,L= dimensiones rectangulares de la base

## 2.2 Compilación de Gazetas (1991)

Gazetas (1983, 1991), teniendo en cuenta los efectos que produce el empotramiento (efectos de foso o excavación y de contacto lateral), ha presentado una serie de expresiones con las cuales son calculados las rigideces dinámicas y el amortiguamiento del sistema. Tales expresiones son el resultado del análisis de cimentaciones con diferentes condiciones y formas de cimentación, empleando modelos analíticos relativamente más refinados. Para considerar todos los efectos, las rigideces tienen la forma:

$$K = K_{DINAMICO} = K_{ESTATICO}\ .\ k \qquad (2)$$

$$K_{ESTATICO} = f\,(G, \mu, A_B, B, L)\ .\ I_F\ .\ I_L \qquad (3)$$

Donde:

$I_F$ = factor de excavación (depende de B, h, d)
$I_L$ = factor de contacto lateral (depende de L, h, d, $A_W$)
$A_B$= área del rectángulo circunscrito en la base
$A_W$= área de contacto lateral
d = altura efectiva de contacto lateral
k = coeficiente dinámico (depende de L/B, $\omega$, B, $V_s$)
$\omega$ = frecuencia de excitación
$V_s$ = velocidad de ondas de corte del suelo

Las expresiones correspondientes para el cálculo de las rigideces y los amortiguamientos geométricos, para los seis modos de vibración (3 traslacionales y 3 rotacionales) se encuentran en la literatura consultada (Arya et al., 1981; Gazetas, 1983; Gazetas, 1991; Salinas, 1995). El amortiguamiento geométrico tiene formulaciones similares a aquellas de las rigideces, según la metodología

correspondiente, con la consideración de la masa del sistema y la densidad del suelo; el amortiguamiento total es la suma del amortiguamiento geométrico y el amortiguamiento interno del suelo.

## 3. DESARROLLO DE ESTUDIOS PARA CIMENTACIONES SUPERFICIALES DE MAQUINARIAS VIBRATORIAS

Ha sido elaborado un programa de cómputo que realiza el análisis dinámico de la cimentación de maquinarias, denominado CIMAQ. El programa codifica las aplicaciones de la teoría del semiespacio elástico a modelos analógicos, que simplifican su presentación matemática mediante evaluaciones de las constantes de rigidez y de amortiguamiento equivalentes y permiten la estimación de la respuesta teórica del sistema en términos de las fuerzas transmitidas y las amplitudes de vibración resultantes. Se han considerado diferentes formas de la cimentación - rectangular, circular e irregular-, condiciones del suelo- semiespacio elástico o estrato con base rígida-, ubicaciones de la cimentación – superficial o empotrada- y acoplamiento de los modos traslacionales con los rotacionales correspondientes. Con el programa se puede realizar el análisis de cimentaciones ante acciones rotatorias, sea con el procedimiento simplificado de Whitman, empleado por Arya et al, o con el procedimiento compilado por Gazetas (Salinas, 1995).

El análisis es realizado considerando, en primer lugar, independencia entre los modos de vibración, sin ningún tipo de acciones acopladas. Si están indicados tanto un movimiento horizontal como un movimiento rotacional coplanares, se lleva a cabo el cálculo del movimiento acoplado correspondiente. Luego, los efectos de las amplitudes de vibración de cada modo (traslaciones o rotaciones) en ciertos puntos de interés para la seguridad del sistema son superpuestos en términos de desplazamientos, a fin de obtener un efecto máximo. Para ello se emplean relaciones geométricas propias del movimiento de los cuerpos rígidos. Finalmente, los desplazamientos en cada dirección, calculados para una frecuencia especificada, son sumados conservadoramente. El sistema de coordenadas empleado y los grados de libertad del sistema son mostrados en la Figura 1. Se calculan los máximos admisibles para distintos criterios de vibración, de acuerdo al diagrama de la Figura 2 (Richart, 1962). En la Figura 3 se presenta el diagrama de flujo del programa realizado.

El programa de cómputo tiene la ventaja de hacer posible los análisis veloces a nivel de diseño, con pequeñas correcciones en los datos de entrada, ya sean cambios en las propiedades de la cimentación, por ejemplo, o los análisis

paramétricos en el caso que se quiera conocer la influencia de la variación de algunas características del suelo, por ser este factor el más importante y, frecuentemente, el de mayor dispersión. Asimismo, permite conocer la variación de los parámetros dinámicos y las amplitudes según se realice el análisis con rigideces estáticas y amortiguamientos independientes de la frecuencia, mediante la compilación de Whitman, o con rigideces dinámicas y amortiguamientos dependientes de la frecuencia de operación, mediante la compilación de Gazetas. Tales evaluaciones ampliarán la capacidad de decisión del ingeniero al momento de adoptar las dimensiones definitivas de diseño.

A partir del desarrollo de este trabajo, se presenta una secuencia del desarrollo de estudios para la cimentación de maquinarias vibratorias, que se resume en las siguientes etapas:

a. Conocimiento previo del conjunto de la infraestructura general del entorno de la cimentación.
b. Conocimiento de las características de operación, dimensiones y distribución en planta de la maquinaria. Determinación de las fuerzas dinámicas, en caso de falta de información al respecto.
c. Definición de los criterios de diseño.
d. Definición del perfil y de las propiedades dinámicas del suelo, en base a los ensayos de campo.
e. Predimensionamiento de la cimentación, según recomendaciones generales o experiencia, definición del nivel del fondo de la cimentación y condiciones de restricción lateral. Debe mencionarse los casos en que el fabricante de los equipos cuenta con planos con la forma del bloque de cimentación; en tal caso, los estudios deben tener fines verificatorios de las dimensiones preestablecidas y sus condiciones de restricción lateral.
f. Ejecución del análisis dinámico bajo las condiciones propuestas.
g. Comparación de las respuestas máximas con las admisibles.
h. En caso de resultados no satisfactorios, modificación de las dimensiones o de la condición lateral de la cimentación, realización de un nuevo análisis y comparación de respuestas máximas, hasta definir dimensiones de diseño.

Además, debe tenerse presente que las simplificaciones asumidas en los análisis y la heterogeneidad del suelo hacen altamente recomendable la medición posterior, in-situ, de las vibraciones presentes en la maquinaria en operación, de tal forma que será prevista la ocurrencia de posibles daños, y se tomarán medidas finales para limitar las vibraciones excesivas.

## 4. CASOS ESTUDIADOS

### 4.1 Central Térmica de Ventanilla, Lima.

El suelo está formado por arena fina con cierto contenido de finos no plásticos. El suelo de la zona a la profundidad de cimentación es de naturaleza compacta. El basamento rocoso se encuentra aproximadamente a 30 m de profundidad; el nivel freático no fue encontrado en las excavaciones (CISMID, 1992). Se advirtió la presencia de sales solubles. Debido a la constitución arenosa del suelo fue posible realizar el ensayo SPT. Sus resultados (Olcese y Zegarra, 1992) dan un valor promedio de N igual a 70, indicando la gran rigidez del suelo a la profundidad de desplante. Empleando expresiones empíricas (CISMID, 1992) se tiene un rango de valores del módulo de corte de 35,900 a 22,100 $t/m^2$. Adicionalmente, fueron realizados dos ensayos de placa cíclicos (CISMID, 1992); del análisis de la parte cíclica de la prueba, se definió para el módulo de corte un valor de 20,000 $t/m^2$.

La forma del bloque de cimentación se presenta en la Figura 4. El análisis fue realizado considerando modos de vibración no acoplados y también considerando acoplamiento de las componentes horizontal y de cabeceo – por medio de una opción del programa de cómputo desarrollado -, con los siguientes datos:

Datos del Suelo:

| | |
|---|---|
| Peso específico | 1.60 $t/m^3$ |
| Módulo de corte | 20,000 $t/m^2$ |
| Coeficiente de Poisson | 0.35 |

Datos de la Maquinaria:

| | |
|---|---|
| Tipo | Centrífuga |
| Peso de la máquina | 331.37 t |
| Altura total del centro de gravedad a la base | 4.22 m. |

Solicitaciones:

| | |
|---|---|
| Frecuencia primaria | 3600 r.p.m. |
| - Fuerza vertical | 86.23 t |
| - Fuerza horizontal transversal | 86.23 t |
| - Momento de cabeceo | 363.89 t-m |

Frecuencias críticas (en el inicio de operación):

f1 = 1126 r.p.m.
f2 = 1335 r.p.m.

Propiedades de Inercia de la Máquina más la Cimentación:

| | |
|---|---|
| Peso total | 1395.29 t |
| Inercia rotacional – eje longitudinal | 12480.10 t-$m^2$ |
| Dimensiones de la base equivalente | 8.70 x 27.04 m |
| Profundidad de empotramiento | 1.30 m |

Los parámetros dinámicos del terreno y los resultados del análisis se presentan en la Tabla 1. El desplazamiento máximo considerando el movimiento no acoplado es del orden de 1.38 x $10^{-5}$ m, en tanto que para el movimiento acoplado resulta del orden de 1.60 x $10^{-5}$ m. Dado que el desplazamiento límite a la frecuencia de operación es 7.6 x $10^{-5}$ m, de acuerdo a las recomendaciones del fabricante, se concluye que la cimentación cumple el requisito de diseño.

Adicionalmente, se realizaron evaluaciones paramétricas modificando la magnitud del módulo de corte del suelo, por ser un valor sensible en los estudios geotécnicos y porque, principalmente, dada la presencia de sales solubles podría tenerse un estimado de la respuesta del sistema a valores bajos del módulo. En la Tabla 3 se presentan los principales resultados para valores de G del orden de 8000, 10000, 15000 y 20000 t/$m^2$, tanto por el método de Whitman como por el método de Gazetas.

Se aprecia que, en este caso, aunque se produce un lógico incremento de las frecuencias naturales de vibración, en orden proporcional a la raíz cuadrada del módulo, las amplitudes modales no crecen apreciablemente (Figura 5). Sin embargo, para tomar en cuenta la relación entre los desplazamientos y la frecuencia en que se producen, con el fin de evaluar la severidad vibracional, se ha elaborado el gráfico de desplazamientos espectrales presentado en la Figura 6. El análisis mediante la compilación de Whitman presenta magnitudes mayores que aquellos resultantes del método de Gazetas, debido a que el modo rotacional crítico tiene un amortiguamiento menor en el primer método que en el segundo. Conociendo además que se presentarán acciones a frecuencias bajas en el estado de inicio o término de la operación, es posible que se presenten problemas de vibración excesiva. Una alternativa para reducir los niveles vibracionales es el aumento del ancho de la cimentación, lo que ampliaría la capacidad de amortiguamiento y reduciría las frecuencias naturales, alejándola de las frecuencias críticas (Salinas, 1995).

## 4.2 Central Térmica de Calana, Tacna

El subsuelo de la zona es relativamente homogéneo, estando principalmente constituido por un depósito fluvio-aluvial relativamente profundo. En las excavaciones no se encontró el nivel freático (CISMID, 1993). En base a la evaluación de los ensayos de campo, que comprendieron esencialmente ensayos de placa cíclicos y de refracción sísmica superficial, se propuso un nivel de cimentación de 2.50 m. De acuerdo a los ensayos de refracción sísmica, el módulo de corte de la grava compacta al nivel en donde se decidió cimentar el generador es de 130,600 t/m$^2$. Además, los ensayos de placa cíclicos dieron como resultado un valor del módulo de corte de 23,520 t/m$^2$. Teniendo en cuenta la diferencia entre los niveles de deformación que caracterizan a los ensayos realizados, donde se espera que el módulo sea mayor en los resultados de refracción sísmica, se adoptó un valor conservador de 23,000 t/m$^2$, cercano al obtenido mediante el ensayo de placa cíclico. La forma del bloque de cimentación se presenta en la Figura 7. Los datos empleados en el análisis fueron los siguientes:

Datos del Suelo:

| | |
|---|---|
| Peso específico | 2.00 t/m$^3$ |
| Módulo de corte | 23,000 t/m$^2$ |
| Coeficiente de Poisson | 0.30 |

Datos de la Maquinaria:

| | |
|---|---|
| Tipo | Reciprocante |
| Peso de la máquina | 105.00 t |
| Altura del centro de gravedad a la base | 1.80 m |

Solicitaciones:

| | |
|---|---|
| Frecuencia Primaria | 720 r.p.m. |
| - Momento en el eje transversal | 1.20 t-m |
| - Torsión | 0.37 t-m |
| Frecuencia Secundaria | 1440 r.p.m. |
| - Momento en el eje transversal | 0.13 t-m |

Dimensiones de la Cimentación

| | |
|---|---|
| Ancho x Longitud x Altura | 3.60 x 11.00 x 2.50 m |
| No se consideró empotramiento | |

La Tabla 2 presenta un resumen de los parámetros dinámicos y la respuesta vibratoria del sistema analizado, que muestra un desplazamiento máximo de 1.42 x $10^{-6}$ m., superponiendo las amplitudes de las dos componentes de frecuencia presentes. La amplitud máxima permisible es del orden de 3.7 x $10^{-5}$ m y por lo tanto, se cumple satisfactoriamente el criterio de diseño asumido.

Una serie de análisis dinámicos considerando el rango de valores del módulo de corte definido por los ensayos, específicamente para 25000, 50000, 75000 y 100000 t/$m^2$, y de acuerdo a los dos métodos implementados, han permitido tener una idea de la variación de la respuesta con este parámetro del suelo. Sus resultados, presentados en la Tabla 4 y gráficamente en las Figuras 8 y 9, indican que el valor más bajo del módulo de corte conduce al resultado más conservador. Aunque el nivel de las fuerzas es pequeño, si éstas aumentaran en diez veces su magnitud nominal, el sistema aún se encontraría en condiciones seguras, pues los desplazamientos puntuales, cercanos en este caso a 1.5 x $10^{-6}$ m, serían menores al admisible.

## 5.0 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha elaborado un programa de cómputo que sintetiza los casos analizados en el presente trabajo, con el cual se han realizado los análisis con los distintos procedimientos propuestos en la literatura; los análisis se han realizado con modificaciones en la magnitud del módulo de corte del suelo, dentro de un rango definido por los ensayos de campo. La rapidez para ejecutar los análisis comparativos y paramétricos es la principal ventaja de todo programa de cómputo, y en este caso sus resultados han permitido la consideración de métodos más actualizados, de empleo poco usual o nulo en operaciones manuales. Los análisis paramétricos comparativos demuestran la mayor consideración de la influencia del amortiguamiento en los modos rotacionales según la metodología moderna compilada por Gazetas, aunque no se aprecian diferencias notorias a nivel de desplazamientos, lo que se traduce en una ligera variación en las frecuencias calculadas.

En lo que concierne a la verificación de las acciones vibratorias, se recomienda la verificación de dos términos, las frecuencias y las amplitudes, aunque éstas últimas gobiernan la conformidad con las dimensiones propuestas. La restricción de frecuencias tiene la finalidad de limitar la magnificación de la respuesta estática ante la fuerza oscilatoria, a niveles recomendados por la experiencia pasada en otros medios.

Dada la importancia de muchas de las obras de Ingeniería que cuentan con maquinarias vibratorias, se recomienda considerar la uniformización de los criterios de diseño en un acápite de la norma de diseño de cimentaciones, para el

caso de acciones vibratorias. Se recomienda el empleo de la metodología presentada para el análisis de la cimentación de maquinarias en el Perú.

## REFERENCIAS


1. Alberro J. y Nieto J.A. (1968); “Apéndice a Criterios de Diseño para Cimentaciones de Maquinaria”. Ingeniería, Vol.38, N°1, pp.77-123; México

2. Arya S.C., Pincus G. y O´Neill M. (1981); “Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines”. Gulf Publishing Co.; Houston, Texas.

3. Barkan D. (1962); “Dynamics of Bases and Foundations”. Mc.Graw-Hill Book Co.; New York, N.Y.

4. CISMID (1992); “Determinación de los Parámetros Dinámicos para la Cimentación de la Central Térmica de Emergencia de Lima”. Informe Técnico; Lima, Perú.

5. CISMID (1993); “Estudio Geotécnico de la Central Térmica de Calana, Tacna”. Informe Técnico; Lima, Perú.

6. Das B. (1983); “Fundamentals of Soil Dynamics”. Ed. Elsevier; New York, N.Y.

7. Gazetas G. (1983); “Analysis of Machine Foundations Vibrations: State of the Art”. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.2, pp.2-42, Princeton University; Princeton, N.J.

8. Gazetas G. (1991); “Foundation Vibrations”. Foundation Engineering Handbook, H.Y.Fang (editor), cap.15, pp.553-593, Van Nostrand Reinhold; New York, N.Y.

9. Moore P.J. (editor) (1985); “Analysis and Design of Foundations for Vibrations”. University of Melbourne, A.A. Balkema Publishers; Rotterdam, Holanda.

10. Nieto J.A. y Reséndiz D. (1967); “Criterios de Diseño para Cimentaciones de Maquinaria”. Ingeniería, Vol.57, N°3, pp.257-270; México.

11. Olcese M. y Zegarra J. (1992); “Estudio de Suelos con fines de Cimentación – Central Térmica de Ventanilla”. Informe Técnico; Lima, Perú.

12. Prakash S. (1981); “Soil Dynamics”. Mc.Graw-Hill Publishing Co.; New York, N.Y.

13. Richart F.E. (1962); “Foundation Vibrations”. Transactions ASCE, Vol.127(I), pp.863-898.

14. Richart F.E., Hall J. y Woods R. (1970); “Vibrations of Soils and Foundations”. Prentice-Hall Inc.; Englewood Cliffs, N.J.

15. Salinas, R. (1995); “Análisis y Diseño de Cimentaciones Superficiales ante Acciones Vibratorias”. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería; Lima., Perú.

16. Shrinivasulu P. y Vaidyanathan C.V. (1993); “Handbook of Machine Foundations”. Tata Mc.Graw-Hill Publishing Co.; New Delhi, India.

17. Whitman R.V. (1972); “Analysis of Soil-Structure Interaction. A State of the Art Review”. MIT Soils Publication N° 300, Department of Civil Engineering, Massachussetts Institute of Technology.

**TABLA 1. PARAMETROS DINAMICOS DEL SISTEMA Y RESPUESTA VIBRATORIA DE LA CIMENTACION (Unidades: t, m,s)**
**ANALISIS DE LA C.T. VENTANILLA, LIMA**

| Modo de Vibración | Traslación Transversal | Vertical | Rotación Longitudinal |
|---|---|---|---|
| Método: Compilación de Whitman | | | |
| Parámetros Dinámicos | | | |
| Frecuencia Natural (rpm) | 777 | 864 | 1454 |
| Inercia de Masas | 142.38 | 142.38 | 1273.47 |
| Rigidez | 942300 | 1165000 | 29530000 |
| Relación de Amortiguamiento | 0.83 | 1.15 | 0.38 |
| Frecuencia de Resonancia (rpm) | | | 1731 |
| Respuesta Vibratoria a 3600 rpm | | | |
| Amplitud de la Fuerza | 86.23 | 86.23 | 363.89 |
| Factor de Magnificación | 0.0457 | 0.0527 | 0.1831 |
| Factor de Transmisibilidad | 0.3536 | 0.5075 | 0.3892 |
| Amplitud de Desplazamiento | .4186E-05 | .3903E-05 | .2257E-05 |
| Fuerza Transmitida | 30.49 | 43.77 | 141.61 |
| Desplazamientos Máximos | | | |
| z= 1.38E-05 | | 0.39E-05 | 0.99E-05 |
| y= 1.37E-05 | 0.42E-05 | | 0.95E-05 |
| Desplazamientos Máximos Acoplados | | | |
| z= 1.60E-05 | | 0.39E-05 | 1.21E-05 |
| y= 1.19E-05 | 0.48E-05 | | 0.71E-05 |
| Método: Compilación de Gazetas | | | |
| Parámetros Dinámicos | | | |
| Frecuencia Natural (rpm) | 1011 | 701 | 1191 |
| Inercia de Masas | 142.38 | 142.38 | 1273.47 |
| Rigidez | 1596000 | 767600 | 19820000 |
| Relación de Amortiguamiento | 0.66 | 1.46 | 0.73 |
| Frecuencia de Resonancia (rpm) | 2704 | | |
| Respuesta Vibratoria a 3600 rpm | | | |
| Amplitud de la Fuerza | 86.23 | 86.23 | 363.89 |
| Factor de Magnificación | 0.0795 | 0.0340 | 0.1081 |
| Factor de Transmisibilidad | 0.3797 | 0.5089 | 0.4879 |
| Amplitud de Desplazamiento | .4996E-05 | .3816E-05 | .1986E-05 |
| Fuerza Transmitida | 32.74 | 43.88 | 177.55 |
| Desplazamiento Máximos | | | |
| z= 1.26E-05 | | 0.38E-05 | 0.87E-05 |
| y= 1.27E-05 | 0.43E-05 | | 0.84E-05 |
| Desplazamientos Máximos Acoplados | | | |
| z= 1.34E-04 | | 0.38E-05 | 0.95E-05 |
| y= 1.02E-05 | 0.46E-05 | | 0.56E-05 |
| Amplitud Límite = 7.62E-05 | | | |

**TABLA 2. PARAMETROS DINAMICOS DEL SISTEMA Y RESPUESTA VIBRATORIA DE LA CIMENTACION (Unidades: t, m, s)**
**ANALISIS DE LA C.T. CALANA, TACNA**

| Modo de Vibración | Rotación Transversal | Torsión |
|---|---|---|
| Método: Compilación de Whitman | | |
| Parámetros Dinámicos | | |
| Frecuencia Natural (rpm) | 1356 | 1685 |
| Inercia de Masas | 493.087 | 270.654 |
| Rigidez | 9947000 | 8429000 |
| Relación de Amortiguamiento | 0.23 | 0.15 |
| Frecuencia de Resonancia (rpm) | 1281 | 1646 |
| Respuesta Vibratoria a 720 rpm | | |
| Amplitud de la Fuerza | 1.20 | 0.37 |
| Factor de Magnificación | 1.3172 | 1.2083 |
| Factor de Transmisibilidad | 1.3565 | 1.2183 |
| Amplitud de Desplazamiento | .1589E-06 | .0530E-06 |
| Fuerza Transmitida | 1.63 | 0.45 |
| Desplazamientos Máximos | | |
| z= 0.87E-06 | 0.87E-06 | |
| x= 0.68E-06 | 0.68E-06 | |
| y= 0.29E-06 | | 0.29E-06 |
| Desplazamientos Máximos – Suma de los Componentes de Frecuencia | | |
| z= 1.22 E-06 | | |
| y= 0.79 E-06 | | |
| Método: Compilación de Gazetas | | |
| Parámetros Dinámicos | | |
| Frecuencia Natural (rpm) | 1300 | 1722 |
| Inercia de Masas | 493.087 | 270.654 |
| Rigidez | 9148000 | 9333000 |
| Relación de Amortiguamiento | 0.15 | 0.13 |
| Frecuencia de Resonancia (rpm) | 1271 | 1693 |
| Respuesta Vibratoria a 720 rpm | | |
| Amplitud de la Fuerza | 1.20 | 0.37 |
| Factor de Magnificación | 1.4022 | 1.2013 |
| Factor de Transmisibilidad | 1.4214 | 1.2084 |
| Amplitud de Desplazamiento | .1839E-06 | .0505E-06 |
| Fuerza Transmitida | 1.71 | 0.45 |
| Desplazamiento Máximos | | |
| z= 1.01E-06 | 1.01E-06 | |
| x= 0.79E-06 | 0.79E-06 | |
| y= 0.28E-06 | | 0.28E-06 |
| Desplazamientos Máximos-Suma de los Componentes de Frecuencia | | |
| z= 1.42E-06 | | |
| x= 0.92E-06 | | |
| Amplitud Límite = 3.70E-05 | | |

**TABLA 3. ANALISIS DE LA C.T. VENTANILLA, LIMA. RESULTADOS PRINCIPALES DE LA EVALUACION PARAMETRICA RESPECTO AL MODULO DE CORTE DEL SUELO**

| Método: Compilación de Whitman | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $G(t/m^2)$ | **FRECUENCIAS (rpm)** | | | **AMPLITUDES A 3600 rpm ($\times 10^{-5}$ m. rad)** | | | **DESPLAZAMIENTOS PUNTUALES ($\times 10^{-4}$ m)** | |
| | $f_{ny}$ | $f_{nz}$ | $f_{nry}$ | $A_y$ | $A_z$ | $A_{ry}$ | $y_{max}$ | $z_{max}$ |
| 8000 | 491 | 546 | 920 | .4322 | .4108 | .2106 | .1210 | .1665 |
| 10000 | 549 | 611 | 1028 | .4224 | .4072 | .2131 | .1215 | .1651 |
| 15000 | 673 | 748 | 1259 | .4205 | .3985 | .2193 | .1195 | .1622 |
| 20000 | 777 | 864 | 1454 | .4186 | .3903 | .2257 | .1191 | .1601 |
| Método: Compilación de Gazetas | | | | | | | | |
| $G(t/m^2)$ | **FRECUENCIAS (rpm)** | | | **AMPLITUDES A 3600 rpm ($\times 10^{-5}$ m. rad)** | | | **DESPLAZAMIENTOS PUNTUALES ($\times 10^{-4}$ m)** | |
| | $f_{ny}$ | $f_{nz}$ | $f_{nry}$ | $A_y$ | $A_z$ | $A_{ry}$ | $y_{max}$ | $z_{max}$ |
| 8000 | 639 | 443 | 753 | .4279 | .4067 | .2004 | .1104 | .1503 |
| 10000 | 715 | 496 | 842 | .4282 | .4022 | .2002 | .1083 | .1465 |
| 15000 | 876 | 607 | 1032 | .4290 | .3915 | .1995 | .1044 | .1391 |
| 20000 | 1011 | 701 | 1191 | .4296 | .3816 | .1986 | .1019 | .1336 |

**TABLA 4. ANALISIS DE LA C.T. CALANA, TACNA. RESULTADOS PRINCIPALES DE LA EVALUACION PARAMETRICA RESPECTO AL MODULO DE CORTE DEL SUELO**

| Método: Compilación de Whitman | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $G(t/m^2)$ | **FRECUENCIAS (rpm)** | | | **AMPLITUDES A 720 rpm * ($\times 10^{-6}$ rad)** | | | **DESPLAZAMIENTOS PUNTUALES ($\times 10^{-5}$ m)** | |
| | $f_{nrx}$ | $f_{nry}$ | $f_{nt}$ | $A_{rx}$ | $A_{ry}$ | $A_t$ | $x_{max}$ | $Z_{max}$ |
| 23000 | 804 | 1356 | 1685 | .1157 | .1589 | .0530 | .0794 | .1224 |
| 50000 | 1185 | 2000 | 2485 | .0469 | .0626 | .0219 | .0313 | .0485 |
| 75000 | 1451 | 2449 | 2972 | .0302 | .0401 | .0142 | .0197 | .0306 |
| 100000 | 1676 | 2828 | 2514 | .0223 | .0294 | .0105 | .0143 | .0223 |
| Método: Compilación de Gazetas | | | | | | | | |
| $G(t/m^2)$ | **FRECUENCIAS (rpm)** | | | **AMPLITUDES A 720 rpm ($\times 10^{-6}$ rad)** | | | **DESPLAZAMIENTOS PUNTUALES ($\times 10^{-5}$ m)** | |
| | $f_{nrx}$ | $f_{nry}$ | $f_{nt}$ | $A_{rx}$ | $A_{ry}$ | $A_t$ | $x_{max}$ | $Z_{max}$ |
| 23000 | 754 | 1300 | 1722 | .1362 | .1839 | .0504 | .0919 | .1420 |
| 50000 | 1127 | 1960 | 2564 | .0524 | .0665 | .0206 | .0338 | .0527 |
| 75000 | 1387 | 2420 | 3152 | .0333 | .0415 | .0132 | .0205 | .0322 |
| 100000 | 1607 | 2808 | 3647 | .0243 | .0301 | .0098 | .0147 | .0232 |

* El modo rotacional rx tiene acciones a la frecuencia de 360 rpm, para la cual se presentan los resultados en esta Tabla

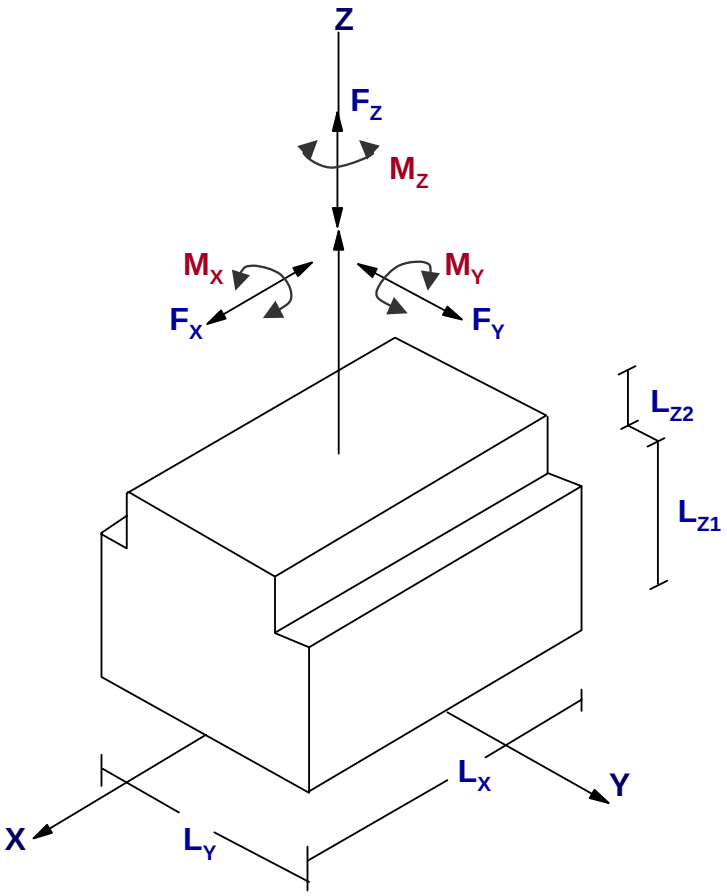



**Figura 1:** Grados de libertad y sistemas de coordenadas considerados en el análisis dinámico.

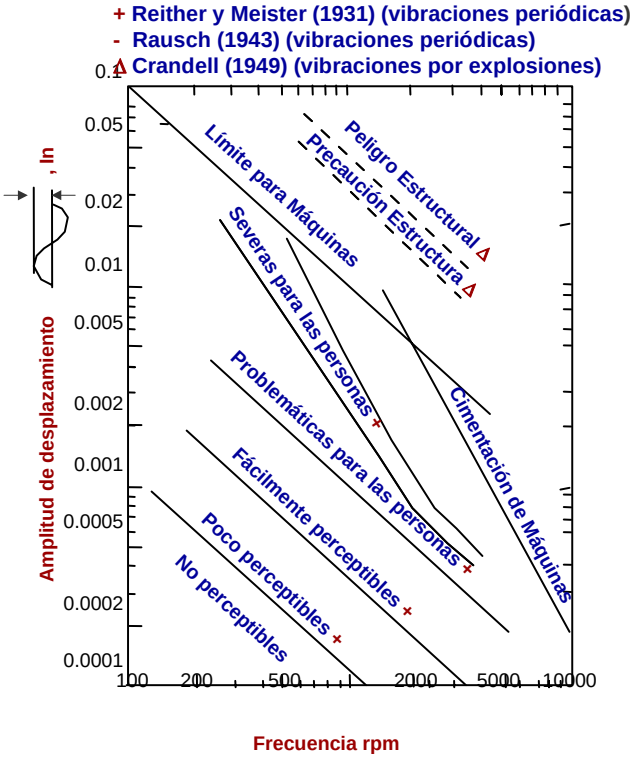



**Figura 2:** Límites de amplitud de desplazamiento en función de la frecuencia de vibración (Richart, 1962).

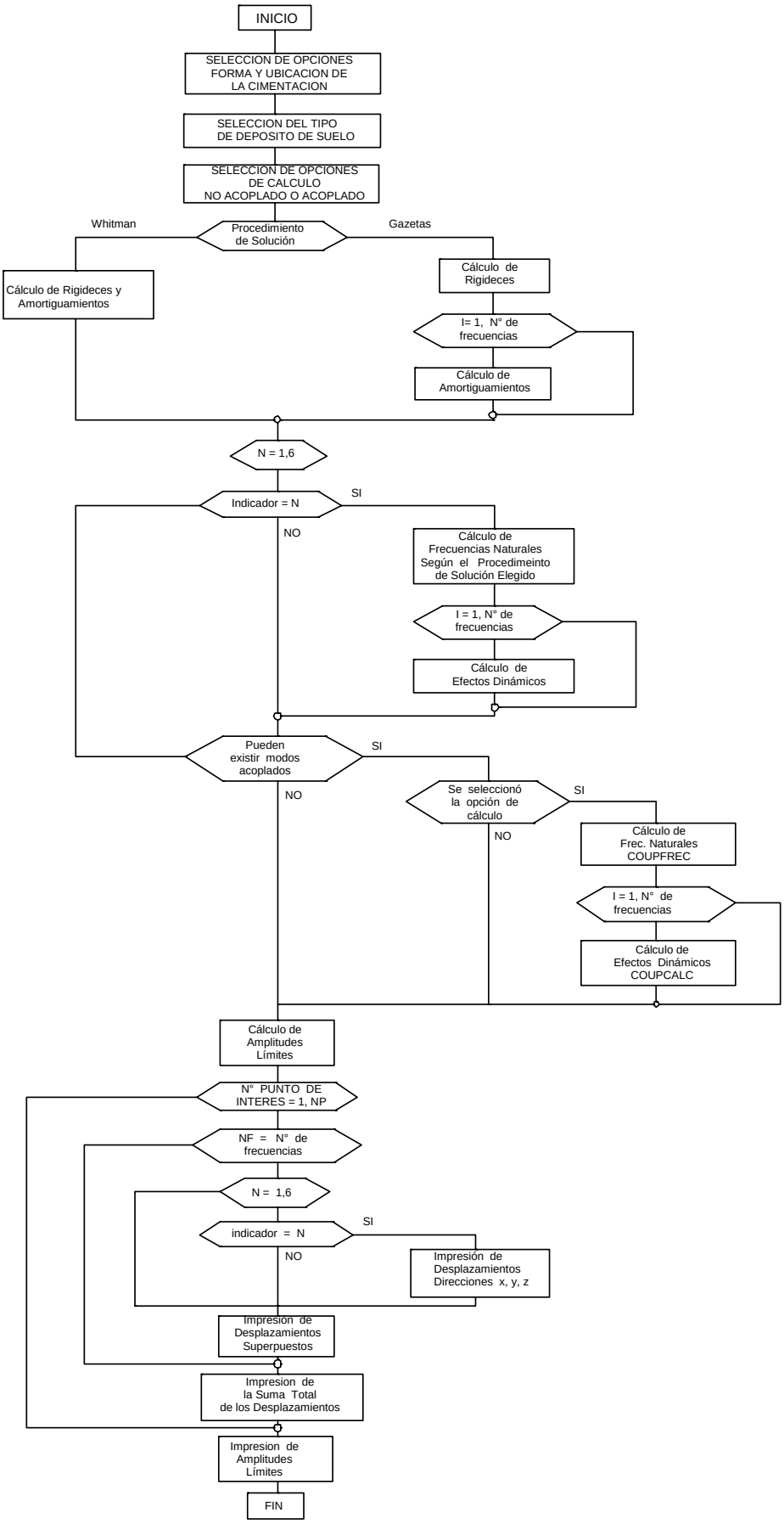
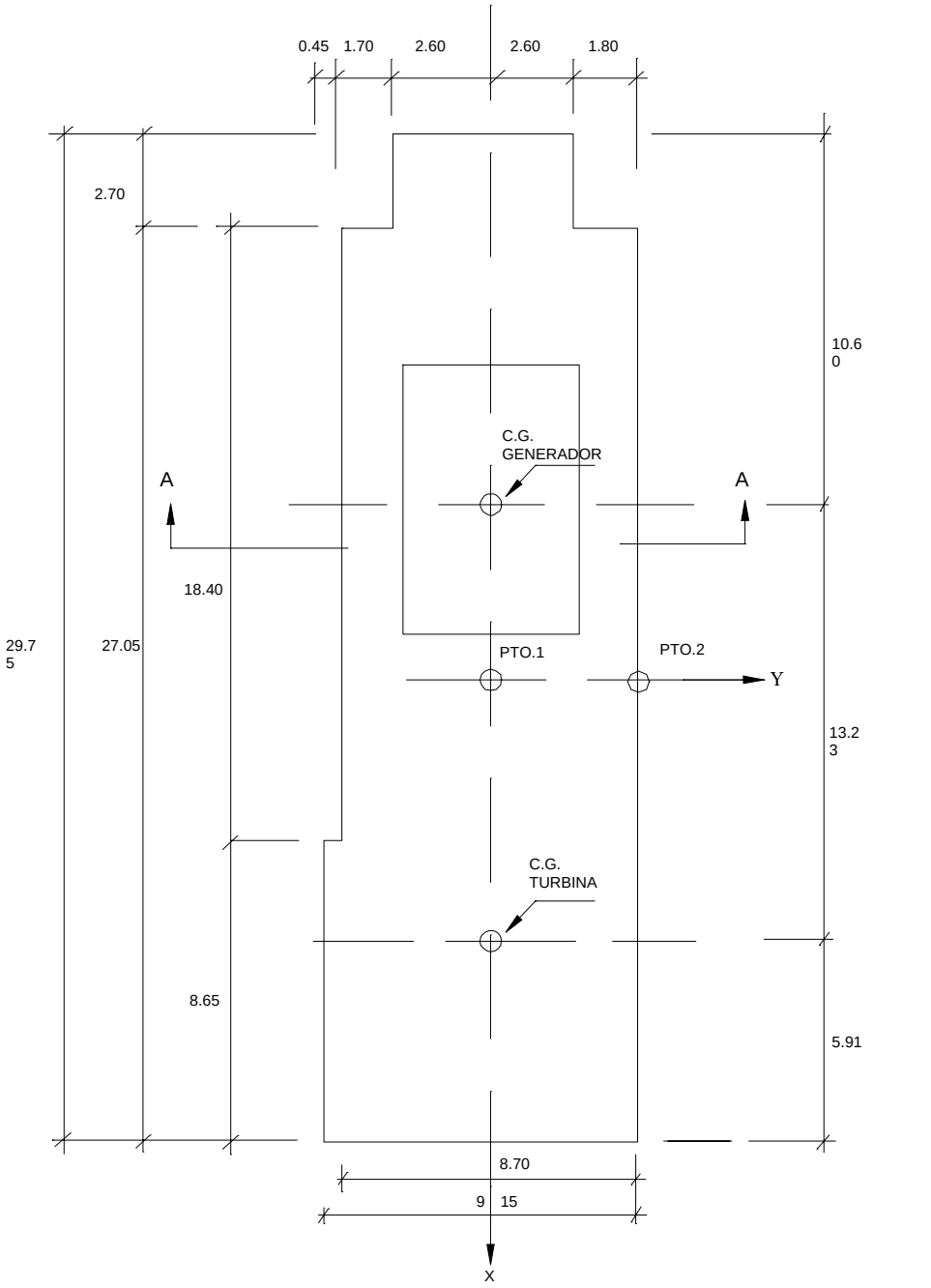
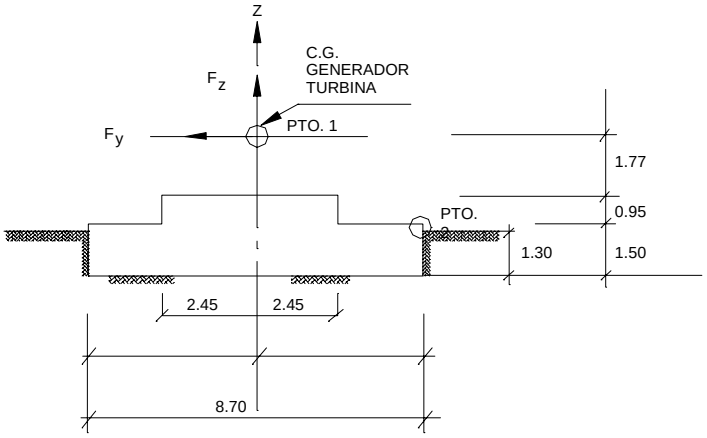



**Figura 3:** Diagrama de flujo del programa para el análisis de cimentación de máquinas CIMAQ




PLANTA




CORTE A - A

**Figura 4:** Plantas y elevación C.T. Ventanilla, Lima

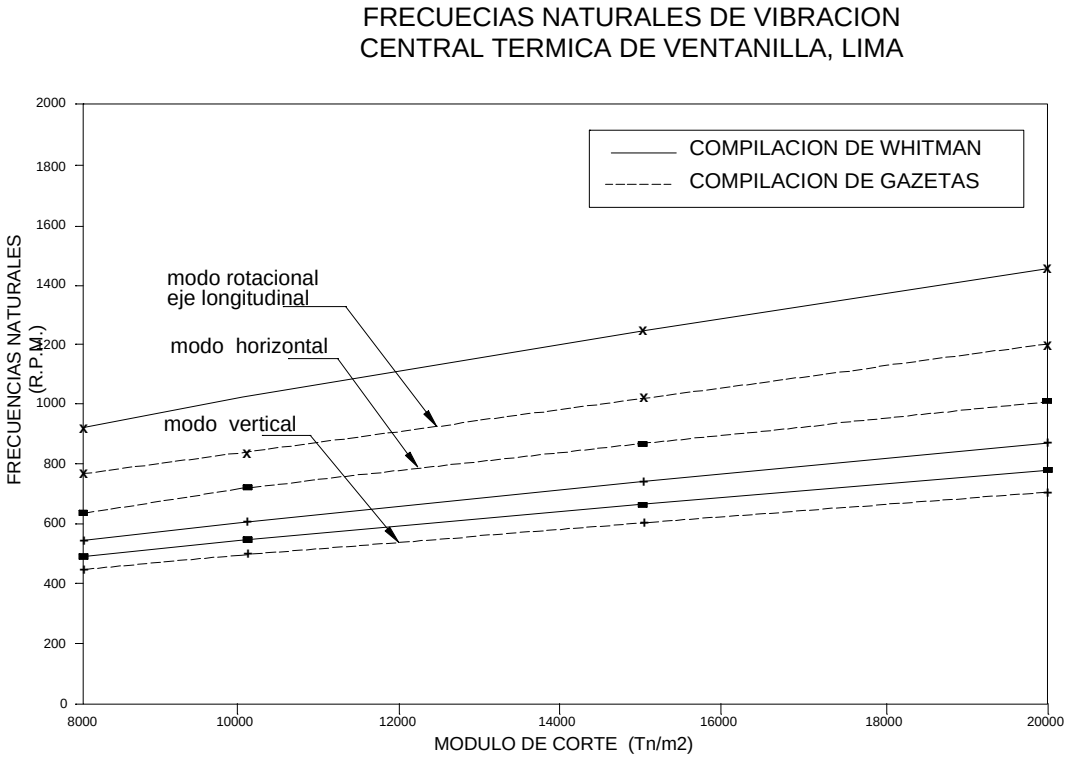
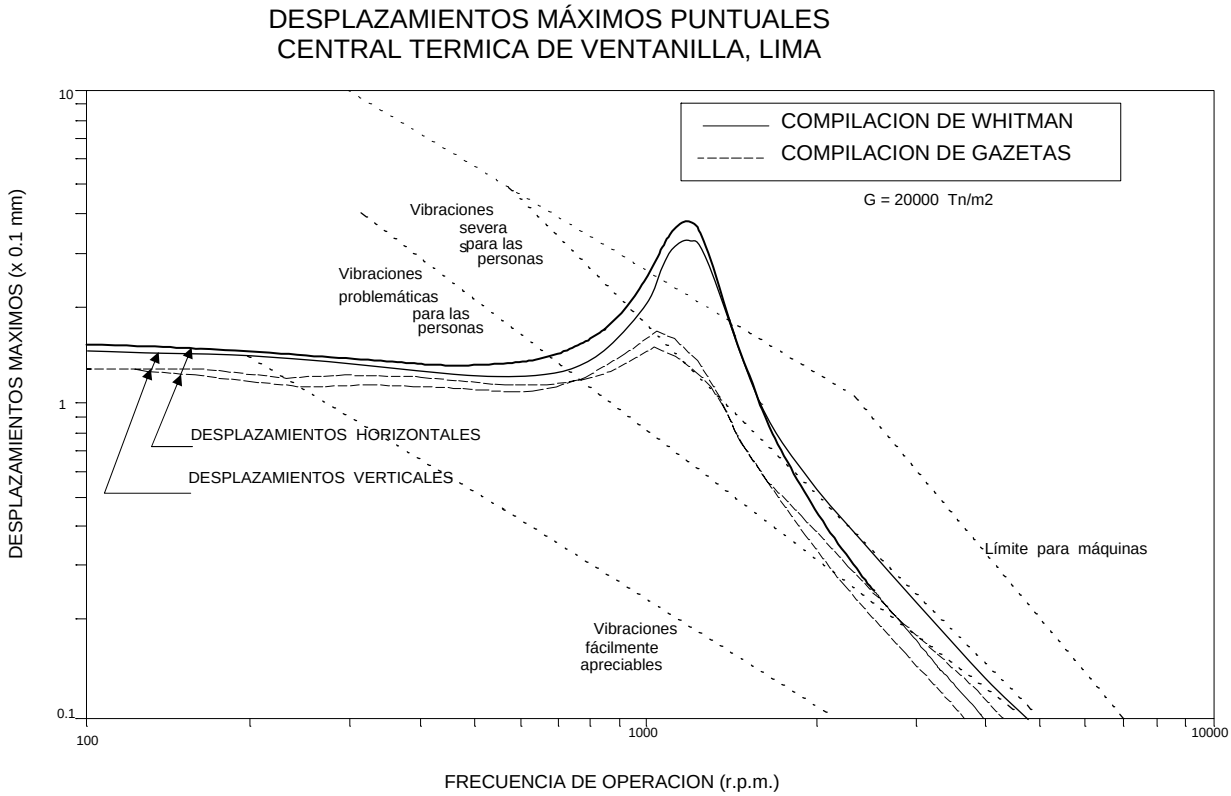



**Figura 5:** Variación de las frecuencias de vibración con el módulo de corte C.T. Ventanilla, Lima.



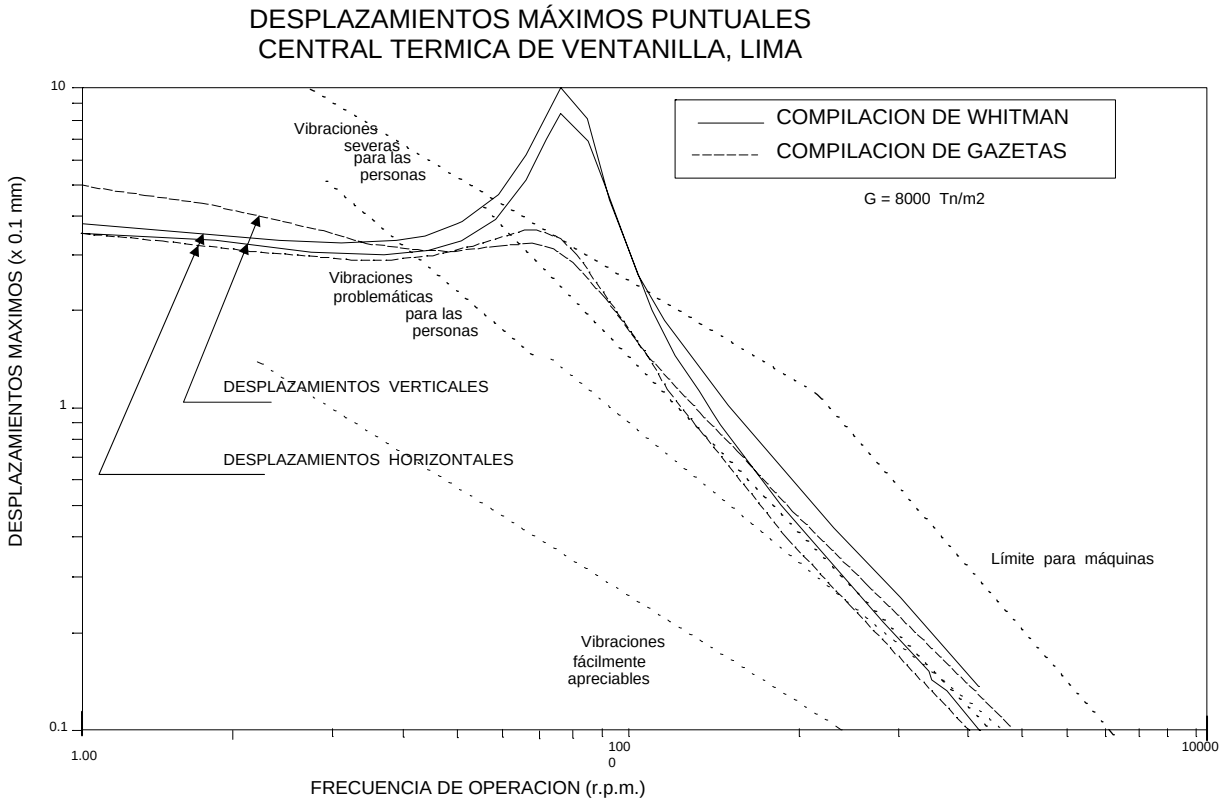
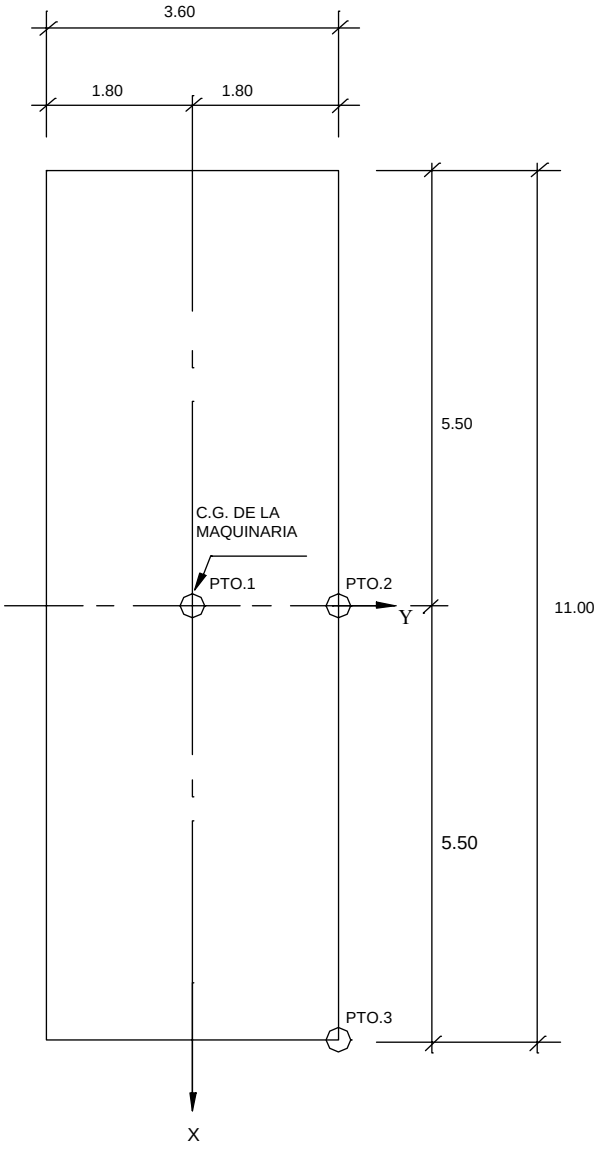




**Figura 6:** Variación de desplazamientos máximos con la frecuencia de operación y el módulo de corte C.T. Ventanilla, Lima.



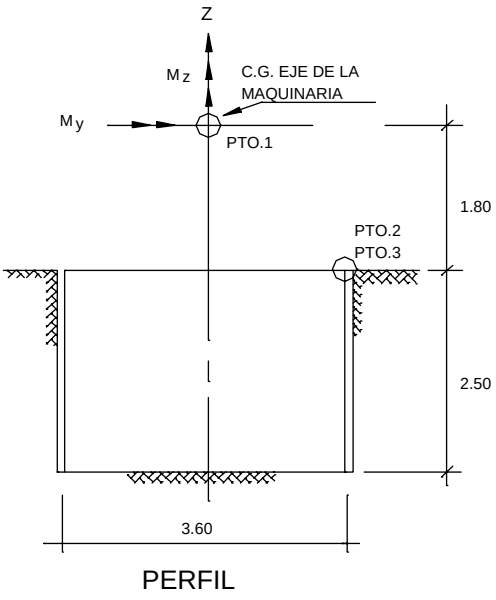
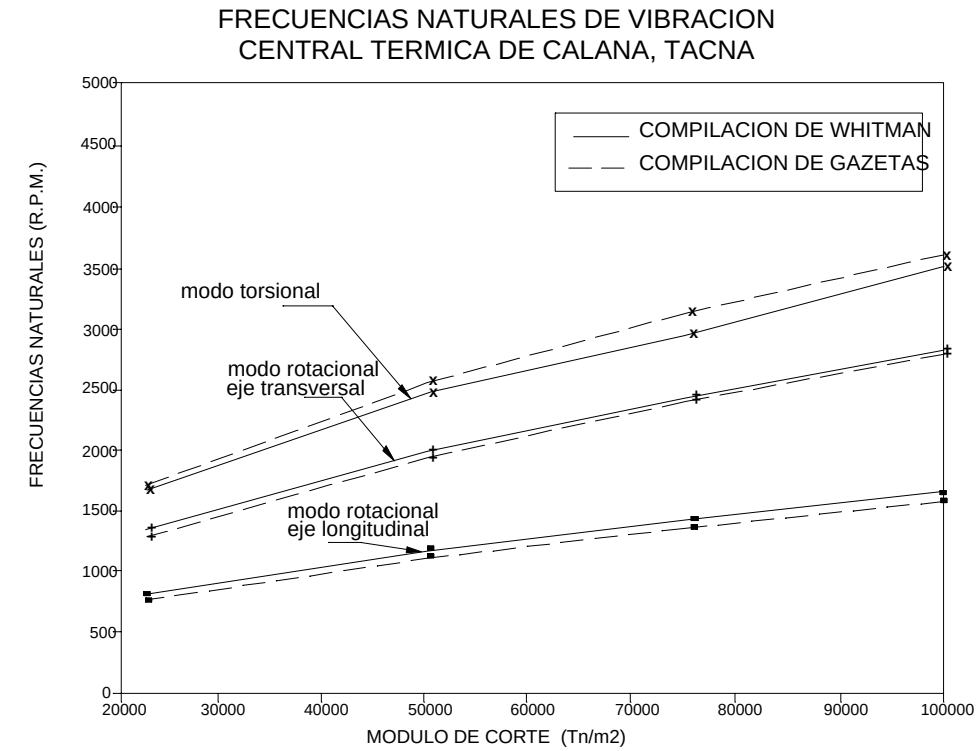




**Figura 7:** Planta y elevación C.T. Calana. Tacna.



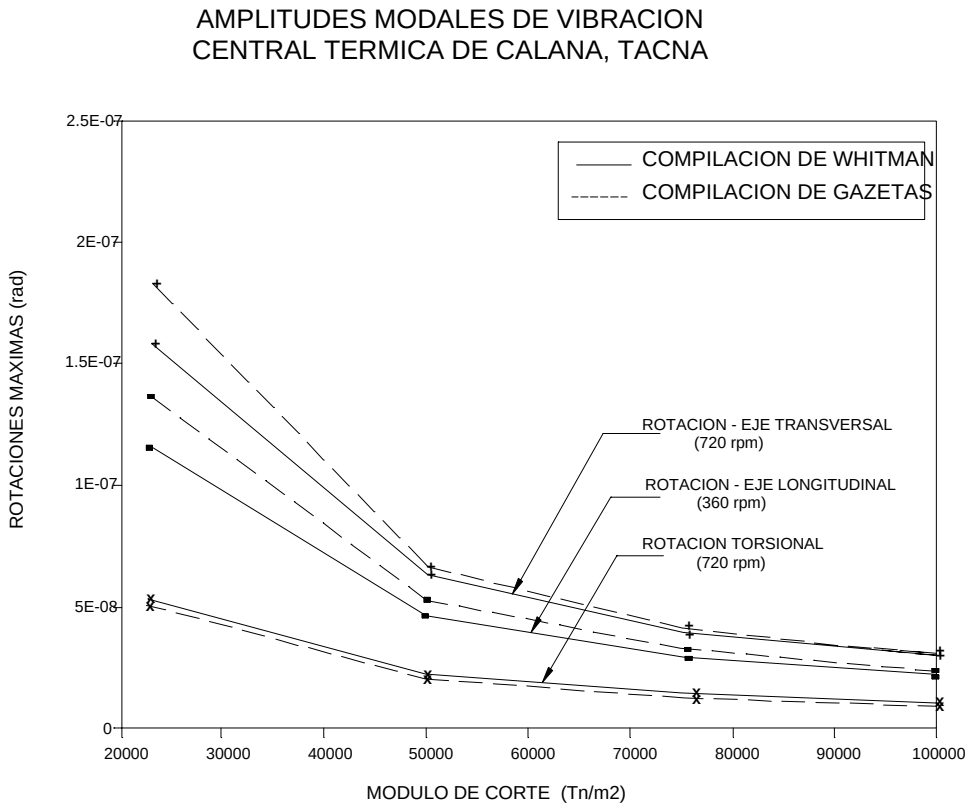




**Figura 8:** Variación de las frecuencias y amplitudes modales de vibración con el módulo de corte C.T. Calana, Tacna.

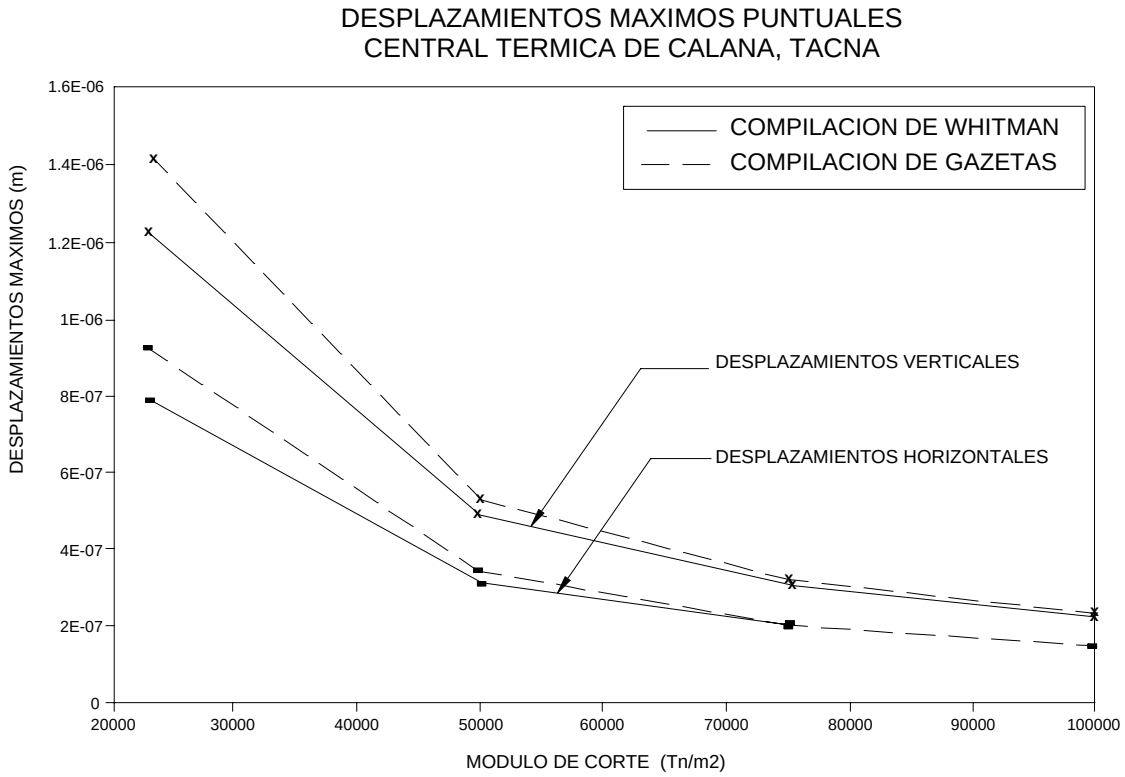



**Figura 9:** Variación de los desplazamientos máximos con el módulo de corte C.T. Calana, Tacna.

# MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA LA EVALUACIÓN DEL POTENCIAL DE LICUACIÓN DE SUELOS

Denys Parra Murrugarra (1)
Jorge E. Alva Hurtado (1)

## RESUMEN

Este trabajo presenta una revisión de los métodos disponibles para evaluar el potencial de licuación de un suelo, utilizando metodologías simplificadas en base a observaciones de campo del comportamiento de depósitos de arena en terremotos pasados, es decir, mediante correlaciones empíricas entre el potencial a sufrir licuación de un suelo y algunas características físicas y/o mecánicas del mismo, tales como: la resistencia a la penetración, tipo de suelo, etc., además de conocer la magnitud y aceleración máxima superficial del sismo de diseño.

Los ensayos de penetración más comúnmente usados para establecer estas correlaciones son: el ensayo de penetración estándar (SPT) y el ensayo de penetración con el cono holandés (CPT), en los cuales los parámetros principales de entrada son : el esfuerzo efectivo vertical, el valor de la resistencia a la penetración (N ó $q_c$), el contenido de finos de la arena y el diámetro promedio de las partículas.

Se presenta finalmente algunos resultados de la evaluación del potencial de licuación en casos reales ocurridos en el Perú, realizados mediante la aplicación de las metodologías simplificadas con un programa de cómputo desarrollado en el Laboratorio Geotécnico del CISMID. Debe indicarse que este método ha sido propuesto para ser usado en la Norma Técnica de Edificación: Suelos y Cimentaciones.

---

(1) Laboratorio Geotécnico del CISMID, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú.
Ponencia presentada en el VI Congreso Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, del 11 al 13 de Noviembre de 1991.

# INTRODUCCIÓN

El estudio del fenómeno de licuación de arenas ha sido desarrollado por numerosos ingenieros e investigadores en todo el mundo, desde que este fenómeno fue identificado como el causante principal de los daños en el terreno y estructuras de tierra durante terremotos. Mientras que en una primera etapa este desarrollo fue motivado por la ocurrencia catastrófica de licuación durante los terremotos de Niigata y Alaska en 1964, el ímpetu para continuar el estudio de licuación se ha debido a una serie de grandes terremotos que han ocurrido en todas las regiones sísmicamente activas del mundo.

Existen básicamente dos métodos disponibles para evaluar el potencial de licuación de una arena saturada sometida a sacudimiento sísmico.

1) Usando métodos basados en una evaluación de las condiciones de esfuerzo cíclico o deformación que serán desarrollados en el campo por un terremoto de diseño propuesto, y una comparación de estos esfuerzos o deformaciones con aquellos observados para causar licuación en muestras representativas del depósito en un ensayo de laboratorio apropiado que proporcione una adecuada simulación de las condiciones de campo, o que puedan proporcionar resultados que permitan una evaluación del comportamiento del suelo bajo condiciones de campo.

2) Usando métodos basados en observaciones de campo del comportamiento de depósitos de arena en terremotos pasados que impliquen el uso de alguna característica in-situ de los depósitos para determinar probables semejanzas o diferencias entre estos lugares y otros propuestos, con respecto a su comportamiento potencial.

Debido al hecho que la mayoría de los depósitos naturales de arena son muy poco uniformes y a la extrema dificultad de obtener muestras inalteradas de suelos no cohesivos para ensayos de laboratorio, se desarrollarán básicamente los métodos llamados empíricos o simplificados.

## MÉTODOS SIMPLIFICADOS BASADOS EN LOS RESULTADOS DE ENSAYOS IN-SITU

Por las razones indicadas, el uso de ensayos in-situ para evaluar la resistencia a la carga cíclica o características de licuación de arenas, ha llegado a ser el método preferido para la evaluación de estas propiedades en la práctica ingenieril en los pasados 15 años. Puesto que no existe ningún método capaz de medir la resistencia a la licuación de una arena in-situ, ha sido necesario desarrollar correlaciones entre los valores de resistencia a la carga cíclica determinados de estudios de comportamiento de campo durante sacudimientos sísmicos y parámetros de ensayos in-situ, los cuales serán probablemente indicativos de estas propiedades (Seed y De Alba, 1986).

## MÉTODOS BASADOS EN EL ENSAYO DE PENETRACIÓN ESTÁNDAR

El valor de la resistencia a la penetración estándar, o valor N del SPT, se define como el número de golpes necesarios para que el muestreador de caña partida, de 2" de diámetro exterior y 1 3/8" de diámetro interno, penetre 12" en el terreno debido al impacto de la caída libre de un martillo de 140 lb desde una altura de 30".

Debido a las dificultades para la realización de este ensayo, algunos parámetros de los suelos pueden tal vez ser medidos con mayor exactitud sobre un amplio rango de profundidades, y en condiciones ambientales más difíciles. Sin embargo, debido a que el SPT ha sido tan ampliamente usado en el pasado, la mayoría de los datos de comportamiento de campo están generalmente correlacionados con este índice de resistencia del suelo.

### A) MÉTODO SIMPLIFICADO DE SEED E IDRISS

Seed e Idriss (1966) estudiaron el fenómeno de licuación ocurrido en el terremoto de Niigata en 1964. Basados en los resultados de laboratorio en arenas limpias sometidas a ensayos triaxiales cíclicos, propusieron un método simple para estimar la resistencia a la licuación de las arenas. El método usaba la densidad relativa, derivada del SPT, como un parámetro principal del suelo en la determinación de la resistencia a la licuación.

Posteriormente, en 1983, este procedimientos fue revisado. Basados en datos de campo en lugares donde se sabía que habían o no habían licuado durante terremotos en Estados Unidos, Japón, China, Guatemala, Argentina y otros países, establecieron nuevos criterios para evaluar la licuación en arenas limpias y arenas limosas. Finalmente, en 1986, Seed y De Alba complementaron este método, presentando un nuevo criterio donde se establece la importancia del contenido de finos en la resistencia a la licuación de las arenas.

Seed e Idriss propusieron que la relación de esfuerzo cíclico para un suelo a una profundidad determinada durante un terremoto puede ser evaluada mediante:

$$\frac{\tau_d}{\bar{\sigma}_o} = 0.65 \frac{a_{\max}}{g} \quad \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_o} \quad r_d$$

donde:
- $\tau_d$ = esfuerzo de corte promedio inducido por el terremoto
- $a_{max}$ = aceleración máxima en la superficie del terreno
- $g$ = aceleración de la gravedad
- $\bar{\sigma}_o$ = esfuerzo total vertical a la profundidad considerada
- $r_d$ = factor de reducción del esfuerzo que decrece de 1 en la superficie a 0.9 a 10 m. de profundidad.

La resistencia a la penetración del suelo usada en las correlaciones es la resistencia a la penetración normalizada $N_1$ , bajo esfuerzo efectivo vertical de 1 kg/cm$^2$. El valor de $N_1$ puede ser determinado por medio de la fórmula:

$$N_1 = C_n \; N$$

donde : $C_n$ = factor de corrección que puede ser evaluado del gráfico de la Fig. 1

Liao y Whitman (1985) propusieron la siguiente relación para evaluar $C_n$

$$Cn = \sqrt{\frac{1}{\bar{\sigma}_o}} \quad ; \quad \bar{\sigma}_o \text{ en } kg/cm^2 \qquad y < 2$$

La Fig. 2 muestra la relación entre $\tau_l / \bar{\sigma}_o$, y el valor de $N_1$, propuesto a partir de un estudio extensivo para desarrollar las correlaciones del método simplificado. En esta figura las correlaciones están dadas para arenas con diversos contenidos de finos y para un sismo de 7 ½ de magnitud. La relación mostrada puede ser fácilmente extendida a terremotos de diferentes magnitudes, multiplicando la relación de esfuerzos cíclicos calculados por los factores de corrección mostrados en la Tabla 1, la cual fue deducida a partir de estudios estadísticos basados en el número de ciclos representativos que inducen terremotos de diferente magnitud, tomando como base de comparación una magnitud de 7 ½, según se muestra en la Tabla 2 (Seed et al, 1975).

## B) MÉTODO SIMPLIFICADO DE TOKIMATSU Y YOSHIMI

Basados en resultados de extensivos ensayos de laboratorio de licuación de arenas saturadas, Tokimatsu y Yoshimi (1983), indicaron que los efectos de movimientos sísmicos que causan licuación pueden ser representados por dos parámetros : la aceleración horizontal del terreno y el número de ciclos de movimientos significativos. Esta conclusión es incorporada en la siguiente ecuación para la relación del esfuerzo de corte dinámico para una profundidad determinada:

$$\frac{\tau_d}{\bar{\sigma}_o} = \frac{a_{max}}{g} \; \frac{\sigma_o}{\bar{\sigma}_o} \; r_d \; r_n$$

donde : $\tau_d$ = amplitud de los ciclos de esfuerzo de corte uniforme, equivalente a un registro tiempo-historia de esfuerzo de corte sísmico.

$a_{max}$ = aceleración máxima en la superficie del terreno

$g$ = aceleración de la gravedad

$\sigma_o$ = esfuerzo vertical inicial

$\bar{\sigma}_o$ = esfuerzo efectivo vertical inicial

$r_d$ y $r_n$ = son factores de corrección en términos de la profundidad y la magnitud del terremoto, respectivamente, como sigue:

$r_d$ = 1-0.015 z (según Iwasaki et al, 1978)

$r_n$ = 0.1 (M-1)

donde : z = profundidad en metros

M = magnitud del terremoto.

El factor $r_n$ se introduce para facilitar la comparación del comportamiento de campo durante terremotos de diferentes magnitudes, en base al número de ciclos uniformes equivalentes que producen los sismos, como se indica en la Tabla 2.

Los valores de la resistencia a la penetración, o valores de N corregidos para una profundidad dada, se obtienen como sigue:

$$N_a = N_1 + \Delta N_f$$

$$N_1 = C_n N$$

$$Cn = \sqrt{\frac{1}{\bar{\sigma}_o}} \;\; ; \;\; \bar{\sigma}_o \text{ en } kg/cm^2$$

donde : $N_a$ = valor corregido de la penetración estándar

$N_1$ = resistencia a la penetración estándar normalizada para un esfuerzo efectivo vertical de 1 $kg/cm^2$

$\Delta N_f$ = valor de N adicional que se incrementa proporcionalmente con el contenido de finos de la arena, Fig. 3

La relación de esfuerzo de corte ($\tau_\ell$ / $\bar{\sigma}_o$) está dada por la Fig. 4. En este gráfico se evalúa la relación de resistencia a la licuación en función de los valores de N corregidos y para tres niveles de deformación por corte 2%, 5% y 10%.

## C) MÉTODO SIMPLIFICADO DE IWASAKI Y TATSUOKA

En base al trabajo realizado por Seed e Idriss (1971), la carga dinámica inducida en el elemento de suelo por un movimiento sísmico puede ser estimada mediante:

$$\frac{\tau_d}{\bar{\sigma}_v} = \frac{\tau_{max}}{\bar{\sigma}_v} = \frac{a_{max}}{g}\,\frac{\sigma_v}{\bar{\sigma}_v}\,r_d$$

donde :

| | | |
|---|---|---|
| $\tau_{max}$ | = | esfuerzo de corte máximo |
| $a_{max}$ | = | aceleración máxima en la superficie del terreno |
| g | = | aceleración de la gravedad |
| $\sigma_v$ | = | esfuerzo total vertical |
| $\bar{\sigma}_v$ | = | esfuerzo efectivo vertical |
| $r_d$ | = | factor de reducción del esfuerzo de corte dinámico para tomar en cuenta la deformación elástica del terreno. |

Basados en un gran número de análisis de repuesta sísmica del terreno, Iwasaki et al (1978) propusieron la siguiente relación para $r_d$.

$$r_d = 1\text{-}0.015\,z$$

donde : z = profundidad en metros

Por otro lado, Iwasaki et al (1978) condujeron numerosos ensayos triaxiales cíclicos sobre muestras de arena no disturbada. Como resultado concluyeron que la resistencia cíclica no drenada o relación de esfuerzos cíclicos que causará licuación en un elemento de suelo sometido a cargas dinámicas durante un terremoto puede ser evaluada mediante:

- para $0.02 \leq D_{50} \leq 0.6$ mm.

$$\frac{\tau_l}{\bar{\sigma}_v} = 0.0882 \sqrt{\frac{N}{\bar{\sigma}_v + 0.7}} + 0.225 \log(0.35/D_{50})$$

- para $0.6 \leq D_{50} \leq 2.0$ mm.

$$\frac{\tau_l}{\bar{\sigma}_v} = 0.0882 \sqrt{\frac{N}{\bar{\sigma}_v + 0.7}} - 0.05$$

donde : $\tau_l$ = esfuerzo de corte cíclico que causará licuación

$N$ = número de golpes del SPT.

$\bar{\sigma}_v$ = esfuerzo efectivo vertical

$D_{50}$ = diámetro promedio de las partículas en mm

## MÉTODOS BASADOS EN EL ENSAYO DE PENETRACIÓN CÓNICA

En años recientes se han realizado significativos avances en la investigación, interpretación, desarrollo y aplicación del ensayo de penetración cónica. La adición de la medición de presión de poros durante el ensayo de penetración ha agregado una nueva dimensión en la interpretación de los parámetros geotécnicos. Por lo tanto, es necesario establecer una relación entre los valores medidos de este ensayo, ya sea resistencia por punta, fricción lateral o exceso de presión de poros, con la resistencia a la licuación de las arenas, en forma análoga a las ya desarrolladas para los valores N del SPT.

En 1986, Seed y De Alba presentaron un método para evaluar la licuación de arenas, basados en un trabajo realizado por ellos mismos para valores N del SPT. El estudio consistía en obtener una relación confiable entre la resistencia por punta y el valor de la resistencia a la penetración N, y aprovechar la gran cantidad de datos de campo disponibles que relacionan la resistencia a la licuación con los datos del SPT. En la actualidad existe el consenso que el valor $q_c$ / N varía con el tamaño de los granos del suelo, que usualmente está representado por el diámetro promedio $D_{50}$.

Robertson y Campanella propusieron en 1983 un método modificado basado en los resultados del CPT para evaluar la licuación de arenas, revisando la información disponible acerca de la licuación de arenas limpias y arenas limosas, considerando la influencia del contenido de finos y tomando en cuenta dos parámetros del ensayo: la resistencia por punta $q_c$ y la fricción lateral $f_s$, expresados ambos como la relación de fricción FR(%).

Yasuda, Saito, Iwasaki y Morimoto, en 1985, propusieron un nuevo método simplificado para predecir el potencial de licuación del ensayo de penetración cónica con medición de presión de poros (CPTU). Este método de predicción es más preciso que los métodos convencionales, debido a que no sólo se toma en consideración la resistencia por punta, $q_c$, sino también la fricción lateral, $f_S$, y el exceso de presión de poros, u. Este método es esencialmente válido para predecir el potencial de licuación del terreno que soporta tuberías enterradas a través de una gran área.

El desarrollo de estas metodologías será motivo de un próximo trabajo, pudiendo el interesado encontrar mayor información en las referencias que se dan en esta publicación.

## EVALUACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA LICUACIÓN

Cada uno de los métodos simplificados descritos, basados en las experiencias de campo y de laboratorio de sus autores, proponen diversas expresiones para evaluar, tanto la relación de esfuerzos que se requiere para causar licuación en un suelo dado, cuyas características son conocidas($\tau_l / \bar{\sigma}_v$),como la relación de esfuerzos que induce un movimiento sísmico cuyas características también son conocidas ($\tau_d / \bar{\sigma}_v$).

Por lo tanto, se puede definir el factor de seguridad contra la ocurrencia del fenómeno de licuación (FL), mediante la siguiente expresión.

$$FL = \frac{(\tau_l / \bar{\sigma}_v)}{(\tau_d / \bar{\sigma}_v)}$$

Por lo tanto :

Si FL > 1 no se producirá licuación

Si FL $\leq$1 se producirá licuación

## APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS SIMPLIFICADAS

Debido a la gran cantidad de datos de correlaciones existentes entre la resistencia a la penetración medida por el valor N del SPT y la resistencia a la licuación de un suelo, la aplicación de las metodologías simplificadas se basarán principalmente en aquellas desarrolladas a partir de los resultados del ensayo SPT.

El programa DLICUA desarrollado en el Laboratorio Geotécnico del CISMID-UNI, realiza el análisis de licuación para las tres metodologías basadas en el SPT, mediante un menú el cual permite seleccionar el tipo de método a utilizar o también un análisis considerando todos los métodos disponibles. Los parámetros generales de entrada son:

- La magnitud del sismo de diseño.
- La aceleración máxima superficial de este sismo.
- El perfil estratigráfico obtenido de la perforación, incluyendo la información de la ubicación del nivel freático.
- El tipo de suelo analizado a la profundidad del ensayo SPT: clasificación, contenido de finos, diámetro promedio.
- El valor N a la profundidad del ensayo SPT.

Se presenta en el Anexo I un ejemplo de la corrida del programa DLICUA para tres sondajes de exploración de campo, uno realizado en la ciudad de Chimbote y los otros dos en la ciudad de Moyobamba, en las localidades de Tahuisco y Azungue, considerando diferentes sismos de diseño. El fenómeno de licuación ocurrió en Chimbote durante el terremoto de 1970 y en los dos últimos lugares durante los sismos de 1990 y 1991.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Licuación es un fenómeno por el cual un suelo arenoso y saturado pierde toda su resistencia al corte por el efecto de un sacudimiento sísmico severo, comportándose virtualmente como un fluido viscoso.

2. Debido a que la mayoría de los depósitos naturales de arena son poco uniformes y a la extrema dificultad de obtener muestras inalteradas de suelos no cohesivos para realizar ensayos de laboratorio, el uso de ensayos in-situ ha llegado a ser el método más aceptado para la evaluación de la resistencia a la carga cíclica ó característica de licuación de arenas, durante los pasados 15 años.

3. La ocurrencia de licuación en terremotos pasados ha evidenciado que el comportamiento de los depósitos arenosos ante las perturbaciones originadas por el movimiento sísmico está influenciada por las características del depósito, los esfuerzos iniciales actuantes y las características del terremoto que origina la perturbación.

4. Los métodos simplificados implican el conocimiento de algunos parámetros del suelo, tales como: la resistencia a la penetración (valores de N ó $q_c$) o la velocidad de ondas de corte, entre otros. Sin embargo, debido a la gran cantidad de datos del ensayo SPT disponibles que han servido para correlacionar el valor N con la resistencia a la licuación del suelo, es que se hace más confiable utilizar este parámetro del suelo para evaluar su potencial de licuación.

5. Se define como el factor de seguridad contra la ocurrencia del licuación (FL), a la relación entre los esfuerzos inducidos por el terremoto de diseño y los esfuerzos requeridos para causar licuación en el suelo. No se producirá el fenómeno si FL>1.

6. Para realizar la evaluación del potencial de licuación es necesario disponer de toda la información posible acerca de las características de los suelos estudiados, para lo cual es necesario recopilar los estudios existentes realizados por instituciones públicas y empresas privadas y además realizar sondajes de exploración de campo en aquellos lugares donde se carezca de información.

7. Para ejecutar el análisis mediante las metodologías simplificadas en la evaluación del potencial de licuación, se requiere el conocimiento del perfil

estratigráfico y ensayos de penetración estándar, nivel freático, ensayos de clasificación de laboratorio y el sismo de diseño. Los resultados obtenidos indican que existen muy buena aproximación entre los métodos de Seed e Idriss y Tokimatsu y Yoshimi, debido probablemente a que ambos métodos consideran los mismos parámetros de entrada.

## REFERENCIAS


1. De Beer E., Goelen E., Heynen W. y Joustra K. (1988), “Cone Penetration Test (CPT): International Reference Test Procedure”, Penetration Testing, ISSMFE, pp. 27-51.

2. Decourt L., Muromachi T., Nixon I.K., Schmertmann J. H., Thorbum S. y Zolkov E. (1988), “Standard Penetration Tests (SPT): International Reference Test Procedure”, Penetration Testing, ISSMFE, pp. 3-26.

3. Iwasaki T. (1986), “Soil Liquefaction Studies in Japan. State of the Art”, International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering.

4. Iwasaki T., Tatsuoka F., Tokida K. y Yasuda S. (1978), “A Practical Method for Assessing Soil Liquefaction Potential Based on Case Studies at Various Sities in Japan”, 5 th Japan Symposium on Earthquake Engineering, November.

5. Liao S. y Whitman R.V. (1986), “Overburden Correction Factors for SPT in Sand”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, March, pp. 373-377.

6. Parra M. D. (1991), “Evaluación del Potencial de Licuación de Suelos de la Ciudad de Chimbote”, Tesis de Grado, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Ingeniería. Lima, Perú.

7. Robertson P.K. y Campanella R.G. (1983), “Interpretation of Cone Penetration Test Part I Sand”, Canadian Geotechnical Journal, Vol 20, pp 718-733

8. Robertson P.K. y Campanella R.G. (1985), “Liquefaction Potential of Sands Using the CPT”, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol 111, N° 3, pp 384-403.

9. Seed H.B., Idriss I.M. y Arango I. (1983), “Evaluation of Liquefaction Potential Using Field Performance Data”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 109, N° 3 pp. 458-481.

10. Seed H.B., Tokimatsu K., Harder L.y Chung R. (1985), “Influence of SPT Procedures in Soil Liquefaction Resistance Evaluations”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, vol. 111, N° 12 pp. 1425-1445.

11. Sedd H.B. y De Alba P. (1986), “Use of SPT and CPT Test for Evaluating the Liquefaction Resistance of Sands”, Use of Insitu Test in Geotechnical Engineering, ASCE, pp 281-302.

12. Tokimatsu K., Uchida A. y Oh-oka H. (1989), “Evaluation of Liquefaction Potential Based on Shear Wave Velocity”, 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 151-156.

13. Tokimatsu K. y Yoshimi Y. (1981), “Field Correlation of Soil Liquefaction with SPT and Grain Size”, International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, University of Missouri-Rolla, pp 203-208.

14. Tokimatsu K. y Yoshimi Y. (1983), “Empirical Correlation of Soil Liquefaction Based on SPT N-value and Fines Content”, Soils and Foundations, Vol. 23, N°4 , pp 56-74.

15. Yasuda S., Saito K., Iwasaki K. y Morimoto I. (1989), “Prediction of Liquefaction Potential Using CPTU”, 12th International Conference on Soil Mechanics and Fondation Engineering, Rio de Janeiro, Brazil , pp. 131-134.

**TABLA 1 FACTORES DE CORRECCIÓN PARA TERREMOTOS DE DIFERENTES MAGNITUDES**

| Magnitud | Factores de Corrección |
|---|---|
| 8 ½ | 0.89 |
| 7 ½ | 1.00 |
| 6 ¾ | 1.13 |
| 6 | 1.32 |
| 5 ¼ | 1.50 |

**TABLA 2 NÚMERO DE CICLOS REPRESENTATIVOS DE TERREMOTOS DE DIFERENTES MAGNITUDES**

| Magnitud | Número de Ciclos Representativos en 0.65 max |
|---|---|
| 8 ½ | 26 |
| 7 ½ | 15 |
| 6 ¾ | 10 |
| 6 | 5 – 6 |
| 5 ¼ | 2 – 3 |

## ANEXO I

## EJEMPLO DE ANALISIS DE LICUACION

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL

CENTRO PERUANO-JAPONES DE INVESTIGACIONES SISMICAS Y MITIGACION DE DESASTRES

EVALUACION DEL POTENCIAL DE LICUACION DE SUELOS

MEDOTODOLOGIAS SIMPLIFICADAS BASADAS EN EL SPT

(Ejemplo 1)

SOLICITADO: CISMID - UNI
PROYECTO : LICUACION DE SUELOS
UBICACIÓN : CIUDAD DE CHIMBOTE
FECHA : ENERO 90

VALOR DE LA MAGNITUD: 7.5 Ms
ACELERACION MAXIMA : 0.30 g

SONDAJE : S-11 (Colegio Fe y Alegria - San Juan)
NIVEL FREATICO (mt) : 1.60

| Profundidad (mt.) | Clasif. (sucs) | Densidad (Ton/$m^3$) | Cont. Finos (%) | D50 (mm) | Valor N (gol/pie) | Esf. Total (Kg/$cm^2$) | Esf. Efectivo (Kg/$cm^2$) | FRL 1 | FRL 2 | FRL 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.45 | SP-SM | 1.80 | 5.0 | 0.215 | 5 | 0.261 | 0.261 | 0.577 | 0.675 | 0.848 |
| 2.55 | SP-SM | 1.80 | 5.7 | 0.211 | 11 | 0.459 | 0.364 | 0.839 | 0.921 | 0.915 |
| 3.65 | SM | 1.75 | 15.2 | 0.184 | 4 | 0.655 | 0.450 | 0.368 | 0.561 | 0.551 |
| 4.45 | SP-SM | 1.85 | 8.5 | 0.307 | 24 | 0.799 | 0.514 | 4.118 | 5.303 | 0.931 |
| 5.55 | SM | 1.85 | 16.2 | 0.165 | 21 | 1.003 | 0.608 | 2.298 | 5.086 | 0.941 |
| 6.45 | SM | 1.85 | 16.2 | 0.172 | 26 | 1.169 | 0.684 | 4.707 | 4.948 | 0.975 |
| 7.45 | SM | 1.85 | 21.1 | 0.197 | 21 | 1.354 | 0.769 | 1.671 | 4.919 | 0.831 |
| 8.45 | SM | 1.85 | 21.1 | 0.197 | 57 | 1.539 | 0.854 | 4.637 | 4.889 | 1.250 |
| 9.45 | SM | 1.85 | 27.4 | 0.145 | 63 | 1.724 | 0.939 | 4.657 | 4.882 | 1.339 |

(Ejemplo 2)

SOLICITADO : CISMID - UNI
PROYECTO : MICROZONIFICACIÓN SISMICA DE MOYOBAMBA
UBICACION : SECTOR TAHUISCO
FECHA : AGOSTO 90

VALOR DE LA MAGNITUD: 7.0 Ms
ACELERACION MAXIMA : 0.20 g

SONDAJE : CPT 1
NIVEL FREATICO (mt) : 2.40

| Profundidad (mt.) | Clasif. (sucs) | Densidad (Ton/$m^3$) | Cont. Finos (%) | D50 (mm) | Valor N (gol/pie) | Esf. Total (Kg/$cm^2$) | Esf. Efectivo (Kg/$cm^2$) | FRL 1 | FRL 2 | FRL 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00 | SM | 1.85 | 19.0 | 0.203 | 5 | 0.185 | 0.185 | 1.414 | 1.666 | 1.334 |
| 2.00 | SC | 1.80 | 37.0 | 0.174 | 7 | 0.366 | 0.366 | 1.741 | 2.337 | 1.517 |
| 3.00 | SP-SM | 1.90 | 6.0 | 0.271 | 2 | 0.555 | 0.495 | 0.174 | 0.642 | 0.650 |
| 4.00 | SC | 1.80 | 45.0 | 0.084 | 5 | 0.739 | 0.579 | 0.809 | 1.301 | 1.308 |
| 5.00 | SC | 1.80 | 45.0 | 0.084 | 3 | 0.919 | 0.659 | 0.437 | 1.031 | 1.049 |
| 6.00 | SC | 1.80 | 45.0 | 0.084 | 3 | 1.099 | 0.759 | 0.418 | 0.972 | 0.986 |
| 7.00 | SM | 1.85 | 26.0 | 0.200 | 11 | 1.281 | 0.821 | 1.128 | 1.529 | 1.045 |
| 8.00 | SM | 1.85 | 26.0 | 0.200 | 17 | 1.466 | 0.906 | 1.522 | 3.468 | 1.200 |

(Ejemplo 3)

SOLICITADO : CISMID - UNI
PROYECTO : MICROZONIFICACION SISMICA DE MOYOBAMBA
UBICACION : A.A.H.H. SANTA ANITA DE AZUNGUE
FECHA : AGOSTO 90

VALOR DE LA MAGNITUD: 7.0 Ms
ACELERACION MAXIMA : 0.20 g

SONDAJE : CPT3
NIVEL FREATICO (mt) : 0.30

| Profundidad (mt.) | Clasif. (sucs) | Densidad (Ton/$m^3$) | Cont. Finos (%) | D50 (mm) | Valor N (gol/pie) | Esf. Total (Kg/$cm^2$) | Esf. Efectivo (Kg/$cm^2$) | FRL 1 | FRL 2 | FRL 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.00 | SM | 1.85 | 26.0 | 0.150 | 3 | 0.183 | 0.113 | 0.591 | 0.851 | 0.791 |
| 2.00 | SP-SM | 1.90 | 6.0 | 0.250 | 12 | 0.370 | 0.2900 | 1.264 | 2.217 | 0.989 |
| 3.00 | SP-SM | 1.90 | 6.0 | 0.250 | 8 | 0.560 | 0.290 | 0.782 | 0.795 | 0.769 |
| 4.00 | SP-SM | 1.85 | 6.0 | 0.250 | 10 | 0.749 | 0.379 | 0.820 | 0.862 | 0.811 |
| 5.00 | SM | 1.85 | 30.0 | 0.145 | 1 | 0.934 | 0.464 | 0.363 | 0.597 | 0.451 |
| 6.00 | SM | 1.85 | 30.0 | 0.145 | 3 | 1.119 | 0.549 | 0.361 | 0.678 | 0.601 |
| 7.00 | SM | 1.85 | 30.0 | 0.145 | 2 | 1.304 | 0.634 | 0.333 | 0.636 | 0.527 |
| 7.50 | SP | 1.95 | 4.0 | 0.300 | 30 | 1.402 | 0.682 | 4.799 | 6.850 | 1.167 |

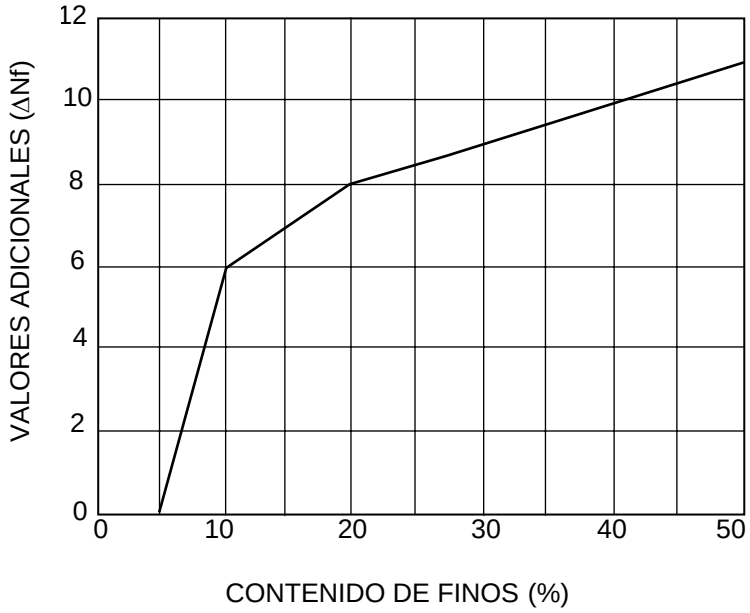



**Figura 3** : Relación entre valores N Adicionales y Contenido de Finos (Tokimatsu y Yoshimi, 1983)

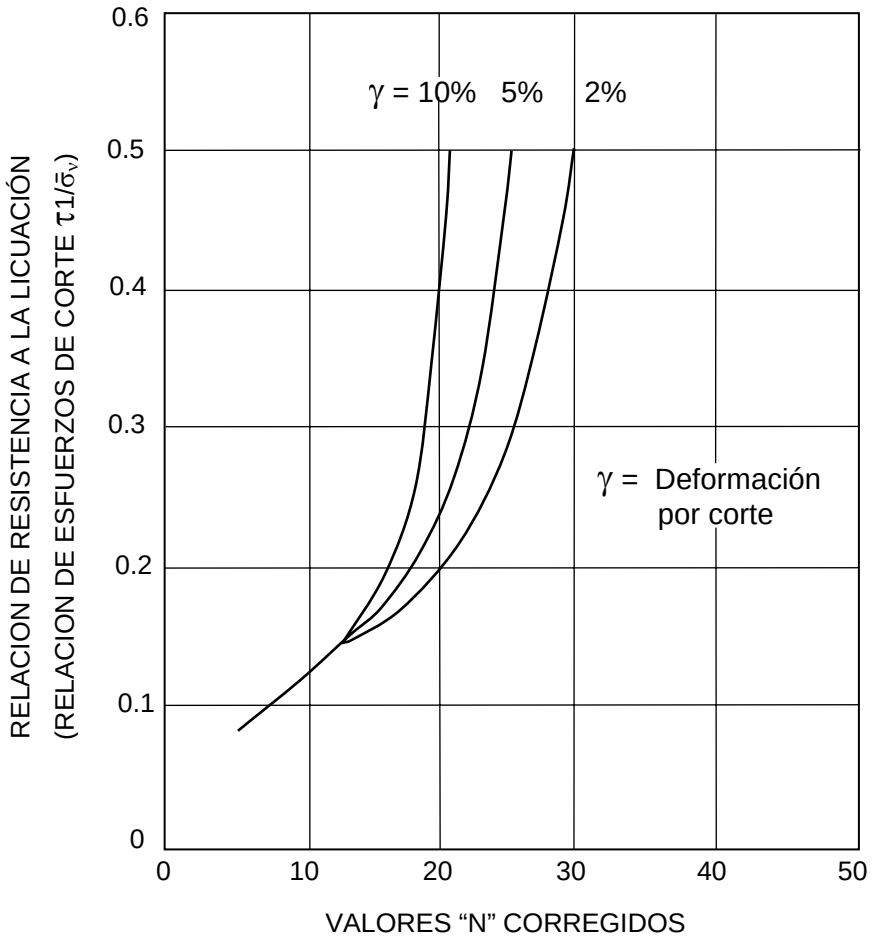



**Figura 4** : Gráfico de la Relación de la Resistencia a la Licuación vs Valores N Corregidos (Tokimatsu y Yoshimi, 1983)

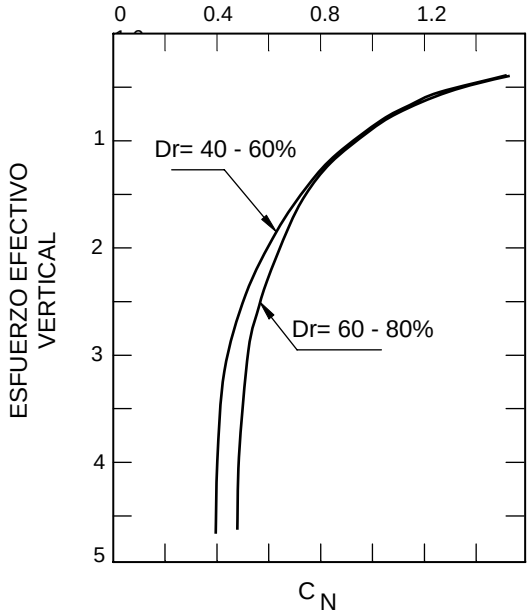



**Figura 1** : Gráfico de Valores $C_N$ Basados en los Estudios de Marcuson y Bieganousky(1976, 1977)

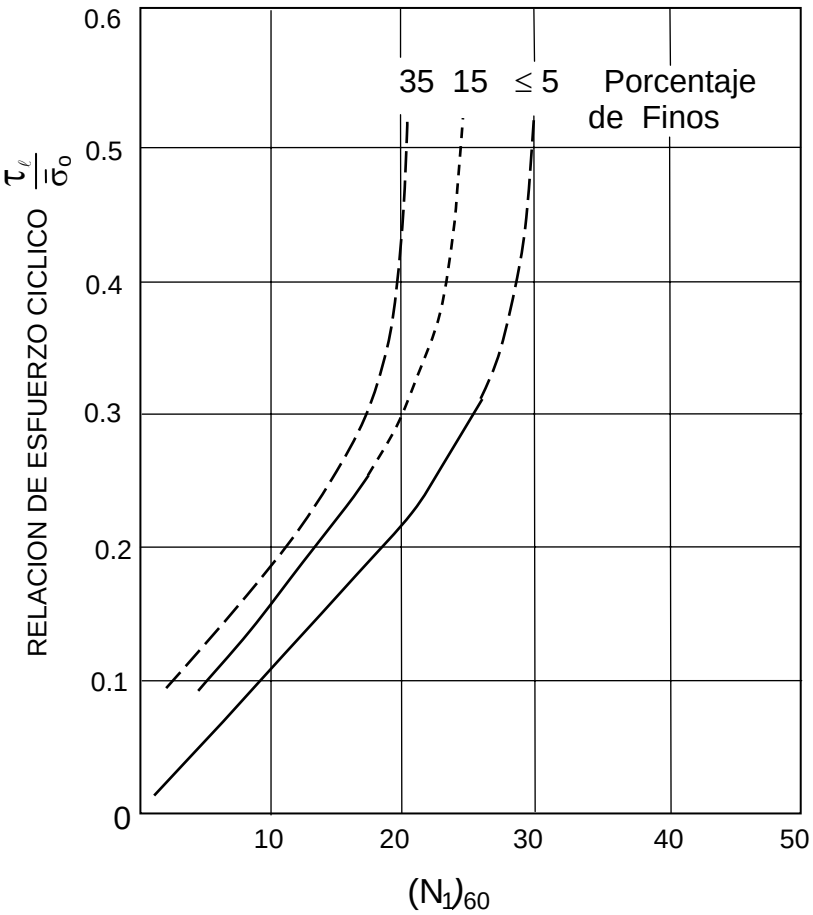



**Figura 2** : Gráfico de la Relación de Esfuerzo para Causar Licuación, vs Valores $N_1$, para Arenas Limosas para Terremotos de M=7 – ½ (Seed y De Alba, 1986)